MODELADO DE LA MAQUINA SINCRONA PARA ESTUDIOS DE ESTABILIDAD

Ecuaciones de estado de la máquina

Transformada de Park-Ecuaciones en coordenadas de Park

Aplicación al régimen estacionario balanceado

Aplicación al régimen transitorio y subtransitorio balanceado

Métodos fasoriales y circuitos equivalentes

Parámetros operacionales

Tratamiento de la saturación

Ecuación de "swing“

Límites operativos de la máquina síncrona

MODELADO DE LA MAQUINA SINCRONA PARA ESTUDIOS DE ESTABILIDAD

Parte 1

Ecuaciones de estado de la máquina

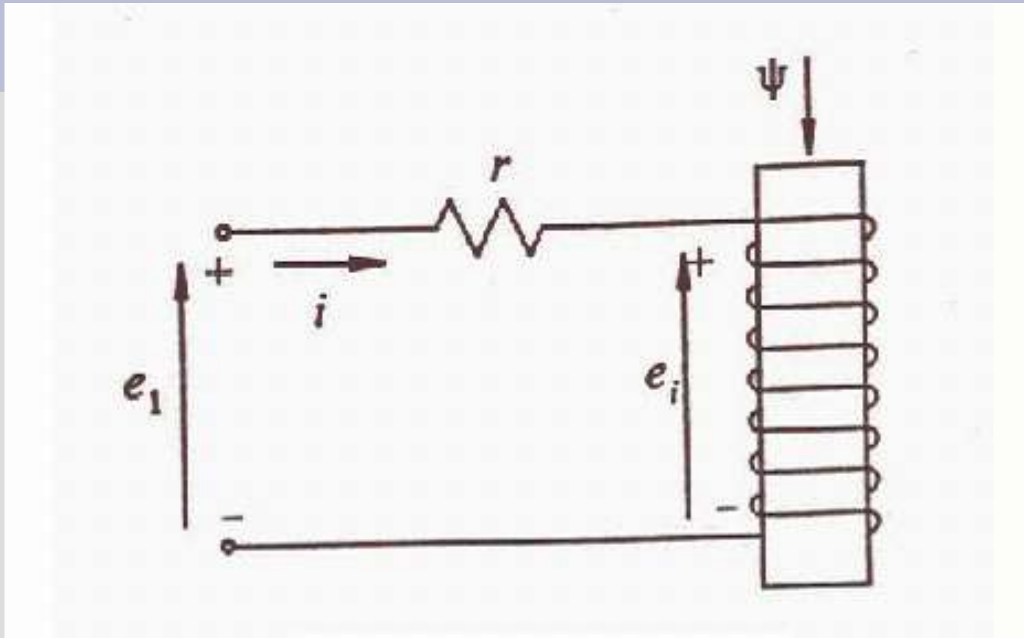
Transformada de Park-Ecuaciones en coordenadas de Park

DATOS DE GENERADORES

ALSTHOM-JEUMONT VG40-125	UNIDADES	
Estación		TERRA
Nro. de unidades		2
Voltaje Nominal	KV	13.8
Velocidad nominal	rpm	125
Grupo		3, 4
Tipo		HIDRAULICA
S Nominal	MVA	40
P Nominal	MW	38
Q maxima (para P= minima técnica)	MVAR	-36, +28
Ra (resistencia de armadura)	ohm	
Xd (reactancia síncrona directa)	pu	0.915
Xq (reactancia síncrona en cuadratura)	pu	0.567
X'd (reactancia transitoria directa)	pu	0.3
X'q (reactancia transitoria en cuadratura)	pu	
Xp (reactancia de Potier)	pu	
T'd (cte. de tiempo transitoria en el eje d)	seg.	1.48
T'q (cte. de tiempo transitoria en el eje q)	seg.	
T''d (cte. de tiempo subtransitoria en el eje d)	seg.	
T''q (cte. de tiempo subtransitoria en el eje q)	seg.	
T'do (cte. de tiempo transitoria en el eje d / circuito abierto)	seg.	4.5
T'qo (cte. de tiempo transitoria en el eje q / circuito abierto)	seg.	
X2 (reatancia de secuencia inversa)	pu	0.258
Xo (reactancia homopolar)	pu	0.108
X''d (reactancia subtransitoria directa)	pu	0.212
X''q (reactancia subtransitoria en cuadratura)	pu	0.313
T''qo (cte. de tiempo subtransitoria en el eje q / circuito abierto)	seg.	0.042
T''do (cte. de tiempo subtransitoria en el eje d / circuito abierto)	seg.	0.038
RCC (relación de corto-circuito)		1.3
Momento de inercia del ac generador	ton.m2	1510
Mínimo momento de inercia de la combinación turbina-ac generador	ton.m2	1567
H (cte. de inercia del ac generador)	KW.s/KVA	3.234
Constante de inercia de la combinación turbina-ac generador	KW.s/KVA	3.356
Zn(impedancia de puesta a tierra)	ohm	1150
Rf (resistencia del bobinado inductor)	ohm	0.333
Tipo de sistema de excitación		Estática
Arrollamineto amortiguador (si,no)		si
Potencia Mínima Técnica	MW	15
Potencia Máxima Técnica	MW	36
Fecha de información		8/95

