Teoría de Lenguajes
Soluciones
1er. Parcial – Curso 2019

Ejercicio 1.- [Evaluación individual del obligatorio]

a)
1) [“C”, “AF”]
2) [“C”, “A”, ”F”]
3) [“a) C”]
4) [(“AF”, ”-”)]
5) [“AF-2cintas”]

b)
1) “A A A A A A A A A”
2) “a) Construya un AF-...”
3) [“a) que el ”]

c) r”\b[A-Z][A-Za-z]*\b”

Reconoce: “Construya”, “AF”

Ejercicio 2.-
Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando su respuesta en cada caso.

a) $\forall$ L_a lenguaje NO Regular, $\exists$ $L_{a'}$ Regular **No** vacío / $L_{a'} \subseteq L_a$

Verdadero. Si L_a es NO Regular, entonces es distinto de {}. Si se toma cualquier w que pertenece a L_a podemos generar el lenguaje regular $L_{a'}$ = {w} que está incluido en L_a

b) Si $L_b = \{a^n b^m, 0<n<m\}$ es cierto que:

i) a R_{Lb} aa

Falso. ya que si tomamos z = *bb*:
- abb pertenece a L_b
- aabb NO pertenece a L_b

ii) aabb R_{Lb} ab

Verdadero. ya que la tiras *aabb* y *ab* tienen la misma cantidad de a’s y b’s por lo tanto se cumple que:
- Si z es de la forma: bb..bb, ambas tiras pertenecen a L_b
- Sino, ambas tiras no pertenecerán al lenguaje ya que no respetaran la forma de las tiras.

iii) R_{Lb} define dos clases de equivalencia

Falso. Se puede ver que existen al menos 3 clases de equivalencia:
1. a R_{Lb} aa NO se cumple (ver i))
2. a R_{Lb} aaa tampoco se cumple
3. aa R_{Lb} aaa tampoco se cumple

La demostración de estas últimas 2, también es similar a la parte i).

Otra posible demostración podría ser utilizando el Pumping Lema.

c) L_c = {x / x es de la forma $a^p b^k c^{k*p}$ / p >0, k≥0 } no es regular

Falso. El lenguaje no es regular. Para demostrarlo, utilizamos el contrarrecíproco del Pumping Lema.

Sea N la constante del PL, y sea $z=a^N bc^N$

Se plantean las descomposiciones posibles para z = uvw que cumplan las condiciones: |uv| ≤ N y |v|≥1

Familias	a^n	b	c^n
1)	**u v** w	w	w

i) $u=a^j$ j+p ≤ N
$v= a^p$ p≥1
$w= a^{N-j-p}bc^N$

$z_i= a^j a^{ip} a^{N-j-p} bc^N = a^{N+(i-1)p} bc^N$

Tomando i=0, $z_0 = a^{N-p}bc^N$, sabemos que se cumple que N-p < N (porque p≥1), con lo cual se cumple que la cantidad de **c**’s es mayor que la cantidad **b**'s por la cantidad de **a**'s, y siendo la cantidad de **c**’s distinta de dicha multiplicación se concluye que z_0 **no pertenece** al lenguaje L_c.

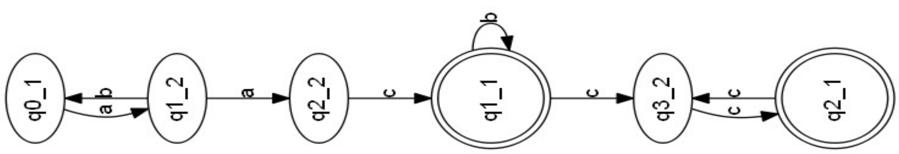
Esta es las única familia a analizar bajo los supuestos |uv| ≤ N y |v|≥1
Cualquier otra descomposición falla justamente en alguna de esas condiciones, con lo cual, por el CR del PL L_c **NO** es un lenguaje regular.

d) L_d = {x / x es de la forma $a^p b^k c^{t+2}$ / p >0, k≥0, t≥2 } es regular

Verdadero. Existe una expresión regular para definir L_d **aa*b*ccccc***

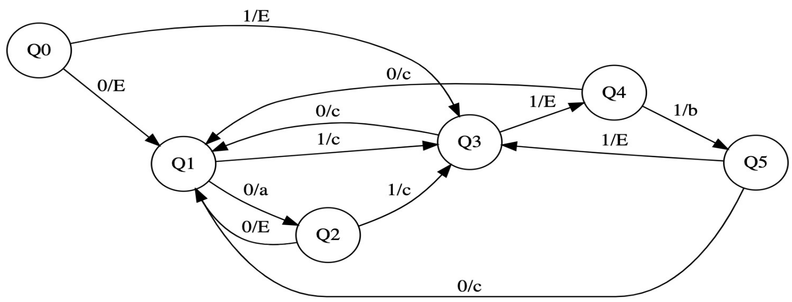
Ejercicio 3.-

a) AF-2cintas que reconozca L= {($a^k b^p c^{t-1}$, $b^{k-1} a c^t$), con k>0, t>0, p≥0}



b) Autómata con salida M: $(Q, \Sigma, \Lambda, \delta, \lambda, q_0)$ con $\Lambda=\{a,b,c\}$; $\Sigma=\{0,1\}$;

