ELECTROMAGNETISMO (1128)

Examen: 3 de Febrero de 2023.

Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 3:30 hs.
5. Mínimo para suficiencia: un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba.

Ejercicio Nº 1:

Considere un disco de radio a con densidad superficial de carga uniforme σ_0 (ver **Figura 1a**)

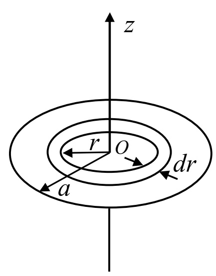

Figura 1a

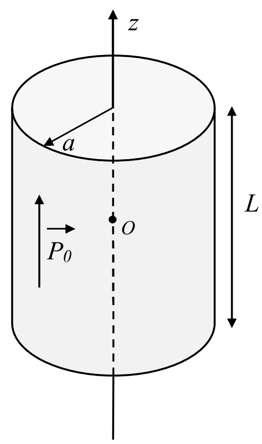

Figura 1b

a) Calcule la contribución al campo eléctrico *en todos los puntos del eje z*, $d\vec{E}(z)$, de un anillo diferencial de radio r ($r<a$) y ancho dr.

b) Calcule a partir del resultado anterior el campo eléctrico en todos los puntos del eje z, $\vec{E}(z)$, para el disco de radio a y explicite el resultado para z>0 y z<0. Verifique que su resultado se reduce al campo de un plano infinito si $a \to \infty$.

Considere ahora un cilindro de radio a y atura L, centrado en el eje z, que tiene una polarización uniforme $\vec{P} = P_0\,\hat{z}$ (ver **Figura 1b**).

c) Halle la densidad volumétrica de carga de polarización ρ_P y la densidad superficial de carga de polarización σ_P.

d) Determine los campos eléctrico $\vec{E}(z)$ y de desplazamiento $\vec{D}(z)$ *en todos los puntos del eje z*. Explicite los resultados para z>L/2, -L/2<z<L/2 y z<-L/2.

Ejercicio Nº 2:

Una esfera localizada en $z=0$ y radio R, con permitividad dieléctrica ε_1 y conductividad óhmica g_1 se encuentra inmersa en una región del espacio con permitividad dieléctrica ε_2 y conductividad óhmica g_2 donde existía un campo eléctrico uniforme en ausencia de la esfera ($\vec{E}_0 = E_0\,\hat{z}$). Considere que el sistema se encuentra en estado estacionario, no hay densidad volumétrica de carga libre y los dieléctricos son lineales, isótropos y homogéneos (ver Figura 2).

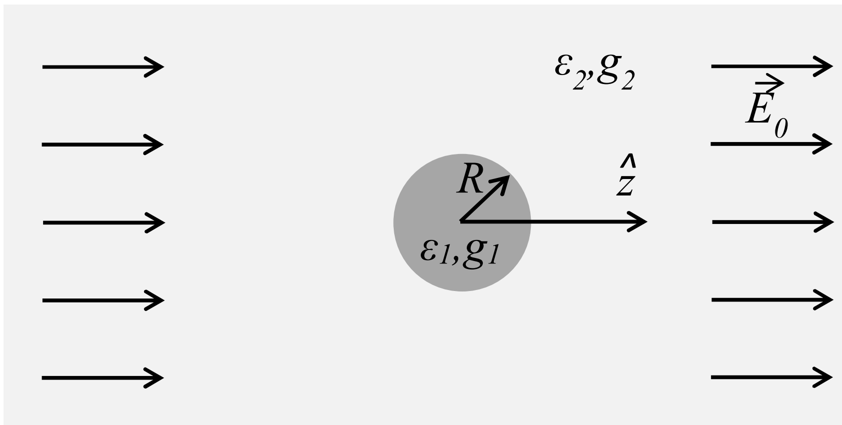

Figura 2

a) Demuestre que el potencial escalar electrostático en cada dieléctrico: $\phi_1(r,\theta)$ para r<R y $\phi_2(r,\theta)$ para r>R, satisface la ecuación de Laplace y plantee las condiciones de frontera que deben ser verificadas por dichos potenciales.

b) Considere soluciones de la forma:

$$\begin{cases} \phi_1(r,\theta) = \left(Ar + \dfrac{B}{r^2} \right)\cos\theta, & r < R \\ \phi_2(r,\theta) = \left(Cr + \dfrac{D}{r^2} \right)\cos\theta, & r > R \end{cases}$$

y determine A, B, C y D para que se verifiquen las condiciones de frontera halladas en (a). Explicite cómo resultan los potenciales escalares electrostáticos $\phi_1(r,\theta)$ y $\phi_2(r,\theta)$ así como los respectivos campos $\vec{E}_1(r,\theta)$ y $\vec{E}_2(r,\theta)$. ¿Por qué es posible justificar la validez del resultado final sin haber usado la solución general a la ecuación de Laplace en todos los órdenes (n=0,1,2,3,…)?

c) Identifique a partir del potencial electrostático hallado para la región r>R, cuál es el momento dipolar efectivo $\vec{p}$ de la esfera.

d) Halle la densidad superficial de carga libre, $\sigma_L(r=R,\theta)$ en la interfase $r=R$ y determine luego la relación que debería existir entre ε_1, g_1, ε_2 y g_2 para que σ_L resultase nula para todo θ.

Ejercicio Nº 3:

Un cable conductor por el que circula una corriente I, se encuentra enrollado con N vueltas sobre un material magnético en forma de C, de permeabilidad magnética infinita ($\mu \to \infty$) excepto por un pequeño entrehierro de largo a y ancho b, que tiene permeabilidad magnética finita μ_1 (ver **Figura 3**). La barra de la derecha también tiene permeabilidad magnética inifita y se encuentra a distancia x de los extremos de ancho s del material con forma de C. El sistema tiene profundidad D y está rodeado de aire, cuya permeabilidad magnética es $\mu = \mu_0$.

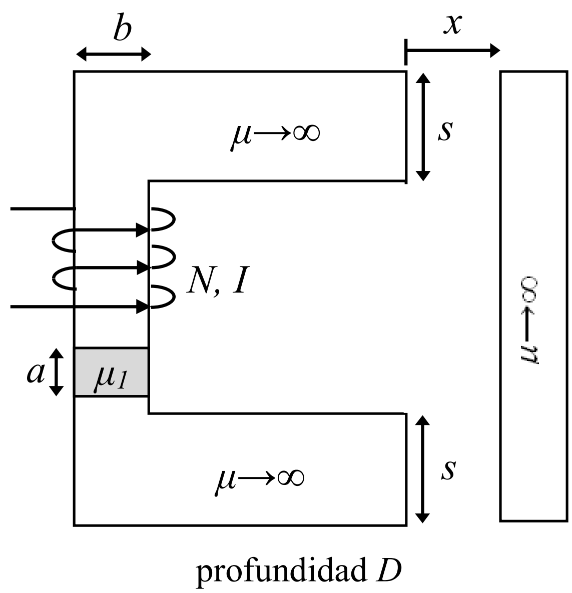

Figura 3

a) Despreciando efectos de borde, halle los campos $\boldsymbol{H_0}$ en los entrehierros de aire de altura s y ancho x y $\boldsymbol{H_1}$ en el entrehierro de altura a y ancho b con permeabilidad μ_1.

b) Determine la autoinductancia L del enrollado de N vueltas en función de x.

c) Calcule la energía magnética almacenada en el sistema por un lado, a partir del L calculado en (b) y por otro lado, a partir de los campos hallados en (a) y verifique que ambos cálculos llevan al mismo resultado.

d) Encuentre la fuerza magnética sobre la barra como función de x si se mantiene I constante.