Potencia Base(MVA)= 40

Ecuaciones básicas de circuitos magnéticos
Bobina simple



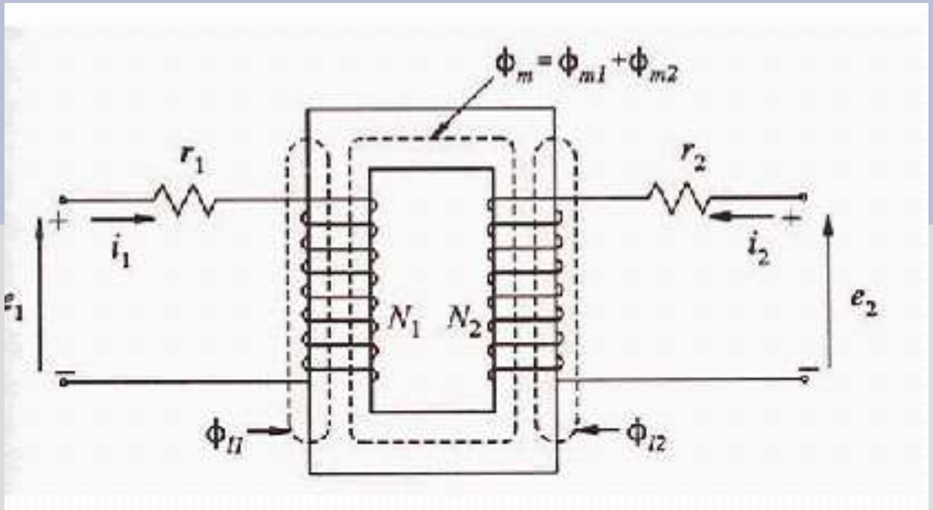
$e_1 = d\psi/dt + r.i$ $\psi = L.i$

L=coeficiente de autoinducción=número de enlaces de flujo por unidad de corriente = $N^2.P$

N=número de vueltas P=permeancia magnética=$\mu.S/L$

μ=permeabilidad magnética del medio L,S=longitud,sección de la bobina

Circuitos acoplados



$e_1 = d\psi_1 /dt + r_1 .i_1$ $e_2 = d\psi_2 /dt + r_2 .i_2$

$\psi_1 = N_1 (\Phi_{m1} + \Phi_{l1})+N_1 \Phi_{m2}$ $\psi_2 = N_2 (\Phi_{m2} + \Phi_{l2})+N_2 \Phi_{m1}$

Φ_{mk} = flujo mutuo generado por la corriente i_k
Φ_{lk} = flujo de dispersión generado por la corriente i_k que enlaza sólo el devanado "k“

$\psi_k = L_{kk} .i_k +L_{kj} .i_j$

$L_{kk} = L_{mk} +L_{lk}$ (inductancia de dispersión + inductancia magnetizante)
$= N_k{}^2 .(P+Pa)$

