

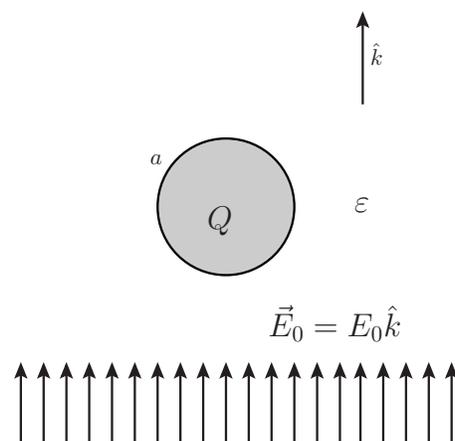
**Electromagnetismo**

Primer parcial, 28 de setiembre 2019

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos realizados. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

**Ejercicio 1 (20 pts.)** Una esfera maciza conductora de radio  $a$  con carga libre neta  $Q$  se coloca en un medio dieléctrico lineal (infinito) de permitividad  $\epsilon$  donde existe inicialmente un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}_0 = E_0 \hat{k}$  (ver figura).

- a) Pruebe que el potencial eléctrico verifica la ecuación de Laplace fuera de la esfera.
- b) Calcule el potencial eléctrico en todo el espacio a menos de una constante.
- c) Calcule los campos  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$  y  $\vec{P}$  dentro y fuera de la esfera.
- d) Calcule la densidad superficial de carga libre sobre la esfera maciza  $\sigma_L$ , y la densidad superficial de carga de polarización  $\sigma_P$  sobre la superficie de dieléctrico en el borde de la esfera.
- f) Demuestre que el momento dipolar eléctrico asociado a la densidad de carga de polarización  $\sigma_P$  es



$$\vec{p} = -4\pi a^3 E_0 (\epsilon - \epsilon_0) \hat{k}.$$

Sugerencia: Recuerde que en presencia de simetría azimutal y cuando el ángulo  $\theta$  recorre todo el intervalo  $[0, \pi]$  el potencial solución de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas más general tiene la forma

$$\phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\theta) (A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}),$$

donde  $P_n(\cos\theta)$  son los polinomios de Legendre:  $P_0(\cos\theta) = 1$ ,  $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$ ,  $P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1)$ , etc.

Nota: observe que  $\int_0^\pi \sin(\theta) \cos^2(\theta) d\theta = \frac{2}{3}$ .

**Ejercicio 2 (20 pts.)** Considere dos placas planas paralelas  $A$  y  $B$ , conductoras y de área  $S$ , que están separadas una distancia  $L$ . El espacio entre las placas se rellena con dos sustancias conductoras cuya interfase es también un plano paralelo a las placas, como se muestra en la figura. Las conductividades y permitividades de los medios son  $g_1, \varepsilon_1$  y  $g_2, \varepsilon_2$ , respectivamente. La placa  $A$ , en contacto con el medio 1, se mantiene a potencial eléctrico  $V_0$ , mientras que la placa  $B$  está a potencial 0, en régimen estacionario. Desprecie efectos de borde.

- Calcule la densidad de corriente entre las placas.
- Determine el potencial eléctrico en la interfase entre los medios 1 y 2.
- Determine las densidades de carga libre y de polarización en la interfase entre los medios 1 y 2.
- ¿Qué condición deben verificar  $g_1, g_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  para que no haya carga libre en esta interfase?
- Calcule la resistencia eléctrica y la capacitancia entre las dos placas conductoras.

