

MECÁNICA DE PAVIMENTOS

Estado Tensión-Deformación en Pavimentos



FACULTAD DE
INGENIERÍA



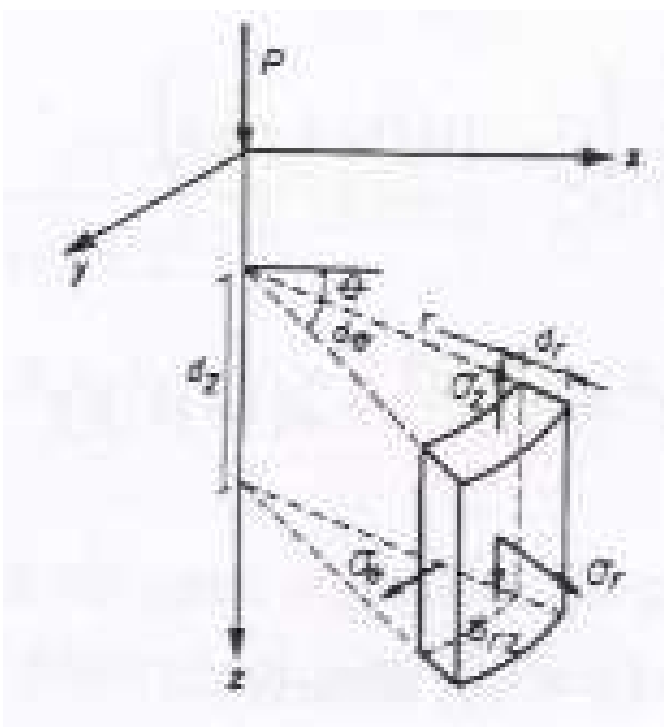
UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Dr. Ing. Leonardo Behak
Instituto de Estructuras y Transporte

DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN UN MEDIO ELÁSTICO

Solución de Boussinesq (1885)

Carga puntual en un medio semi-infinito, homogéneo, isótropo, linealmente elástico



Tensiones

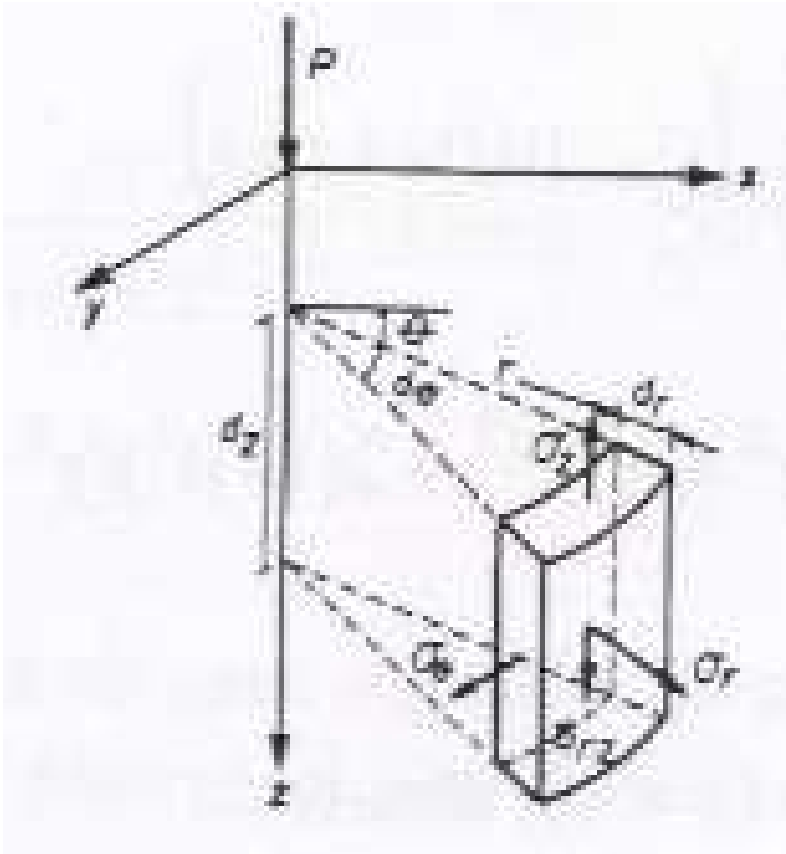
$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi} \left\{ (1 - 2\mu) \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2(r^2 + z^2)^{1/2}} \right] - \frac{3r^2 z}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right\}$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi} (1 - 2\mu) \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2(r^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right]$$

$$\tau_{rz} = \tau_{zr} = \frac{3P}{2\pi} \frac{rz^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

SOLUCIÓN DE BOUSSINESQ (1885)



Deformaciones Unitarias

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)]$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_\theta + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_z + \sigma_r)]$$