L_{kj} = coeficiente de inducción mutua=$N_1 .N_2 .P$

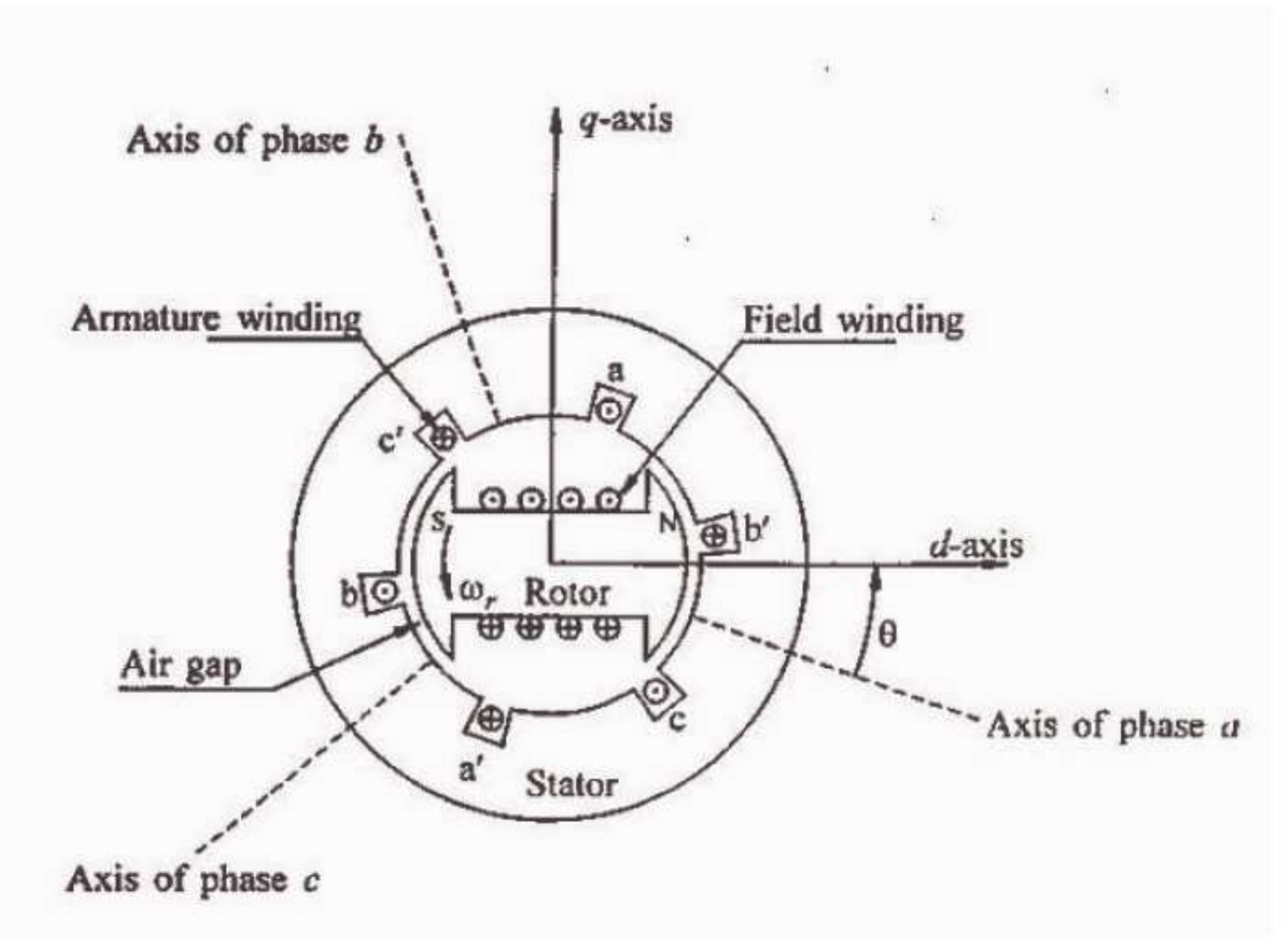
P= permeancia del camino del flujo mutuo
P_a =permeancia del aire

