Examen Electromagnetismo

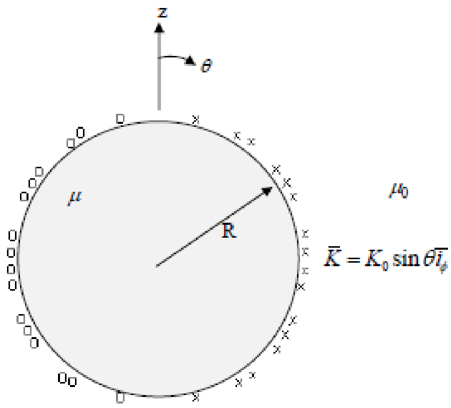
5 de Agosto de 2020

Instituto de Física – Facultad de Ingeniería

- Se deberá comunicar claramente los razonamientos realizados. Las respuestas correctas que no incluyan una correcta justificación, serán consideradas como incompletas.
- Se debe poner el nombre en todas las hojas.
- Se recuerda que la prueba es individual.

Ejercicio 1.

Se coloca en la superficie de una esfera de radio R, una corriente superficial $K = K_0 sin\theta\ e_\phi$. El interior de la esfera tiene una permeabilidad magnética μ. La esfera se coloca en el vacío con permeabilidad magnética μ_0. No hay campo magnético en el infinito.



a) Pruebe que existen φ_1^* y φ_2^* potenciales escalares magnéticos, para las regiones $r < R$ y $r > R$ respectivamente, definido como $\vec{H}_1 = -\nabla\varphi_1^*$ y $\vec{H}_2 = -\nabla\varphi_2^*$. Pruebe además, que ambos verifican la ecuación de Laplace.

b) ¿Cuáles son las condiciones de borde en el campo magnético en $r = 0$ y, $r = R$?. Escriba las condiciones de borde en función de φ_1^* y φ_2^*.

c) Use las condiciones de borde de la parte b) y las soluciones a la ecuación de Laplace para determinar ambos potenciales escalares magnéticos.

d) Calcule los campos $\vec{B}$ y $\vec{H}$ en todo el espacio.

e) En analogía al potencial escalar magnético para un dipolo magnético puntual, ¿cuál es el momento magnético efectivo de la esfera?

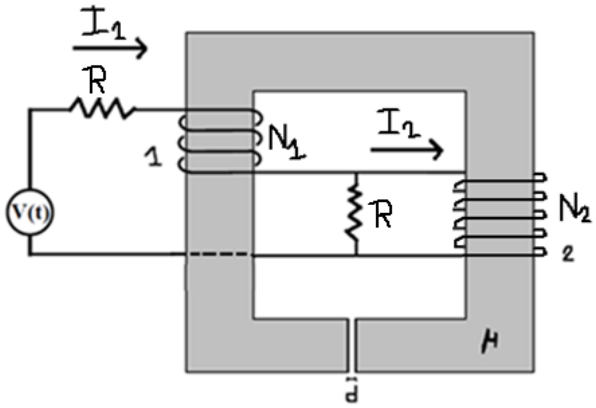
Sugerencia: recuerde que el potencial más general solución de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas, en el caso en que existe independencia de la coordenada ϕ, tiene la forma:

$$\varphi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\left[\left(A_n r^n + B_n r^{-(n+1)}\right)P_n(\cos\theta)\right],$$

$$P_0(\cos\theta) = 1, P_1(\cos\theta) = \cos\theta\,, P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)\ \ldots$$

Ejercicio 2.

Considere el circuito de la figura, formado por un mismo núcleo magnético cuadrado, con permeabilidad $\mu \gg \mu_0$, de lado medio l y área de sección S. El núcleo presenta un pequeño entrehierro de tamaño d ($\ll l$). Los dos bobinados, con N_1 y $N_2 = 2N_1$ vueltas, se enrollan (como indica la figura) sobre el núcleo. El conjunto de bobinas y resistencias esta alimentado con una fuente $V(t) = V_0 cos\omega t$.



a) Determine la autoinductancia de cada bobina (L_1 y L_2) y la inductancia mutua M_{12} entre ellas.

b) Calcule los campos B y H en todo el circuito magnético (material y entrehierro), en función de las corrientes I_1 e I_2.

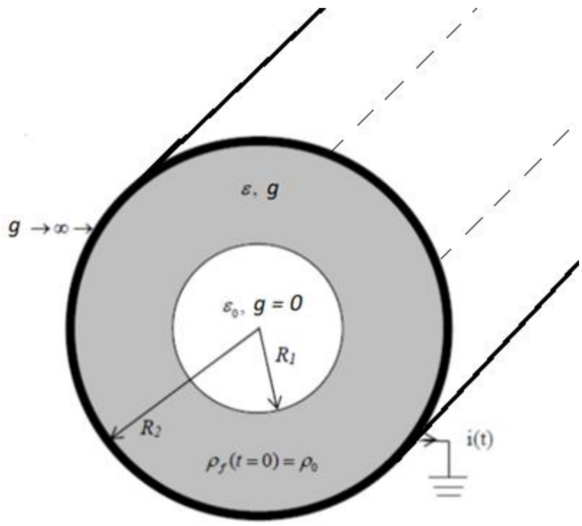
c) Dibuje el circuito eléctrico, con el sistema de puntos correspondiente para indicar el sentido de las mutuas.

d) Calcule la corriente que circula por la fuente.

f) Halle la potencial media disipada en la resistencia que se encuentra en paralelo con N_2.

Ejercicio 3.

Un cascaron cilíndrico radio interno R_1 y radio externo R_2, compuesto por un medio dieléctrico y óhmico, de pemitividad dieléctrica ε y una conductividad g, está cargado uniformemente en tiempo $t = 0$ con una densidad de carga libre $\rho_l(t = 0) = \rho_0$. La región interior al cascaron es vacío con permitividad ε_0 y conductividad nula. Asuma que la densidad de carga superficial en $r = R_1$ es cero para todo tiempo. La superficie a $r = R_2$ es un conductor perfecto conectado a tierra, de modo que el campo eléctrico para $r > R_2$ es nulo. El largo d del cilindro es lo suficientemente grande para poder despreciar efectos de borde.



a) ¿Cuál es el campo eléctrico en el hueco $r < R_1$?.

b) Calcule la densidad de carga volumétrica, el campo eléctrico $\vec{E}$ y la densidad de corriente dentro del dieléctrico en función del espacio y el tiempo.

c) Calcule la densidad superficial de carga en el conductor $(r = R_2)$.

d) ¿Cuál es la corriente a tierra $i(t)$?.