

Representación de punto fijo

Enteros con signo

■ Complemento a uno

- Los números positivos se representan en binario
 - 1 bit para el signo
 - n-1 bits para magnitud
- Los números negativos se representan como el valor absoluto complementado bit a bit.
- Para n bits el rango de representación es $-(2^{n-1}-1) \dots (2^{n-1} - 1)$

Representación de punto fijo

Enteros con signo

■ Ejemplo n=4

Nº	Representación	Representación	Nº
0	0000	1111	0
1	0001	1110	-1
2	0010	1101	-2
3	0011	1100	-3
4	0100	1011	-4
5	0101	1010	-5
6	0110	1001	-6
7	0111	1000	-7

Representación de punto fijo

Enteros con signo

■ Ventajas

- El cambio de signo se reduce al complemento lógico (cambiar ceros por unos y viceversa)
- El rango de representación es simétrico
- $-(2^{n-1} - 1) \dots (2^{n-1} - 1)$

■ Desventajas

- El orden de los números en binario, no corresponde al orden de los números en base 10.
- Existen dos representaciones distintas para el cero
 - Con 4 bits 0000 y 1111.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

■ Operaciones Aritméticas

□ La operación de suma es sencilla

- No es necesario evaluar magnitudes y signo.
- Debe tenerse en cuenta que si ocurre un acarreo este debe sumarse al dígito más a la derecha del resultado.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

□ Ejemplo

$$\begin{array}{r} 10 \quad 00001010 \\ + (-3) \quad 11111100 \\ \hline 7 \quad 1 \quad 00000110 \end{array} \text{ Hay acarreo}$$

$$\begin{array}{r} 00000110 \\ \hline 1 \text{ Se suma el acarreo} \\ 00000111 \rightarrow 7 \end{array}$$

Representación de punto fijo

Enteros con signo

■ Desbordamiento

- Existe posibilidad de desbordamiento y deberá ser evaluada.
- Si los sumandos tienen signos opuestos nunca puede haber un error de desbordamiento.
- Si tienen el mismo signo y el resultado es de signo opuesto, ha habido desbordamiento y el resultado es incorrecto.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

- La multiplicación y la división son complicadas.
- Hay que considerar la posibilidad que haya operandos complementados.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Complemento a dos

Los números positivos se representan en binario.

- 1 bit para el signo
- $n-1$ bit para la magnitud

Para codificar los negativos, se complementa el valor absoluto y se lo incrementa en uno.

Negar un número es un proceso de dos pasos.

- Primero cada 1 se reemplaza por 0 y cada 0 por 1, como en el complemento a uno.
- Luego se le suma 1 al resultado.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Ejemplo 8 bits

- $70 = 01000110$
- Para lograr -70 se hace el complemento a uno (negación bit a bit) de esta configuración
- Luego se suma uno

$$\begin{array}{r} 01000110 \quad (70) \\ 10111001 \quad (\text{complemento a 1}) \\ +1 \\ \hline 10111010 \quad (-70) \end{array}$$

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Ventajas

Mantiene la suma (la suma con o sin signo es la misma operación, es decir que el algoritmo es el mismo).

$$A - B = A + (-B) = A + \text{not } B + 1$$

Existe una única representación para el cero.

El cambio de signo es sencillo aunque ligeramente más complicado que en el complemento a 1

- Realizar el complemento lógico
- Añadir 1.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Desventajas

El rango de representación es asimétrico

$(-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1)$.

No se puede hacer el complemento de

-2^{n-1} .

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Operaciones Aritméticas

La suma y resta son más sencillas que en complemento a 1

- Consisten en realizar la suma directa.

El procedimiento para sumar es muy simple y puede definirse como sigue:

- Sumar los dos números incluyendo sus bits de signo
- Descartar cualquier acarreo de la posición de bits de signo (más a la izquierda)

Representación de punto fijo

Enteros con signo

+6	00000110	-6	11111010
+13	00001101	+13	00001101
<hr/>		<hr/>	
+19	00010011	+7	00000111
+6	00000110	-6	11111010
-13	11110011	-13	11110011
<hr/>		<hr/>	
-7	11111001	-19	11101101

En todos los casos anteriores la operación que se realiza es una suma, incluyendo los bits de signo.

Cualquier acarreo de la posición de bit de signo se descarta.

Los resultados negativos quedan en forma automática en complemento a 2.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Restar dos números en complemento a 2

Basta tomar el complemento a 2 del sustraendo (incluyendo el bit de signo)

Sumarlo al minuendo (incluyendo el bit de signo).

Se elimina el acarreo de la posición del bit de signo.

Regla general

- $A - B = A + (-B) = A + \text{not } B + 1$

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Desbordamiento.

Si se trabaja en una representación de por ejemplo 8 bits e interesa sumar $70 + 80 = 150$ se observará que la suma no es representable en 8 bits.

El desbordamiento no puede ocurrir en una suma de dos números con signos opuestos.

Puede ocurrir solo si se suman dos números positivos o dos números negativos.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Puede detectarse el desbordamiento al observar el acarreo hacia la posición del bit de signo y el acarreo de la posición del bit de signo.

Si estos acarreos no son iguales se ha producido desbordamiento

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Acarreos: 0 1

Acarreos: 1 0

+ 70 0 1000110

- 70 1 0111010

+ 80 0 1010000

- 80 1 0110000

+150 1 0010110

- 150 0 1101010

En ambos casos el acarreo hacia el bit de signo es distinto del acarreo del bit de signo.

Hay desbordamiento.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

En la multiplicación debemos escribir el algoritmo.

Multiplicar números positivos y luego colocarles el signo según las reglas algebraicas.

El algoritmo que se usa es el mismo que en la escuela, girando uno de los factores y luego sumar.

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Otra forma de ver “Complemento a 1”

$$C1(x) = 111\dots111 - x$$

(tantos 1's como bits en x)

Otra forma de ver “Complemento a 2”

$$C2(x) = 100\dots000 - x$$

(si x tiene n bits hay n 0's y tomo el resultado de la operación módulo 2^n)

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Ejemplo C1 (4 bits):

$$C1(1011) = 0100$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -1011 \\ \hline 0100 \end{array}$$

Representación de punto fijo

Enteros con signo

Ejemplo C2 (4 bits):

$$C2(1011) = 0101$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ -1011 \\ \hline 0101 \end{array}$$