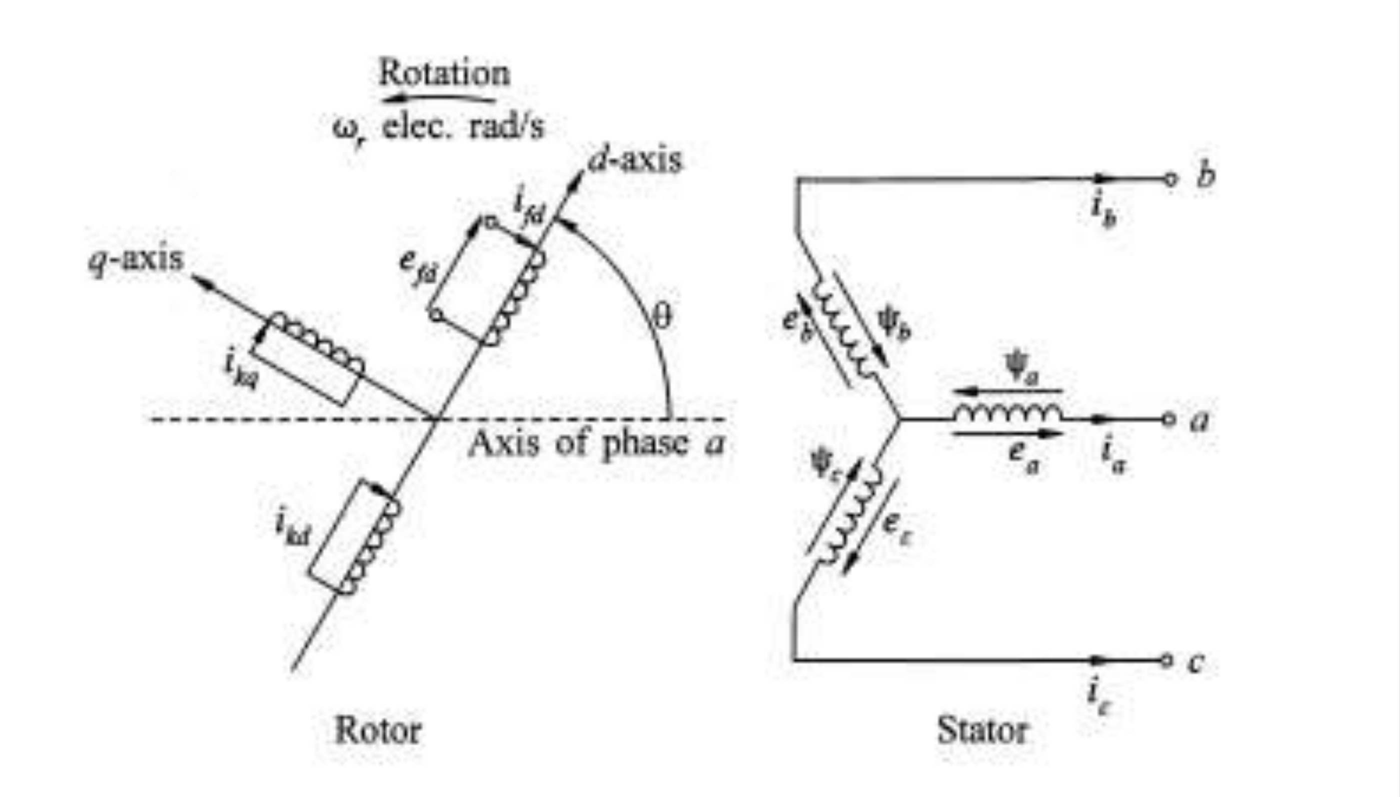
<u>Se resalta que:</u>

Los coeficientes de inducción son proporcionales a la permeancia del camino magnético.

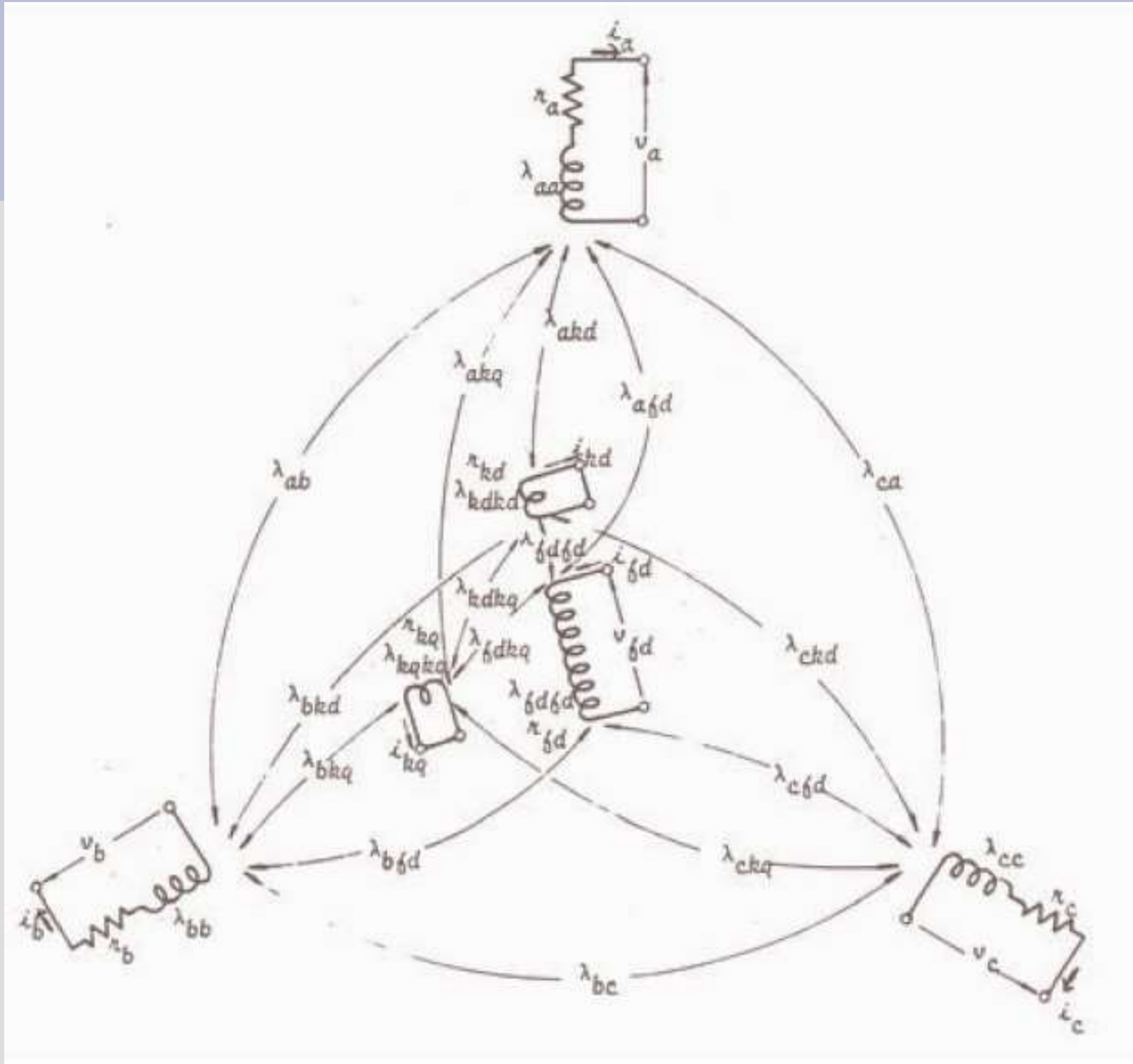
Como las reluctancias de caminos magnéticos en serie se suman, se deduce:

