

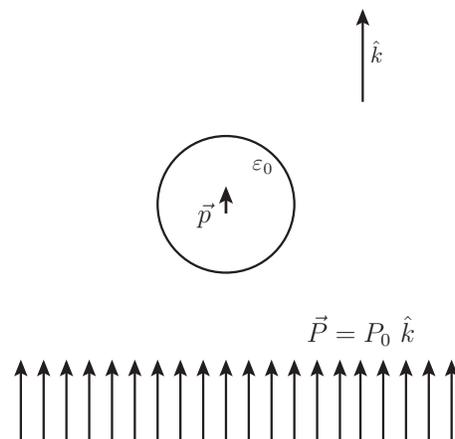
Electromagnetismo

Primer parcial, 28 de setiembre 2018

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos realizados. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1 (20 pts.) Considere un sistema compuesto por un dieléctrico (infinito) con polarización $\vec{P} = P_0 \hat{k}$ con un hueco vacío esférico de radio R . En el centro del hueco se ubica un dipolo eléctrico de momento dipolar $\vec{p} = p\hat{k}$ (ver figura).

- a) Pruebe que el potencial eléctrico verifica la ecuación de Laplace en todo el espacio, excepto sobre el dipolo y en el borde del hueco.
- b) Calcule el potencial eléctrico en todo el espacio. Observe que el desplazamiento eléctrico tiende a cero en el infinito.
- c) Calcule las densidades volumétrica y superficiales de carga de polarización.
- d) Demuestre que el momento dipolar eléctrico asociado a la densidad superficial de carga de polarización en el borde del hueco es



$$\vec{p}' = -\frac{4\pi R^3}{3} P_0 \hat{k}.$$

- e) ¿Por qué razón el potencial eléctrico calculado en la parte (b) fuera del hueco no coincide con el desarrollo multipolar del potencial de un dipolo de momento $\vec{p} + \vec{p}'$?

Sugerencia: Recuerde que en presencia de simetría azimutal y cuando el ángulo θ recorre todo el intervalo $[0, \pi]$ el potencial solución de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas más general tiene la forma

$$\phi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos\theta) (A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}),$$

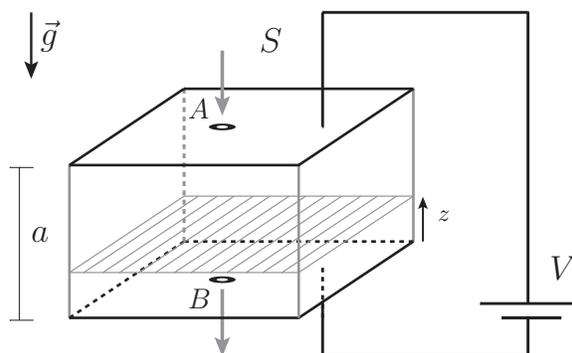
donde $P_n(\cos\theta)$ son los polinomios de Legendre: $P_0(\cos\theta) = 1$, $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$, $P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1)$, etc.

Ejercicio 2 (20 pts.) Considere un prisma hueco de material plástico (aislante) de área S y espesor a (con $S \gg a^2$) que tiene dos orificios A y B pequeños por los que puede entrar y salir un líquido dieléctrico. El líquido dieléctrico tiene permitividad eléctrica $\varepsilon = k\varepsilon_0$, conductividad g y densidad de masa ρ_m . Las caras superior e inferior del prisma se reemplazan por un material conductor y se conectan a una fuente como se muestra en la figura.

- a) Suponga que el líquido dieléctrico permanece dentro del prisma (no entra ni sale) y que ocupa una altura z . Calcule la capacidad equivalente del capacitor.

Observe que en estas condiciones no circula corriente en el sistema.

- b) Calcule la energía almacenada en el capacitor y la fuerza eléctrica que se ejerce sobre la placa inferior.
- c) Determine la diferencia de potencial V^* que se debe aplicar entre los conductores para que el sistema esté en equilibrio con el líquido a mitad de altura ($z = a/2$).



Suponga que ahora la fuente entrega una diferencia de potencial V_0 de forma que el líquido llena todo el prisma, se cierran los orificios A y B , y luego se desconecta la fuente en $t = 0$.

- d) Halle la variación de la densidad superficial de carga libre en las tapas superior e inferior del prisma en función del tiempo $\sigma(z = a, t)$ y $\sigma(z = 0, t)$.

Nota: considere que el aire tiene permitividad eléctrica ε_0 y es un aislante perfecto.