Deflexión Vertical

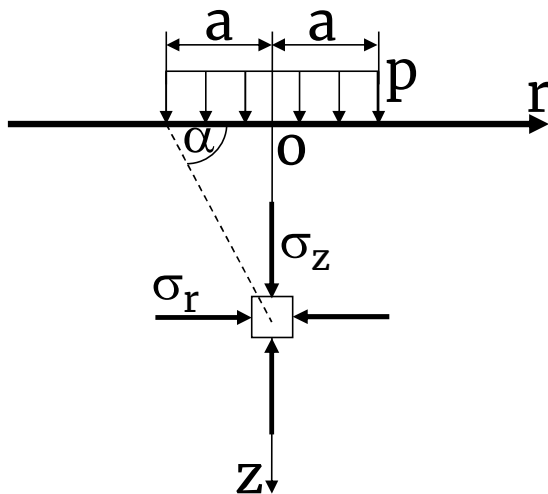
$$w = \frac{P}{2\pi E} \left[\frac{(1 + \mu)z^2}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{2(1 - \mu^2)}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \right]$$

$$w_{z=0} = \frac{P(1 - \mu^2)}{\pi E r}$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Carga Uniformemente Distribuida en Área Circular

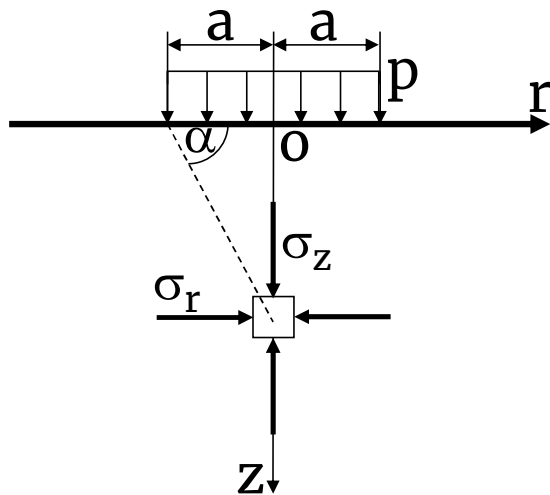
Área de contacto de neumático se asume circular $A = \pi a^2 = \frac{P}{p}$



$$\sigma_z = \int_0^a \left[\frac{3}{2\pi} \frac{z^3}{(r^2 + z^2)^{5/2}} p 2\pi r \right] dr = p \left(1 - \frac{z^3}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \right)$$
$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{p}{2} \left[(1 + 2\mu) - \frac{2(1 + \mu)z}{(z^2 + a^2)^{1/2}} + \frac{z^3}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \right]$$
$$\tau_{rz} = \tau_{zr} = 0$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

Carga Uniformemente Distribuida en Área Circular



$$\varepsilon_z = \frac{(1 + \mu)p}{E} \left[(1 - 2\mu) + \frac{2\mu z}{(a^2 + z^2)^{1/2}} - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

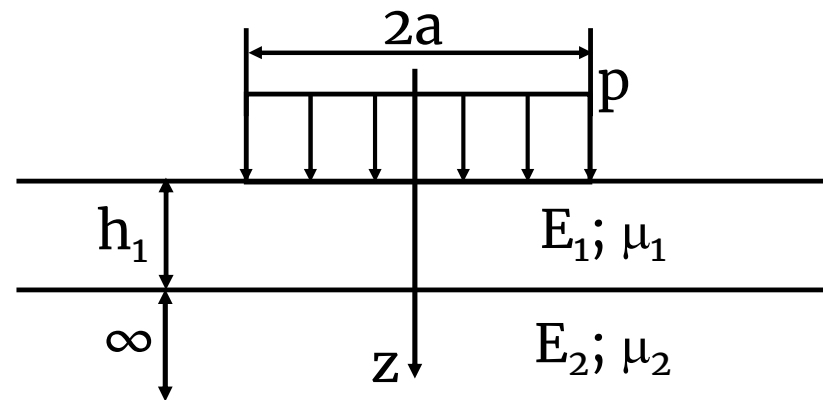
$$\varepsilon_r = \frac{(1 + \mu)p}{2E} \left[(1 - 2\mu) - \frac{2(1 - \mu)z}{(a^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

$$w = \frac{(1 + \mu)pa}{E} \left\{ \frac{a}{(a^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{1 - 2\mu}{a} [(a^2 + z^2)^{1/2} - z] \right\}$$

$$w_o = \frac{2(1 - \mu^2)pa}{E}$$

SOLUCIÓN DE BURMISTER PARA SISTEMA MULTICAPAS

Sistema de 2 Capas (Burmister, 1943)



Materiales homogéneos, isótropos y linealmente elásticos

Materiales sin peso e infinitos transversalmente

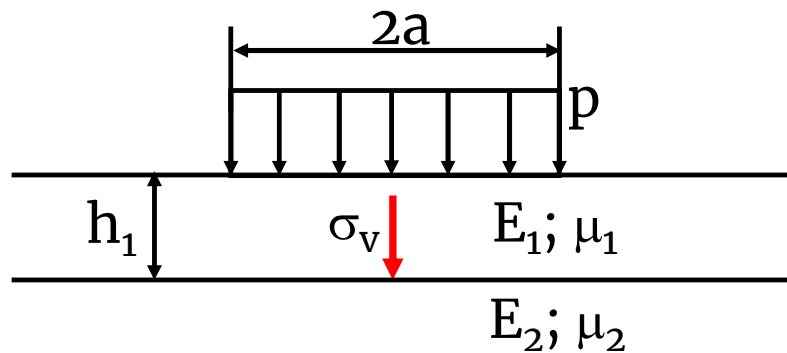
Capas finitas, excepto capa inferior (semi-infinita)