Si el camino magnético incluye entrehierros (“gaps”) en aire,la permeancia total depende casi exclusivamente de la geometría de esos “gaps”


q-axis
Axis of phase b
Armature winding
Field winding
a
c′
b′
N
S
d-axis
b
ω_r
Rotor
θ
Air gap
c
Axis of phase a
a′
Stator
Axis of phase c



Rotation
ω_r elec. rad/s
d-axis
q-axis
i_{fd}
e_{fd}
θ
i_{kq}
i_{kd}
Axis of phase a
Rotor
b
i_b
e_b
ψ_b
ψ_a
a
e_a
i_a
ψ_c
e_c
c
i_c
Stator



Coeficientes de inducción de la máquina síncrona

a)Estator

$\lambda_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} .\cos 2\theta.$
$\lambda_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} .\cos 2(\theta - 120°)$
$\lambda_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} .\cos 2(\theta + 120°)$
$\lambda_{ab} = -(L_{ab0} + L_{ab2} .\cos 2(\theta + 30°))$
$\lambda_{ac} = -(L_{ab0} + L_{ab2} .\cos 2(\theta + 150°))$
$\lambda_{bc} = -(L_{ab0} + L_{ab2} .\cos 2(\theta - 90°))$

b) Rotor-estator

$\lambda_{afd} = L_{afd} .\cos\theta$
$\lambda_{bfd} = L_{afd} .\cos(\theta - 120°)$
$\lambda_{cfd} = L_{afd} .\cos(\theta + 120°)$
$\lambda_{akd} = L_{akd} .\cos\theta$
$\lambda_{bkd} = L_{akd} .\cos(\theta - 120°)$
$\lambda_{ckd} = L_{akd} .\cos(\theta + 120°)$
$\lambda_{akq} = -L_{akq} .\mathrm{sen}\theta$
$\lambda_{bkq} = -L_{akq} .\mathrm{sen}(\theta - 120°)$
$\lambda_{ckq} = -L_{akq} .\mathrm{sen}(\theta + 120°)$

c) Rotor

$\lambda_{fdfd} = L_{fdfd}$
$\lambda_{kdkd} = L_{kdkd}$
$\lambda_{kqkq} = L_{kqkq}$
$\lambda_{fdkq} = \lambda_{kdkq} = 0$
$\lambda_{fdkd} = L_{fdkd}$

Si la máquina tiene "p" pares de polos,basta con cambiar θ por $p\theta$ en las expresiones anteriores

Se habla de un "ángulo mecánico" θ_m y un "ángulo eléctrico" θ, en que $\theta = p.\ \theta_m$

Ecuaciones de estado instantáneas en coordenadas de fase

Para cada uno de los 6 devanados:

$$v_j = r_j \, .i_j + d\psi_j / dt$$

$$\psi_j = -\lambda_{ja} \, .i_a \; -\lambda_{jb} \, .i_b \, -\lambda_{jc} \, .i_c \, +\lambda_{jfd} \, .i_{fd} + \lambda_{jkd} \, .i_{kd} + \lambda_{jkq} . \, i_{kq}$$

con j = a,b,c,fd,kd,kq

Notación matricial:

$$\mathbf{v_s} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v_r} = \begin{bmatrix} v_{fd} \\ v_{kd} \\ v_{kq} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix}$$

