ELECTROMAGNETISMO (1128) - Curso 2023

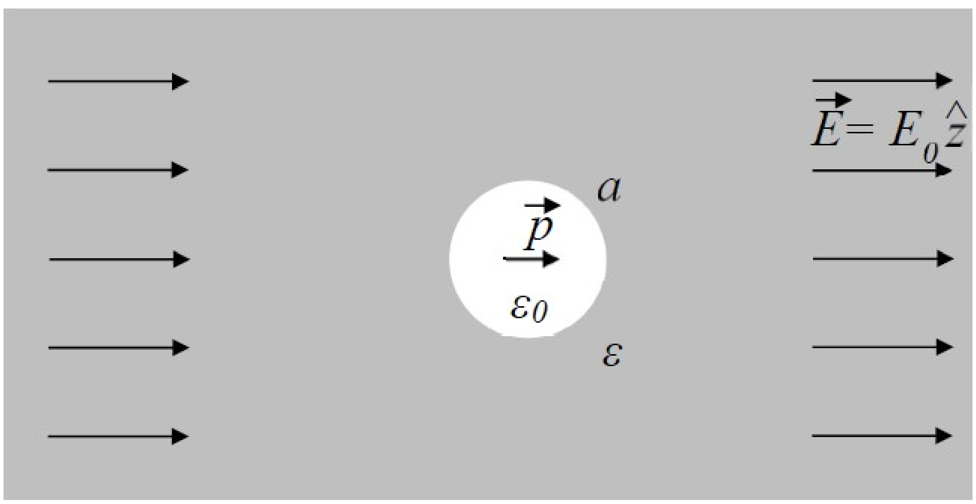
Examen: 8 de Febrero de 2024.

Importante:

1. Fundamente sus respuestas.
2. La prueba es individual y sin material.
3. Antes de entregar asegúrese de que todas sus hojas están correctamente identificadas con su nombre, cédula de identidad y número de lista, así como numeradas secuencialmente.
4. Duración: 4:00 hs.
5. Mínimo para suficiencia: un ejercicio completo y la mitad del global de la prueba.

Ejercicio Nº 1:

Considere un medio dieléctrico lineal infinito con permitividad ε. En dicho medio existe una cavidad en forma de esfera de radio a con un dipolo puntual $\vec{p} = p_0\hat{z}$ en el origen (centro de la esfera). Lejos de la cavidad, en el medio dieléctrico, el campo eléctrico es $\vec{E} = E_0\hat{z}$. Ver figura.



a) Demuestre que el potencial electrostático verifica la ecuación de Laplace tanto dentro como fuera de la cavidad considerando las regiones (1) $0<r<a$ y (2) $r>a$.

b) Plantee las condiciones de frontera que debe verificar el potencial (o su derivada) considerando las regiones (1) $0<r<a$ y (2) $r>a$.

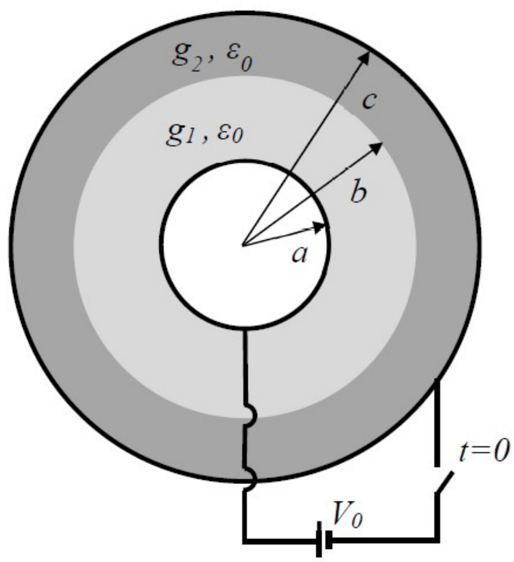
c) Determine el potencial electrostático en las regiones (1) $0<r<a$ y (2) $r>a$. Recuerde que las soluciones a la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas con simetría azimutal son de la forma:

$$\phi(r,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}}\right)P_n(\cos\theta) \quad con\ P_0 = 1,\ P_1 = \cos\theta,\ etc.$$

d) Halle la densidad superficial de polarización inducida, σ_P, en la superficie $r=a$.

Ejercicio Nº 2:

Entre dos superficies cilíndricas conductoras ideales $(g \to \infty)$, de largo L y radio interno a y externo c ($L>>a,c$), existen dos medios materiales óhmicos de conductividades g_1 y g_2 y permitividad ε_o (ver figura). Este arreglo se conecta a una fuente de voltaje V_0 como se muestra en la figura.



Asuma que el circuito ha alcanzado el régimen estacionario, y determine:

a) la densidad de corriente volumétrica $\vec{J}$, el campo eléctrico $\vec{E}$ en cada uno de los medios entre las superficies conductoras cilíndricas y la corriente I que circula por el circuito.

b) la resistencia total R del circuito y la potencia P disipada por ella

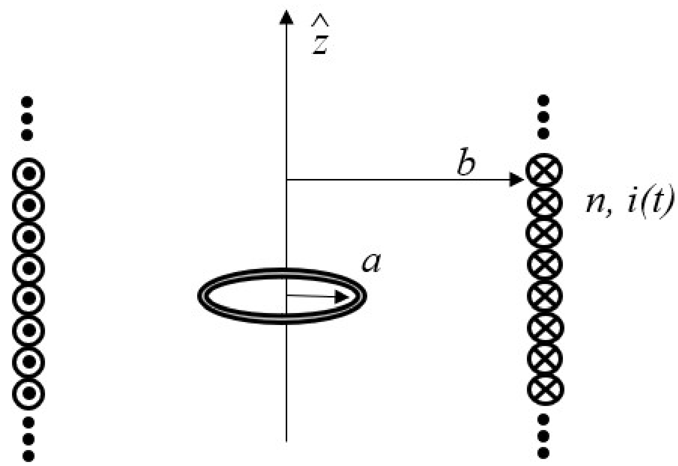
c) las densidades de carga libre en las superficies $r=a$, $r=b$ y $r=c$.

Considere ahora que en un determinado instante luego de haber alcanzado el régimen estacionario, se desconecta la fuente en t=0:

d) halle las densidades de carga libre en función del tiempo en las superficies conductoras en $r=a$ y $r=c$.

Ejercicio Nº 3:

Una bobina muy larga (desprecie efectos de borde) de radio b tiene n vueltas por unidad de longitud y lleva una corriente $i(t) = i_0\, sen(\omega t)$. Considere régimen cuasi-estacionario (desprecie la corriente de desplazamiento). Trabaje en coordenadas cilíndricas donde r es la distancia al eje z e indique claramente dirección y sentido de los vectores involucrados, así como las curvas que pudiera considerar al resolver el ejercicio.



a) Encuentre el campo magnético dentro de la bobina $\vec{B}_1$. Asuma que el campo magnético es cero fuera de ella.

b) Encuentre el campo eléctrico inducido dentro de la bobina ($r<b$), $\vec{E}_1$, y fuera de ella ($r>b$), $\vec{E}_2$.

c) Bosqueje el módulo del campo eléctrico en función de r (distancia al eje z) para el instante $t=2\pi/\omega$.

Considere ahora que en el interior de la bobina se coloca una pequeña espira circular de alambre (coaxial con la bobina, centrada el eje z), de radio a. Ver figura.

d) Calcule la inductancia mutua, M, entre la bobina y la espira.