Departamento de Arquitectura Instituto de Computación

Universidad de la República

Montevideo - Uruguay

Notas de Teórico

Máquinas de Estado

Arquitectura de Computadoras

(Versión 4.3 - 2012)

10 MAQUINAS DE ESTADO

10.1 Introducción

En este capítulo retomaremos el tema de los *circuitos secuenciales* y, en particular, veremos como la metodología de *Máquinas de Estado* permite especificar y deducir a partir de la especificación cuál sería un circuito lógico, combinación de flip-flops y lógica combinatoria, que implemente un circuito secuencial dado.

Como dijimos antes un circuito secuencial es aquél en el cual la(s) salida(s) actual(es) depende(n) no solo del valor actual de la(s) entrada(s), sino también de la historia pasada de esa(s) entrada(s). La denominación de "secuencial" que recibe este tipo de circuitos hace referencia justamente al hecho que su comportamiento depende de cual ha sido la secuencia de valores de la(s) entrada(s).

Dado que puede haber infinitas secuencias de entrada(s) que, a su vez, pueden ser de largo infinito resulta muy útil introducir una regla que las agrupe y que permita encarar el problema con un conjunto finito de elementos: los estados.

10.2 Estado

Vamos de definir una relación de equivalencia entre dos secuencias de valores de entrada(s) de un circuito secuencial dado. Esta relación establece que dos secuencias serán equivalentes si cumplen con dos condiciones: coinciden a partir de cierto punto y a partir de dicho punto la salida del circuito es la misma para ambas secuencias.

Ejemplo: las secuencias A y B son equivalentes

```
Secuencia A: 011100110101111001101111000000110101011100....
Salida:      000000000000010101010000001000000000001000....
Secuencia B:          101010111001100000000110101011100....
Salida:               000010101010000001000000000001000....
                                  ↑
```

y que a partir del lugar indicado cumplen ambas condiciones.

A partir de la regla de equivalencia podemos separar el conjunto de infinitas secuencias de entrada(s) en clases de equivalencia. A cada clase de equivalencia le corresponde un **estado** del circuito secuencial. Notemos que esta idea se corresponde con el concepto intuitivo de "haber llegado a un cierto estado" luego de recorrer cierto camino. Si bien esta clasificación se puede hacer siempre y la asociación con los estados también, solo nos interesarán los casos donde el número de clases de equivalencia distintas sea finito, ya que de otra forma no sería posible construir un circuito secuencial que tuviera ese comportamiento (resultado que no vamos a demostrar ya que se ve en las asignaturas de Ciencia de la Computación). Un circuito secuencial que se analiza en base a la idea de estado recibe el nombre de Máquina de Estado (ó Máquina de Estados).

10.3 Autómatas Finitos Deterministas

Las máquinas de estado son, en definitiva, un caso particular de Autómatas Finitos Deterministas (AFD). Los AFD son un modelo matemático de un sistema con entradas y salidas discretas. Dicho sistema pude estar en cualquiera de un número finito de configuraciones o estados. El estado del sistema resume, como vimos, la información concerniente a entradas anteriores, y que es necesaria para determinar el comportamiento del sistema para entradas posteriores, ya que dicho comportamiento es siempre el mismo para la misma combinación estado – entrada. De esta característica viene el término de determinista.

En las materias de Ciencia de la Computación encontraremos muchos ejemplos de sistemas de estado finito, y la teoría de autómatas finitos es una herramienta útil para el diseño de tales sistemas. También es una herramienta útil para el diseño de programas, en particular los que implementan protocolos de algún tipo, incluyendo las interfaces hombre-máquina. En nuestra asignatura veremos como un circuito secuencial puede ser modelado mediante un AFD de forma de separar el diseño lógico de la implementación electrónica.

Formalmente, los autómatas finitos o máquinas de estado, son cuaternas $M = (E, \Sigma, \delta, e_0)$, donde E es un conjunto finito de estados, $e_0 \in E$ es el estado inicial, Σ es el alfabeto de entrada, y $\delta: E x \Sigma \rightarrow E$ es la función de transición.

A continuación veremos un caso especial de AFDs, los AFD con salida: las máquinas secuenciales.

10.4 Autómatas Finitos con Salida

Existen dos planteamientos distintos para este tipo de autómata, la salida puede estar asociada con el estado (máquina de Moore), ó con la transición (máquina de Mealy).

10.4.1 Máquina de Mealy

Una máquina de Mealy es una t-upla $M = (E, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, e_0)$, donde E es un conjunto finito de estados, $e_0 \in E$ es el estado inicial, Σ es el alfabeto de entrada, Δ es el alfabeto de salida, $\delta : E x \Sigma \rightarrow E$ es la función de transición y $\lambda : E x \Sigma \rightarrow \Delta$ es la función de salida (o transferencia).

Consideremos ahora el siguiente ejemplo $M = (\{e_0, e_1, e_2\}, \{0, 1\}, \{y, n\}, \delta, \lambda, e_0)$, donde δ y λ vienen dadas por la siguientes tablas.

δ	**0**	**1**
e0	e1	e2
e1	e1	e2
e2	e1	e2

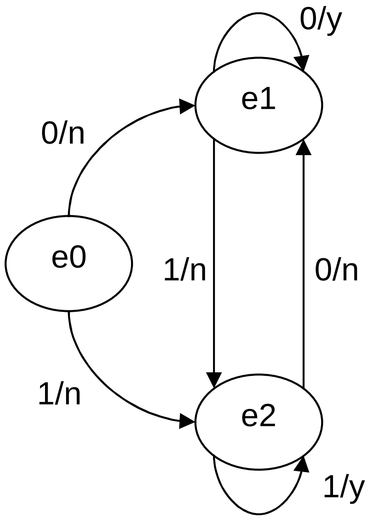
λ	**0**	**1**
e0	n	n
e1	y	n
e2	n	y

A la primera de las tablas (que especifica la función δ) se la conoce como Tabla de Transición (ó Tabla de Transiciones) y a la segunda (que especifica la función λ) como Tabla de Salida (ó Tabla de Transferencia).

Si bien la representación tabular es suficiente para especificar el autómata existe otra forma, utilizada con mayor frecuencia debido a su carácter gráfico que permite una mejor visualización del comportamiento de la máquina.

Dicha representación gráfica recibe el nombre de Diagrama de Estados, siendo un grafo orientado, representando con círculos los estados y con arcos orientados las transiciones de estado (la función de transición) y anotando xx...x/yy....y sobre cada transición los valores de la(s) entrada(s) que provocan la transición y el valor correspondiente de la(s) salida(s) (la función de salida).

El diagrama para este ejemplo quedaría así:



En el autómata anterior, dada una entrada 01100 genera como salida nnyny. De esta forma podemos ver como un autómata con salida, computa una función con dominio tiras del alfabeto Σ, y genera como salida una tira del alfabeto Δ, formada por la concatenación de los símbolos asociados a cada transición, por la que pasó el autómata al procesar la tira de entrada.

10.4.2 Maquina de Moore

Una maquina de Moore es una tupla $M = (E, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, e_0)$, donde E es un conjunto de estados finito, $e_0 \in E$ es el estado inicial, Σ es el alfabeto de entrada, Δ es el alfabeto de salida, $\delta : E x\Sigma \rightarrow E$ es la función de transición y $\lambda : E \rightarrow \Delta$ es la función de salida.

Podemos ver una versión similar al ejemplo visto para Mealy, pero con las salidas ahora asociadas a los estados.