CDIV – Práctico 3 – Ej 1

Bernardo Marenco

Marzo 2020

Ejercicio 1

Parte 1) - Demostrar que $\sqrt{3}$ no es un número racional.

Recordar que un $x \in \mathbb{R}$ es racional si $x = \frac{p}{q}$ con $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$

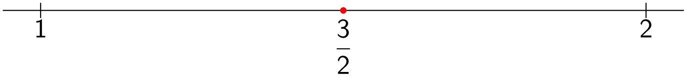
<u>**DEM**</u>

- Suponemos $\sqrt{3}$ es racional $\Rightarrow$ existen $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$ tal que $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$.
- Suponemos además que la fracción es irreducible, es decir, que el máximo común divisor entre p y q es 1 $(mcd(p,q) = 1)$
- Elevamos al cuadrado: $3 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow p^2 = 3q^2 \Rightarrow p^2$ es múltiplo de 3.
- <u>**Obs**</u>: si p^2 es múltiplo de 3, entonces p es múltiplo de 3.
  Idea de la prueba: suponer que p no es múltiplo de 3 y concluir que p^2 no puede serlo.
- Entonces $p = 3k$ para algún $k \in \mathbb{N}$.
- Sustituimos en la igualdad $p^2 = 3q^2$: $(3k)^2 = 3q^2 \Rightarrow 3k^2 = q^2$
- Entonces q^2 es múltiplo de 3, y por lo tanto q lo es.
- Tenemos una contradicción, pues habíamos supuesto que $mcd(p,q) = 1$.

Ejercicio 1

Parte 2) - Aproximar $\sqrt{3}$ por fracciones garantizando que el error sea menor que $1/128$.

- Sabemos que $1 < \sqrt{3} < 2$ ya que $\underbrace{1^2}_{1} < \underbrace{\left(\sqrt{3}\right)^2}_{3} < \underbrace{2^2}_{4}$.
- Tiramos a embocar: suponemos $\sqrt{3}$ es el punto medio entre 1 y 2.

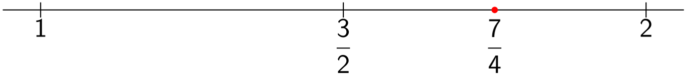


- Seguro que $\sqrt{3}$ está en ese intervalo $\Rightarrow$ el error cometido (distancia entre el valor real y nuestra estimación) es menor a $1/2$.
- Sin embargo $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2{,}25 < 3 \Rightarrow$ el valor real es **mayor** a $\frac{3}{2}$.

Ejercicio 1

Parte 2) - Aproximar $\sqrt{3}$ por fracciones garantizando que el error sea menor que $1/128$.

- Nuevamente tiramos a embocar: suponemos $\sqrt{3}$ es el punto medio entre $\dfrac{3}{2}$ y 2, es decir $\dfrac{\frac{3}{2}+2}{2} = \dfrac{3}{4} + 1 = \dfrac{7}{4} = 1{,}75$.

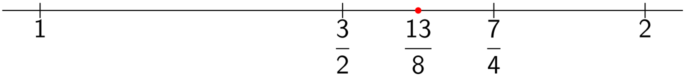


- El error cometido es menor a $1/4$.
- Sin embargo $\left(\dfrac{7}{4}\right)^2 = \dfrac{49}{16} = \dfrac{48+1}{16} = 3 + \dfrac{1}{16} = 3{,}0625 > 3 \Rightarrow$ el valor real es **menor** a $\dfrac{7}{4}$.

Ejercicio 1

Parte 2) - Aproximar $\sqrt{3}$ por fracciones garantizando que el error sea menor que $1/128$.

- Nuevamente tiramos a embocar: suponemos $\sqrt{3}$ es el punto medio entre $\dfrac{3}{2}$ y $\dfrac{7}{4}$, es decir $\dfrac{\frac{3}{2}+\frac{7}{4}}{2} = \dfrac{13}{8} = 1{,}625$.



- El error cometido es menor a $1/8$.
- Sin embargo $\left(\dfrac{13}{8}\right)^2 = \dfrac{169}{64} = 2{,}640625 < 3 \Rightarrow$ el valor real es **mayor** a $\dfrac{13}{8}$.

Ejercicio 1

Parte 2) - Aproximar $\sqrt{3}$ por fracciones garantizando que el error sea menor que $1/128$.

- En cada paso el error se divide a la mitad.
- Si quiero error menor a $1/128$ debo repetir este procedimiento 7 veces (ya que $128 = 2^7$)
- Después de 7 repeticiones la estimación es $\dfrac{221}{128} = 1,7265625$.
- Estimación dada por una calculadora: $1,732050808$

Ejercicio 1

Parte 3) - ¿Gráficamente, qué sucede?.