

## ELECTROMAGNETISMO (1128)

**Examen: 22 de Julio de 2023.**

### Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 3:30 hs.
5. Mínimo para suficiencia: un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba.

### Ejercicio N° 1:

Una carga puntual  $q$  se encuentra en el centro de un cascarón esférico de radio interior  $b$  y radio exterior  $a$ . El cascarón está formado por un dieléctrico lineal, homogéneo e isótropo, de permeabilidad constante  $\epsilon$ . Fuera del cascarón ( $0 < r < b$ ,  $r > a$ ), la permeabilidad es  $\epsilon_0$ . (ver **Figura 1a**).

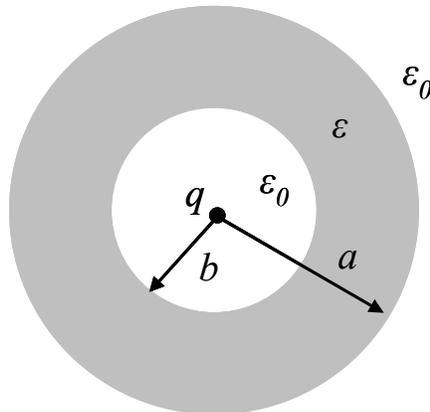


Figura 1a

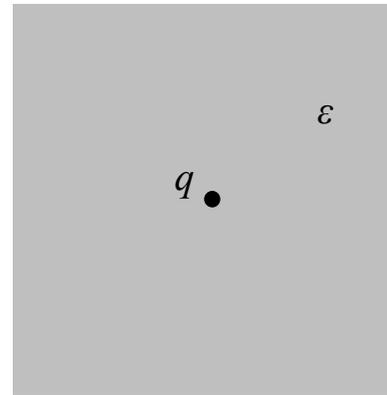


Figura 1b

- a) Halle los campos  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{P}$  en todo el espacio.
- b) Determine la densidad volumétrica de polarización  $\rho_p$  y las densidades superficiales de polarización  $\sigma_p|_{r=b}$  y  $\sigma_p|_{r=a}$ .
- c) Calcule la carga total de polarización en la superficie  $r=b$  y la carga total de polarización en la superficie  $r=a$ . Calcule explícitamente la carga total de polarización en todo el dieléctrico y explique si el resultado obtenido era esperable.
- d) Explícite los límites que se deben considerar para adaptar los resultados anteriores al problema de una carga puntual inmersa en un medio dieléctrico infinito de permitividad dieléctrica constante  $\epsilon$  (ver **Figura 1b**). Aplique esos límites para hallar el campo  $\vec{E}(r)$  en ese caso y compare lo obtenido con el campo  $\vec{E}_0(r)$  debido a una carga puntual en el vacío.

**Ejercicio N° 2:**

Dos materiales están dispuestos de tal forma que constituyen un cascarón cilíndrico (profundidad  $d$ ) de sección semicircular (radio interno  $b$  y radio externo  $a$ ) como se muestra en la **Figura 2**. Los dos materiales óhmicos, tienen conductividades y permitividades  $(g_1, \epsilon_1)$  para  $0 < \varphi < \pi/2$  y  $(g_2, \epsilon_2)$  para  $\pi/2 < \varphi < \pi$ . El electrodo en  $\varphi = 0$  se encuentra a potencial  $V_0$ , mientras que el electrodo en  $\varphi = \pi$  está conectado a tierra (potencial 0). El sistema se encuentra en estado estacionario.

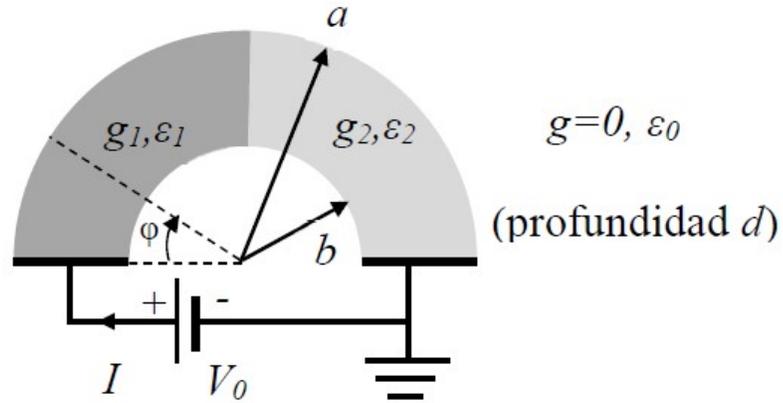


Figura 2

a) Considere soluciones de la forma:

$$\begin{cases} \phi_1(\varphi) = A_1\varphi + B_1, & 0 < \varphi < \pi/2 \quad (\text{región 1}) \\ \phi_2(\varphi) = A_2\varphi + B_2, & \pi/2 < \varphi < \pi \quad (\text{región 2}) \end{cases}$$

