

Señales Aleatorias y Modulación

Examen - Parte 2

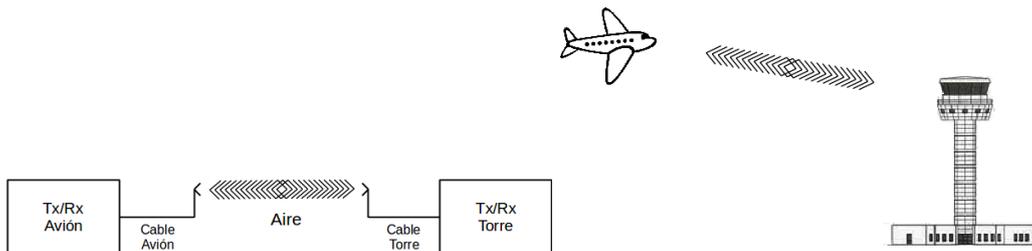
Instituto de Ingeniería Eléctrica

18 de Diciembre de 2020

Problema 1

Se desea analizar el sistema de comunicación utilizado entre el piloto y la torre de control, cuando una aeronave está próxima a su destino. Este sistema opera en las frecuencias comprendidas entre 118 MHz y 136 MHz, en la banda de VHF, y utiliza modulación AM con canales cada 25 kHz.

Se modela el canal con dos tramos de cable entre los Tx/Rx y las antenas, uno de largo l^a en el avión y otro de largo l^t en la torre de control, y un tramo intermedio donde el medio de transmisión es el aire. Se considera que el ruido que se introduce en el canal es despreciable frente al de los receptores, el cual se modela como ruido AWGN con densidad espectral de potencia constante $G(f) = N_0/2$. La atenuación en potencia es α_c^a y α_c^t [dB/m], para los cables del avión y la torre respectivamente, mientras que la atenuación en el aire (descontando la ganancia de las antenas) se modela como: $L_{aire}(d) = L_0 + \alpha_a(d-10)$, con $\alpha_a = 0.75$ dB/km y $L_0 = 70$ dB.



Si bien actualmente las razones del uso de AM son más bien históricas, hay quienes sostienen que una de las ventajas frente a otras modulaciones es la posibilidad de escuchar cuando dos aviones transmiten en forma simultánea en el mismo canal.

- (a) Siendo $x_1(t)$ y $x_2(t)$ mensajes de dos aviones distintos, se tiene una señal recibida de la forma: $x_c(t) = A_{c_1}(1 + \mu x_1(t)) \cos(\omega_c t + \phi_1) + A_{c_2}(1 + \mu x_2(t)) \cos(\omega_c t + \phi_2)$. Hacer el diagrama fasorial de $x_c(t)$ y escribir las componentes en fase y cuadratura.
- (b) Hallar la señal detectada por un demodulador sincrónico de AM cuando la fase del detector se sincroniza con la portadora de la señal 1. A partir del resultado obtenido, ¿usted cree que es posible escuchar ambos aviones simultáneamente? Justificar.

De ahora en adelante consideraremos un único avión transmitiendo a la torre, donde se utiliza un receptor basado en un detector sincrónico.

- (c) Hallar la relación señal a ruido en detección en la torre $SNR_D(d)$, cuando el avión se encuentra a una distancia d de la torre.
- (d) Si se desprecia la atenuación en los cables y asumiendo que la mínima SNR_D para tener un diálogo inteligible es de 10 dB y una altura de vuelo promedio de 10000m, calcular la mínima potencia de transmisión S_T para tener una cobertura de 50km alrededor de la torre. Para hacer el cálculo considerar los siguientes valores de los parámetros: $\mu = 1$, $S_x = 0.5$ (potencia del mensaje), $N_0 = 10^{-13}$ W/Hz.

Pregunta 2

Modulación FM.

1. Dar la expresión de la regla de Carson para la estimación del ancho de banda de la señal modulada en FM y explicar en qué se basa dicho cálculo.
2. Indicar cómo varía el ancho de banda en función del ancho de banda del mensaje W . Detallar los distintos casos y la variación esperada tanto si W aumenta como si disminuye.
3. Indicar cómo varía el ancho de banda en función de la constante de desviación en frecuencia f_{Δ} . Detallar los distintos casos y la variación esperada tanto si f_{Δ} aumenta como si disminuye.
4. Explicar la relación entre el ancho de banda de la señal modulada en FM y la relación señal a ruido en detección (SNR_D). Detallar los distintos casos y la variación esperada tanto si el ancho de banda aumenta como si disminuye.

Solución

Problema 1

(a) El diagrama fasorial de $x_c(t)$ corresponde a un fasor para la señal 1 con ángulo ϕ_1 y módulo A_{c_1} , sumado al fasor de la señal 2, con ángulo ϕ_2 y módulo A_{c_2} . La descomposición en fase y cuadratura de la señal $x_c(t)$ queda:

$$\begin{aligned}x_c^I(t) &= A_{c_1}(1 + \mu x_1(t)) \cos(\phi_1) + A_{c_2}(1 + \mu x_2(t)) \cos(\phi_2) \\x_c^Q(t) &= A_{c_1}(1 + \mu x_1(t)) \sin(\phi_1) + A_{c_2}(1 + \mu x_2(t)) \sin(\phi_2)\end{aligned}$$

(b) Al estar la fase sincronizada con la señal 1, ésta se detecta en forma correcta, mientras que para la señal 2, aparece un término de atenuación que corresponde justamente al coseno del desfase:

$$x_d(t) = A_{c_1}x_1(t) + A_{c_2}x_2(t)\cos(\phi_2 - \phi_1). \quad (1)$$

En cualquier caso sería posible escuchar a la señal 2, aunque sea atenuada, salvo en el caso límite de que el desfase entre las portadoras de señales recibidas sea exactamente $\pi/2$ o $3\pi/2$.

(c)

$$\begin{aligned}S_D(d) &= S_D^t(d) = \frac{A_c^2 \mu^2 S_x}{L(d)} = \frac{A_c^2 \mu^2 S_x}{(l^a \alpha_c^a + l^t \alpha_c^t + L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))} \\N_D(d) &= N_D^t(d) = N_0 B_T \\SNR_D(d) &= SNR_D^t(d) = \frac{A_c^2 \mu^2 S_x}{N_0 B_T (l^a \alpha_c^a + l^t \alpha_c^t + L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10))}\end{aligned}$$

(d) Para calcular la potencia de transmisión, el parámetro que debemos hallar es A_c , ya que para AM la potencia de transmisión es:

$$S_T = \frac{A_c^2}{2} (1 + \mu^2 S_x)$$

A partir de las expresiones calculadas anteriormente, despejamos A_c :

$$A_c^2 = \frac{N_0 (L_0 + \alpha_a \cdot (d - 10)) B_T SNR_D^{\min}}{\mu^2 S_x}$$

Sustituyendo con los valores de $SNR_D^{\min} = 10\text{dB}$ y $d = \sqrt{50^2 + 10^2}$ se obtiene el valor de A_c . De esa forma llegamos a una potencia $S_T = 712\text{ W}$.

Pregunta

Ver teórico.