$\lambda: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow (\Lambda \cup \{\varepsilon\})$



Ejercicio 4.-

L_4 reconocido por el siguiente autómata finito $M_4=\{Q,\Sigma,\delta,q_0,F\}$ donde: $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ $\Sigma=\{0,1\}$ $F=\{q_3\}$ y la δ dada por:

	0	**1**	**ε**
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	{}
q_1	$\{q_0\}$	{}	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_3\}$	{}	$\{q_0\}$
q_3	{}	$\{q_3\}$	{}

a)

Definición de la relación R_M

x R_M y sii $\hat{\delta}(q0,x)= \hat{\delta}(q0,y)$

b)

Pasaje AFND-ε → AFND, se aplica $\delta'(q,a)$ = ε-clausura(δ(ε-clausura(q),a))

ε-clausura($\{q_0\}$) = $\{q_0\}$
ε-clausura($\{q_1\}$) = $\{q_1, q_3\}$
ε-clausura($\{q_2\}$) = $\{q_2, q_0\}$
ε-clausura($\{q_3\}$) = $\{q_3\}$

δ'	**0**	**1**
q_0	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$
q_1	$\{q_0\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$
q_3	{}	$\{q_3\}$

$F' = \{q_3\}$

Pasaje AFND → AFD

	δ''	0	1
p_0	$[q_0]$	$[q_1q_3]$	$[q_0q_2]$
p_1	$[q_1, q_3]$	$[q_0]$	$[q_3]$
p_2	$[q_0, q_2]$	$[q_1q_3]$	$[q_0q_2]$
p_3	$[q_3]$	-	$[q_3]$

$F'' = \{p_1, p_3\}$

Minimización

π_0 $[p_0, p_2]$ $[p_1, p_3]$

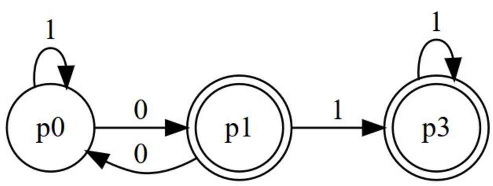
π_1 $[p_0, p_2]$ $[p_1]$ $[p_3]$

π_2 $[p_0, p_2]$ $[p_1]$ $[p_3]$

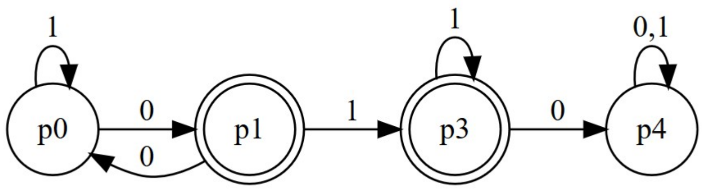
AFD Mínimo

δ	0	1
p_0	p_1	p_0
p_1	p_0	p_3
p_3	-	p_3

Estados finales $\{p_1, p_3\}$



c) Se observa que el AFD mínimo no es completo. Agregamos entonces el estado pozo, para así poder hallar todas las clases de equivalencia.



Se calculan las expresiones regulares de las clases de R_M para el autómata mínimo y completo; con el sistema de ecuaciones presentado en el práctico. Se utiliza además el Lema de Arden: la única solución a la ecuación $X = Xr \mid s$ es:
$X = sr^*$ si $\varepsilon \notin L(r)$.

$X_0 = \varepsilon \mid X_01 \mid X_10$
$X_1 = X_00$

$X_3 = X_1 1 \mid X_3 1$
$X_4 = X_3 0 \mid X_4 0 \mid X_4 1$

Sustituyendo X_1 en X_0 tenemos:

$X_0 = \varepsilon \mid X_0 1 \mid X_0 00$
$X_0 = X_0 (00 \mid 1) \mid \varepsilon$

Aplicando el Lema de Arden y sustituyendo:

$X_0 = \mathbf{(00|1)^*}$

$X_1 = \mathbf{(00|1)^*\ 0}$

$X_3 = (00|1)^*\ 01 \mid X_3 1$
$X_3 = \mathbf{(00|1)^*\ 01\ 1^*}$

$X_4 = X_4 (0|1) \mid X_3 0$
$X_4 = X_3 0\ (0|1)^*$
$X_4 = \mathbf{(00|1)^*\ 01\ 1^*\ 0\ (0|1)^*}$

Como el AFD es mínimo y completo, las clases obtenidas son las de R_L.

d) La expresión regular del lenguaje es la unión de las clases de equivalencia asociadas a los estados finales.

$L_4 = X_1 \mid X_3$

$L_4 = (00|1)^*\ 0 \ \mid\ (00|1)^*\ 01\ 1^*$
$L_4 = \mathbf{(00|1)^*\ 01^*}$