Muestre que verifican la ecuación de Laplace en las respectivas regiones. Escriba las condiciones de frontera sobre el potencial y determine  $A_1, B_1, A_2$  y  $B_2$  para que se verifiquen dichas condiciones.

b) Determine los campos eléctricos,  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$ , y las densidades de corriente,  $\vec{J}_1$  y  $\vec{J}_2$ , en cada región.

c) Halle las densidades superficiales de carga libre en las interfases,  $\sigma_L(\varphi = 0)$ ,  $\sigma_L(\varphi = \pi/2)$  y  $\sigma_L(\varphi = \pi)$ .

d) A partir de las densidades de corriente halladas anteriormente, calcule la corriente,  $I$ , que fluye por el material. Calcule luego, la resistencia total,  $R$ , entre los electrodos en  $\varphi = 0$  y  $\varphi = \pi$ .

**Ejercicio N° 3:**

Un cable conductor por el que circula una corriente  $I$ , se encuentra enrollado con  $N$  vueltas sobre un núcleo de material magnético lineal de permeabilidad magnética infinita ( $\mu \rightarrow \infty$ ) excepto por un pequeño entrehierro de largo  $\ell_g$ , donde la permeabilidad magnética es la del aire,  $\mu_0$ , y un imán permanente recto de largo  $\ell_m$ . El imán permanente está construido con un material ferromagnético cuya curva de histéresis se adjunta (ver **Figura 3**). En dicha curva se satisface la relación  $B_R = 3\mu_0 H_C$ . La corriente que circula por el bobinado verifica  $NI = 2H_C \ell_g$ . El circuito magnético tiene sección uniforme  $A$ .

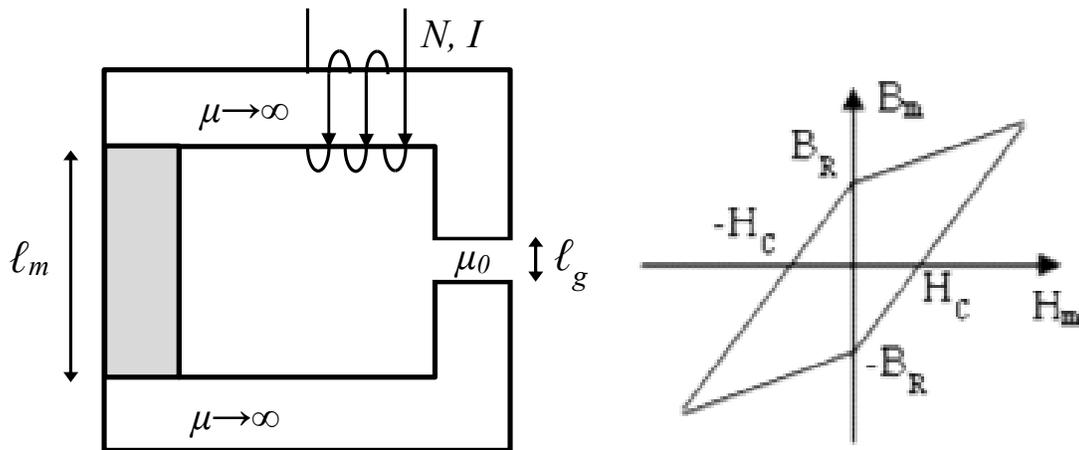


Figura 3

- a) Despreciando efectos de borde, halle los posibles valores de los campos  $H_0$  en el entrehierro de aire,  $H_n$  en el núcleo y  $H_m$  en el imán. (**Obs:** tenga en cuenta que habrá generalmente dos valores posibles para los campos debido a las dos posibles orientaciones de los polos del imán.)
- b) Determine qué relación deben cumplir  $\ell_m$  y  $\ell_g$  para que la inducción magnética en el imán,  $B_m$ , sea nula.