(con $v_{kd} = v_{kq} = 0$)

$$\mathbf{I_s} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \qquad \mathbf{i_r} = \begin{bmatrix} -i_{fd} \\ -i_{kd} \\ -i_{kq} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

(observar convención de signos!!)

$$\psi_s = \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \qquad \psi_r = \begin{bmatrix} \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} \qquad \psi = \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R^s} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \qquad r_s = r_a = r_b = r_c$$

$$R^r = \begin{bmatrix} r_{fd} & & \\ & r_{kd} & \\ & & r_{kq} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R^s & \\ & R^r \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} \lambda_{aa} & \lambda_{ab} & \lambda_{ac} & \lambda_{afd} & \lambda_{akd} & \lambda_{akq} \\ \lambda_{ba} & \lambda_{bb} & \lambda_{bc} & \lambda_{bfd} & \lambda_{bkd} & \lambda_{bkq} \\ \lambda_{ca} & \lambda_{cb} & \lambda_{cc} & \lambda_{cfd} & \lambda_{ckd} & \lambda_{ckq} \\ \lambda_{fda} & \lambda_{fdb} & \lambda_{fdc} & \lambda_{fdfd} & \lambda_{fdkd} & 0 \\ \lambda_{kda} & \lambda_{kdb} & \lambda_{kdc} & \lambda_{kdfd} & \lambda_{kdkd} & 0 \\ \lambda_{kqa} & \lambda_{kqb} & \lambda_{kqc} & 0 & 0 & \lambda_{kqkq} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} L^{ss} & L^{sr} \\ L^{rs} & L^{rr} \end{bmatrix}$$

Ecuaciones de estado en coordenadas de fase

$v = d/dt\ \psi - R.\ i$
$\psi = -L.\ i$

Dificultades para resolver las ecuaciones:

-27 coeficientes de la matriz L dependientes del tiempo

- Sistema fuertemente acoplado (sólo 4 coeficientes de L nulos)

Transformada de Park

-Se dejan invariantes las variables de rotor

-Se diagonaliza la matriz de inductancias L^{ss} .

$$T = \begin{bmatrix} t_p & \\ & U_3 \end{bmatrix} \qquad U_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$tp = 2/3. \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-120) & \cos(\theta+120) \\ -\mathrm{sen}\theta & -\mathrm{sen}(\theta-120) & -\mathrm{sen}(\theta+120) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Notación

$$t_p \cdot v_s = v_{sp} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix}$$

$$t_p \cdot i_s = i_{sp} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$t_p \cdot \psi_s = \psi_{sp} = \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix}$$

$$T.v = v_p = \begin{bmatrix} v_{sp} \\ v_r \end{bmatrix} \qquad T.i = i_p = \begin{bmatrix} i_{sp} \\ i_r \end{bmatrix} \qquad T.\Psi = \psi_p = \begin{bmatrix} \psi_{sp} \\ \psi_r \end{bmatrix}$$

Ecuaciones de estado en coordenadas de Park

Se aplica la transformación T en las ecuaciones en coordenadas de fase

$$v_p = d/dt\ \psi_p + w.G\ \psi_p - R.\ i_p$$

$$\psi_p = -L_p\ .\ I_p$$

Notación: $L_p = T.L.T^{-1}$ $\quad R_p = T.R.T^{-1} = R$

$$G = T.d/d\theta\ (T^{-1}) \qquad w = d\theta/dt$$

$$G = \begin{bmatrix} g_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad g_p = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de inductancias de Park

$$L_p = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & L_{afd} & L_{akd} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & L_{akq} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ 3/2.L_{afd} & 0 & 0 & L_{fdfd} & L_{fdkd} & 0 \\ 3/2.L_{akd} & 0 & 0 & L_{fdkd} & L_{kdkd} & 0 \\ 0 & 3/2.L_{akq} & 0 & 0 & 0 & L_{kqkq} \end{bmatrix}$$

Propiedades de la matriz L_p:

-Ninguno de sus elementos depende del tiempo

-Es mucho más esparsa que la matriz original

-A diferencia de la matriz original,no es simétrica

Ecuaciones en coordenadas de Park desarrolladas

$v_d = d\psi_d / dt - w.\psi_q - r_s .i_d$
$v_q = d\psi_q / dt + w.\psi_d - r_s .i_q$
$v_0 = d\psi_0 / dt - r_s .i_0$
$v_{fd} = d\psi_{fd} / dt + r_{fd} .i_{fd}$
$0 = d\psi_{kd} / dt + r_{kd} .i_{kd}$
$0 = d\psi_{kq} / dt + r_{kq} .i_{kq}$

