Electromagnetismo

Examen, 19 de diciembre de 2019

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos realizados. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre y documento en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1 Un medio estratificado es aquel cuyas propiedades dependen de la altura z. Un material de este tipo se coloca entre dos placas conductoras y paralelas, de área A, separadas una distancia a en la dirección del eje $\hat{z}$. La permitividad eléctrica del material varía de ε_0 a $2\varepsilon_0$ en la forma

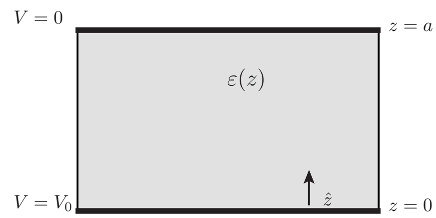
$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 \left(\frac{z}{a} + 1 \right).$$

Se aplica una diferencia de potencial V_0 entre las placas, como muestra la figura.

a) Calcule los campos $\vec{E}$, $\vec{D}$ y $\vec{P}$ en todos los puntos del material.

b) ¿Cuál es la densidad de carga de polarización (superficial y volumétrica) en el material?

c) Halle la energía almacenada en el sistema, y calcule su capacitancia.



Desprecie los efectos de borde.

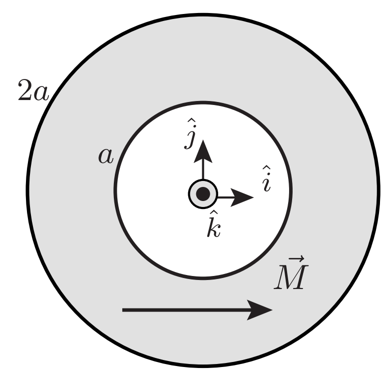
Ejercicio 2 Un cilindro hueco de longitud infinita, radio interior a y exterior $2a$, con su eje de simetría en la dirección $\hat{k}$ está magnetizado con $\vec{M} = M_0\hat{i}$ como muestra la figura. Todo el sistema está inmerso en el vacío.

a) Pruebe que existen tres potenciales escalares magnéticos φ_{mi}, con $i = 1, 2, 3$ definidos como $\vec{H}_i = -\nabla\varphi_{mi}$, que verifican la ecuación de Laplace para cada región del espacio: $r < a$ $(i = 1)$, $a < r < 2a$ $(i = 2)$ y $2a < r$ $(i = 3)$.

b) Escriba las seis condiciones de borde (dos para cada interfase) que existen en el problema.

c) Halle los campos $\vec{H}$ y $\vec{B}$ en cada región del espacio.

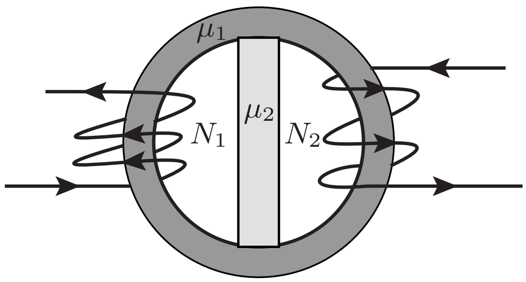
d) Calcule todas las corrientes volumétricas y superficiales de magnetización.



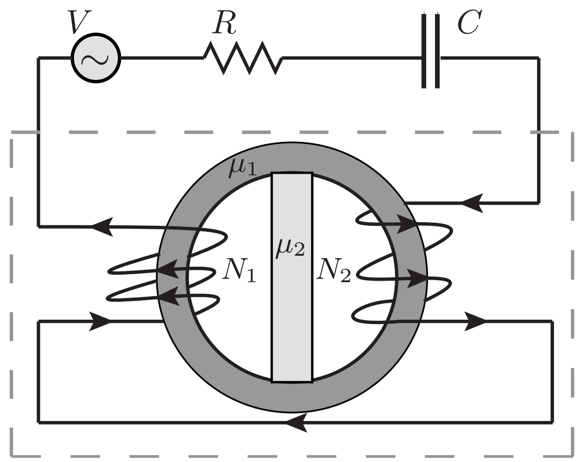
Sugerencia: recuerde que el potencial más general solución de la ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas, en el caso en que existe independencia de la coordenada z, tiene la forma

$$\varphi(r,\theta) = A_0 + A_1\ ln(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[(A_n\ r^n + B_n\ r^{-n}) cos(n\theta) + (C_n\ r^n + D_n\ r^{-n}) sen(n\theta) \right].$$

Ejercicio 3 Considere el circuito magnético de la figura (a) con una sección constante S y radio medio r, donde existen dos medios magnéticos lineales con permeabilidades $\mu_1 \gg \mu_0$ y $\mu_2 \gg \mu_0$ que verifican la relación $\mu_2/2 = \mu_1/\pi$. Los bobinados tienen N_1 y N_2 vueltas. Desprecie los efectos de borde.



(a)



(b)

a) Determine la auto inductancia e inductancias mutuas de los bobinados.

Ahora considere las conexiones que se muestran en la figura (b). Las bobinas 1 y 2 se conectan entre sí, en serie con una resistencia R y un capacitor C y el circuito es alimentado por una fuente alterna con $V = V_0 cos(\omega t)$. Considere el funcionamiento en régimen estacionario.

b) Halle la impedancia equivalente Z_{eq} de la zona punteada del circuito.

c) Halle la corriente $I(t)$ que circula por la resistencia.

d) Calcule la potencia media disipada en el circuito.

e) Determine la frecuencia que maximiza la potencia media disipada.

f) ¿Cómo podría modificar el circuito magnético para que la frecuencia hallada en **e)** se duplique?