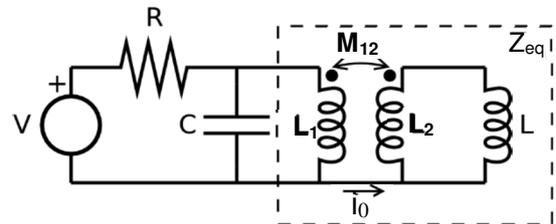


1) Un capacitor está compuesto por dos superficies conductoras cilíndricas concéntricas, de radios  $a$  y  $b$  ( $b > a$ ), con cargas libres  $+Q$  y  $-Q$ , respectivamente. Entre ellas, hay un material dieléctrico –sin carga libre– con polarización  $\vec{P} = \epsilon_0 \frac{ab}{r^2} \vec{E}(r)$ , siendo  $r$  la distancia radial al eje y  $\vec{E}$  es el campo eléctrico.

- a) Calcule el campo eléctrico  $\vec{E}$  en la región entre las placas.
  - b) Calcule la capacidad por unidad de longitud.
- (Nota: Desprecie los efectos de borde).

2) Considere el circuito de la figura, operando en régimen sinusoidal de frecuencia  $\omega$ .

La inductancia de la derecha ( $L$ ) no interacciona con las dos de la izquierda ( $L_1$  y  $L_2$ ) cuyo coeficiente de inducción mutua es  $M_{12}$ . Se verifica que  $L=L_1=L_2=M_{12}$ ;



- a) Muestre que  $i_0=0$ .
- b) Calcule la impedancia equivalente ( $Z_{eq}$ ) del conjunto de inductancias del circuito.
- c) Calcule la frecuencia  $\omega_0$  para la cual la potencia activa consumida por el circuito es nula.

3) Considere un circuito magnético con un diámetro medio  $a$ , una sección media  $S (= \pi R_0^2)$  constante y una permeabilidad  $\mu$ , siendo  $R_0$  el radio de la sección de material magnético. El circuito posee una bobina de  $N$  espiras conectada a una fuente de fem  $\epsilon(t) = \epsilon_0 \exp(i\omega t)$  a través de una resistencia  $R$ , como se muestra en la Fig. 1. En el circuito magnético es intercalado un cilindro macizo de material óhmico de conductividad  $g$  y permeabilidad magnética  $\mu$ , radio  $R_0$  y altura  $h$ , como se muestra en la Fig. 2.

- a) Calcular la inducción magnética  $\vec{B}(t)$  en el cilindro conductor en régimen estacionario, suponiendo que es espacialmente uniforme a través de la sección de material magnético. (Nota: Desprecie el campo magnético generado por las corrientes inducidas en el cilindro conductor).

- b) Calcular la densidad de corriente  $\vec{J}(r,t)$  inducida en el cilindro conductor, siendo  $r$  la distancia al eje del cilindro.

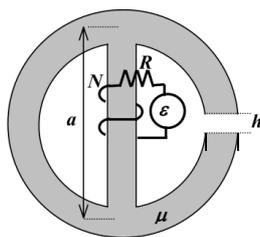


Fig. 1

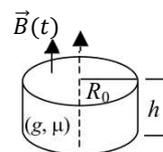


Fig. 2

**TABLA DE OPERADORES DIFERENCIALES**

	Cartesianas	Cilíndricas	Esféricas
$\nabla \psi$	$\frac{\partial \psi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{k}$	$\frac{\partial \psi}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\varphi} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial \psi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$
$\nabla \cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$
$\nabla \wedge A$	$\left[ \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right] \hat{i} +$ $+ \left[ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \hat{j} +$ $+ \left[ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right] \hat{k}$	$\left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right] \hat{\rho} +$ $+ \left[ \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right] \hat{\varphi} +$ $+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right] \hat{k}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right] \hat{r} +$ $+ \left[ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \right] \hat{\theta} +$ $+ \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \hat{\varphi}$
$\nabla^2 \psi$	$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}$

**Aprobación del Examen:** Para la aprobación del examen se requerirá tener 1.5 problemas correctos.