$\psi_d = -L_d .i_d + L_{afd}.i_{fd} + L_{akd} .i_{kd}$
$\psi_q = -L_q .i_q + L_{akq} .i_{kq}$
$\psi_0 = -L_0 .i_0$
$\psi_{fd} = -3/2.L_{afd} .i_d + L_{fdfd} .i_{fd} + L_{fdkd} .i_{kd}$
$\psi_{kd} = -3/2.L_{akd} .i_d + L_{fdkd} .i_{fd} + L_{kdkd} .i_{kd}$
$\psi_{kq} = -3/2.L_{akq} .i_q + L_{kqkq} .i_{kq}$

Interpretación física de la transformada de Park:

La transformada de Park "sustituye" los devanados del estator por 3 devanados ficticios (d,q,0) con las siguientes características:

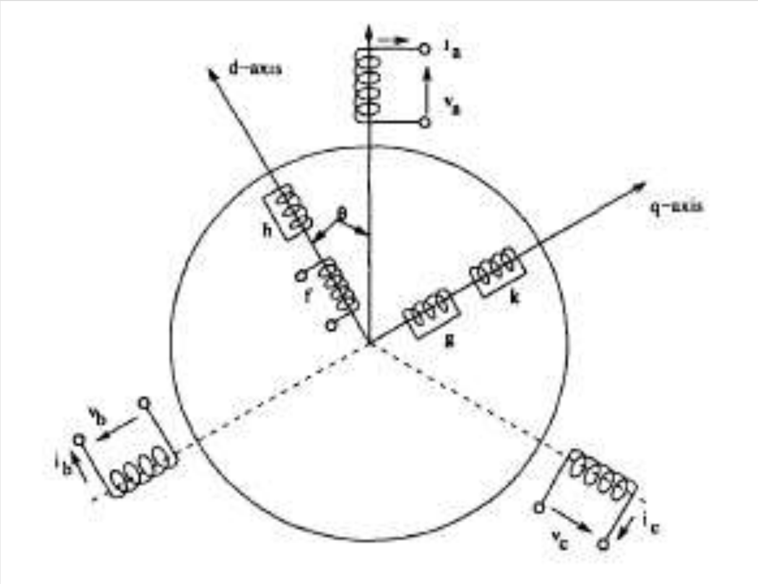
a)El devanado "d" sólo interactúa electromagnéticamente con los devanados "fd" y "kd".
b)Los coeficientes de inducción propia y mutua del devanado "d" son constantes.

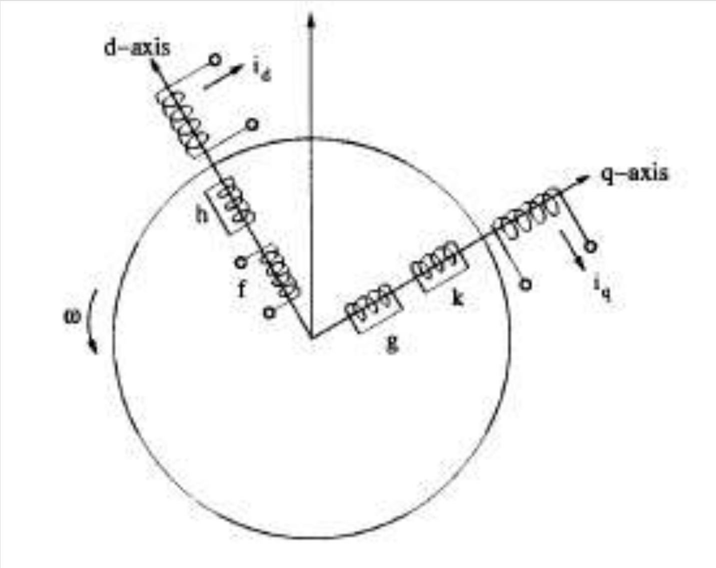
a) y b) nos dicen que el devanado "d" está "montado" sobre el eje directo del rotor

c)En forma análoga: el devanado "q" está "montado" sobre el eje en cuadratura del rotor.

d)El devanado "0" no interactúa electromagnéticamente con el "d" ni con el "q": es un devanado ficticio ortogonal al plano d-q
(Si uno realiza el cálculo riguroso de los coeficientes de inducción se puede verificar que L_0 no es más que la inductancia de dispersión de los devanados del estator, resultado que es intuitivamente compatible con la idea de que el devanado "0" no interactúa con ninguno de los devanados del rotor)

Interpretación física de la transformada de Park





Comentarios:

La idea de “sustituir” los devanados del estator por devanados en el rotor es análoga a la que se usa en el análisis de transformadores,cuando las reactancias de cortocircuito del primario se refieren al lado secundario.

