ELECTROMAGNETISMO (1128) - Curso 2023

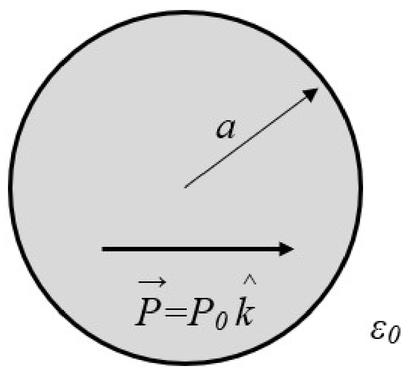
Examen: 22 de Diciembre de 2023.

Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 4:00 hs.
5. Mínimo para suficiencia: un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba.

Ejercicio Nº 1:

Una esfera de radio a con polarización uniforme, $\vec{P} = P_0\hat{k}$, se encuentra inmersa en el vacío (ver figura).



a) Calcule la densidad superficial de carga de polarización, σ_P y la densidad de carga volumétrica de polarización, ρ_P y a partir de ellas calcule explícitamente la carga total de polarización Q_P.

b) i) Demuestre que el potencial electrostático verifica la ecuación de Laplace dentro y fuera de la esfera.

ii) Plantee las condiciones de frontera que debe verificar el potencial electrostático (o su derivada) considerando las regiones (1) $r<a$ y (2) $r>a$.

c) i) Determine el potencial electrostático en las regiones (1) $r<a$ y (2) $r>a$. Recuerde que las soluciones a la ecuación de Laplace en simetría esférica son:

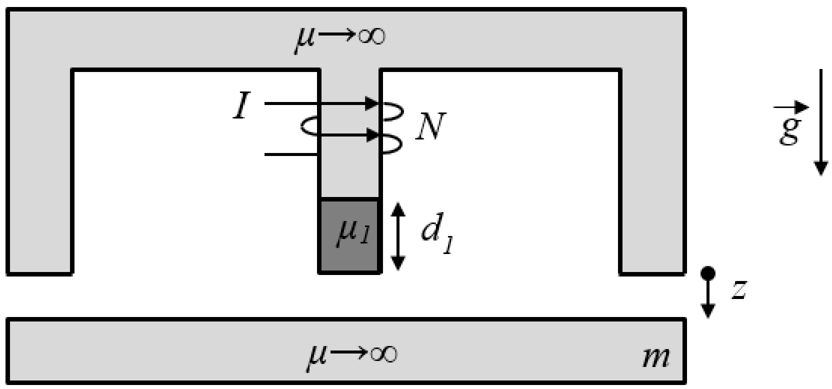
$$\phi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}}\right)P_n(\cos\theta) \quad con\ P_0 = 1,\ P_1 = \cos\theta,\ etc.$$

ii) A partir de lo hallado anteriormente, identifique el momento dipolar total de la esfera $\vec{p}$, en función de $\vec{P}$.

d) Calcule el campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$, en todo el espacio.

Ejercicio Nº 2:

El sistema magnético de la figura está formado por un núcleo de tres ramas cuya permeabilidad magnética puede considerarse como $\mu \to \infty$, excepto por un sector en la rama central, donde hay otro material magnético, de permeabilidad μ_1 y espesor d_1 y por tres entrehierros con aire (permeabilidad μ_0), de espesor z (z pequeño en comparación a las dimensiones del sistema). Todo el sistema tiene sección transversal uniforme A. En la rama central existe una bobina de N vueltas por la que circula una corriente I (ver figura).



a) Plantee las ecuaciones de malla y nodo, considerando los flujos magnéticos y las reluctancias involucradas. Determine luego la autoinductancia L de la bobina.

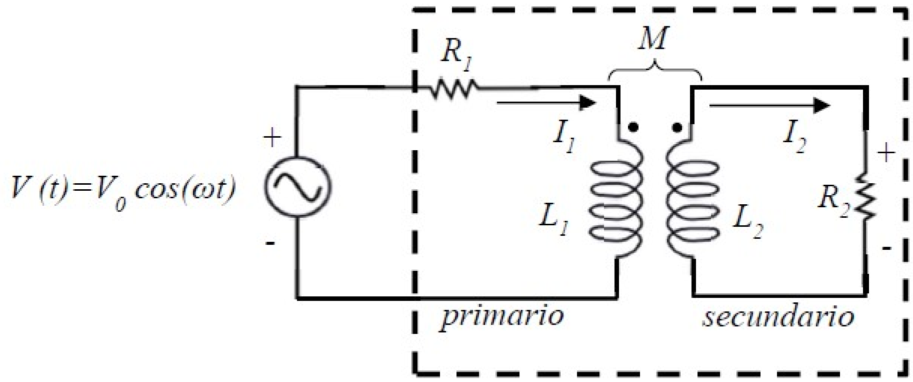
b) Halle los módulos de la inducción magnética, $|\vec{B}|$ y de la intensidad magnética, $|\vec{H}|$, en el núcleo (donde $\mu \to \infty$), en el material con μ_1 y en los entrehierros con aire.

c) Determine la energía almacenada en el sistema U(z).

d) Halle la fuerza magnética que se ejerce sobre la barra horizontal, de masa m y determine luego, el valor de la corriente por la bobina para que la barra permanezca en equilibrio bajo la acción de la gravedad, cuando el entrehierro tiene un valor dado z_0.

Ejercicio Nº 3:

En el circuito de la figura, la tensión de la fuente en el primario es: $v(t) = V_0 e^{j\omega t}$. Se asumen conocidos R_1, R_2, L_1, L_2 y M.



a) i) Plantee las ecuaciones de malla para las corrientes complejas, tomando en cuenta la posición de los puntos y los sentidos de las corrientes para asignar los signos a los términos con la inductancia mutua M (siendo $M > 0$).

ii) Halle las corrientes complejas I_1 e I_2 indicadas en la figura.

b) Determine la impedancia equivalente, Z_{eq}, que ve la fuente (zona punteada en la figura).

c) Sea $V_2(\omega)$, la tensión compleja a través de la resistencia R_2, determine el cociente V_2/V_0 en función de ω, R_1, R_2, L_1, L_2 y M.

d) Halle los valores correspondientes de V_2/V_0 y de I_2/I_1 si la resistencia R_2 es sustituida por un cable (cortocircuito). Determine en ese caso la potencia media disipada por el circuito si además se conoce que todo el flujo magnético de la bobina 1 atraviesa la bobina 2 y viceversa.