En nuestro caso hay que tener en cuenta adicionalmente que estamos sustituyendo devanados fijos por devanados giratorios,y el “precio” de esta sustitución es introducir en las ecuaciones tensión-flujo el término $w.G.\psi_p$ (“tensión de velocidad”)
(Este término es el único “discordante” en las ecuaciones de Park:si no fuera por él las ecuaciones de la máquina en el dominio de Park serían las asociadas a 6 bobinas estáticas interactuando electromagnéticamente)

Comentarios adicionales

1)Si uno quiere introducir los efectos de saturación en la máquina síncrona, es necesario discriminar en cada uno de los coeficientes de autoinducción asociados al estator el término correspondiente a los flujos de dispersión (aquéllos que no enlazan a otros devanados),los cuáles circulan por caminos de aire (no saturables):

$\lambda_{jj} = \lambda'_{jj} + \lambda_l$

λ'_{jj} **:término asociado a los flujos que enlazan otros devanados (inductancia saturable,dado que circula por caminos que involucran al hierro del estator o del rotor)**

λ_l **: término de dispersión,que se supone no dependiente de la posición del rotor**

Aplicando la transformada de Park :

$L_d = L_{ad} + L_l$ **(inductancia saturable + inductancia de dispersión)**

$L_q = L_{aq} + L_l$

(en que notamos $\lambda_l = L_l$**)**

2) Mediante una adecuada selección de valores base (tensión y corriente) en el estator y en cada uno de los devanados del rotor (un total de 8 valores base a escoger) es posible conseguir:

-Que la matriz de inductancias de Park sea simétrica

-Que todas las inductancias mutuas estator-rotor en el eje directo sean iguales e iguales a L_{ad}

-Que todas las inductancias mutuas estator-rotor en el eje en cuadratura sean iguales e iguales a L_{aq}

Es habitual suponer,asimismo, $L_{fdkd} \cong L_{ad}$ (en p.u) (físicamente:el devanado amortiguador de eje directo está muy cerca del estator,por lo que el flujo generado por el devanado de campo que enlaza a este devanado amortiguador es casi el mismo que enlaza al estator)

Con estas simplificaciones,la matriz de inductancias de Park se escribe en p.u de la siguiente forma (muy habitual en la literatura):

$$
L_p = \begin{bmatrix}
L_d & 0 & 0 & L_{ad} & L_{ad} & 0 \\
0 & L_q & 0 & 0 & 0 & L_{aq} \\
0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\
L_{ad} & 0 & 0 & L_{fdfd} & L_{ad} & 0 \\
L_{ad} & 0 & 0 & L_{ad} & L_{kdkd} & 0 \\
0 & L_{aq} & 0 & 0 & 0 & L_{kqkq}
\end{bmatrix}
$$

Ecuaciones de Park eliminando los flujos:

$v_d = -L_d\, di_d/dt + L_{afd}\,.di_{fd}/dt + L_{akd}\,.di_{kd}/dt - r_s\,.i_d + w.L_q\,.i_q - w.L_{akq}\,.i_{kq}$
$v_q = -L_q\, di_q/dt + L_{akq}\,.di_{kq}/dt - r_s\,.i_q - w.L_d\,.i_d + w.L_{afd}\,.i_{fd} + w.\, L_{akd}\,.i_{kd}$
$v_0 = -L_0\,.di_0/dt - r_s\,.i_0$

$v_{fd} = -3/2.L_{afd}\, di_d/dt + L_{fdfd}\,.di_{fd}/dt + L_{fdkd}\,.di_{kd}/dt + r_{fd}\,.i_{fd}$
$0 = -3/2.L_{akd}\, di_d/dt + L_{fdkd}\,.di_{fd}/dt + L_{kdkd}\,.di_{kd}/dt + r_{kd}\,.i_{kd}$
$0 = -3/2.L_{akq}\, di_q/dt + L_{kqkq}\,.di_{kq}/dt + r_{kq}\,.i_{kq}$

Potencia entregada en coordenadas de Park

$P_{3f} = v_a\,.i_a + v_b\,.i_b + v_c\,.i_c = [v_s]^t\,.\,[i_s] = (t_p^{-1}\,.\,[v_{sp}])^t\;\; t_p^{-1}.\,[i_{sp}]$

$P_{3f} = 3/2.v_d\,.i_d + 3/2.v_q\,.i_q + 3v_0\,.i_0$

(La potencia no es invariante por la transformada de Park)