Presión (p) uniforme en área circular de radio a

Continuidad en interfase de capas (igual σ_v, τ, w_z, w_r)

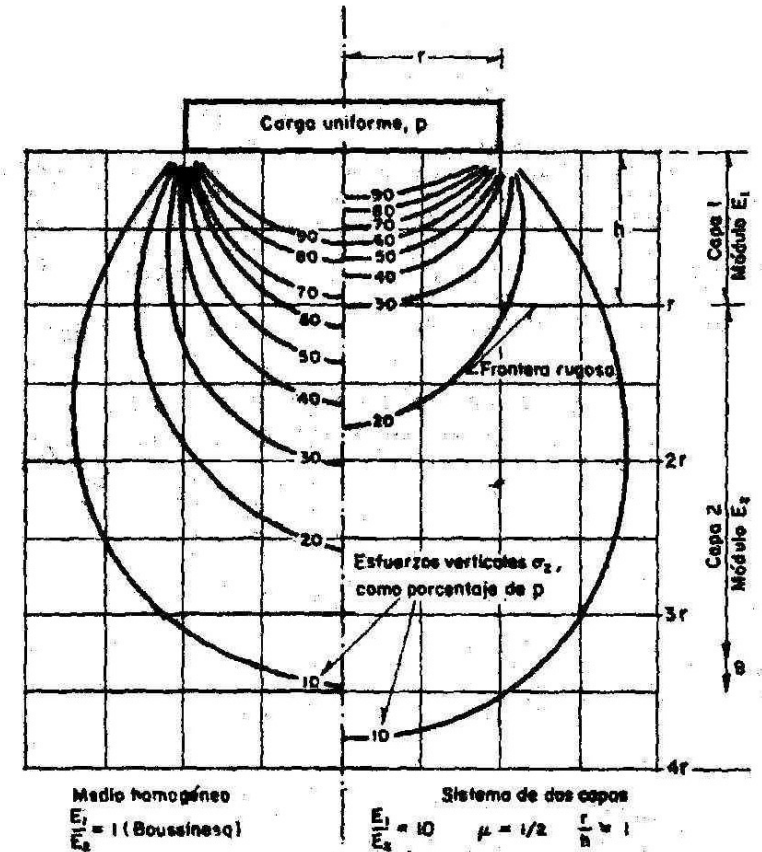
SOLUCIÓN DE BURMISTER PARA SISTEMA DE 2 CAPAS

Distribución de Tensiones Verticales



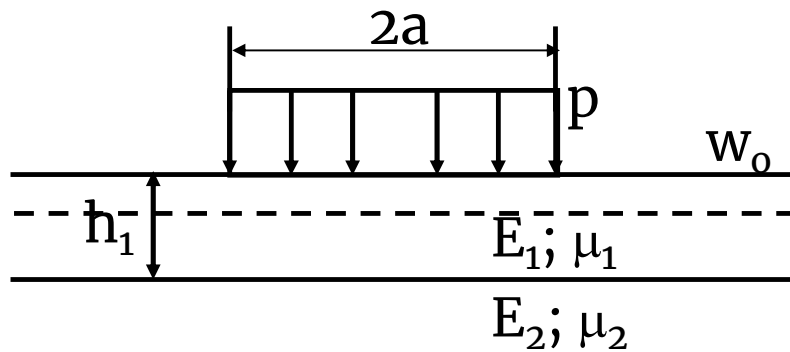
$$\sigma_v = f\left(\frac{E_1}{E_2}; \frac{h_1}{a}\right)$$

Punto Crítico: σ_v en tope de subrasante



SOLUCIÓN DE BURMISTER PARA SISTEMA DE 2 CAPAS

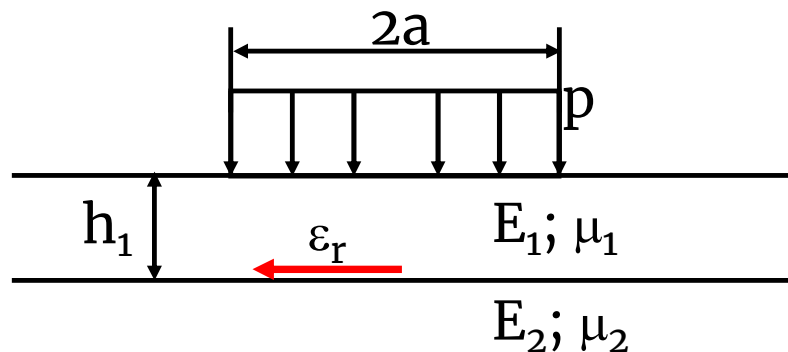
Deflexión Superficial Vertical



$$w_0 = \frac{1,5pa}{E_2} F_2 \quad F_2 = f\left(\frac{E_1}{E_2}; \frac{h_1}{a}\right)$$

F_2 : Factor de Deflexión

Deformación de Tracción Radial

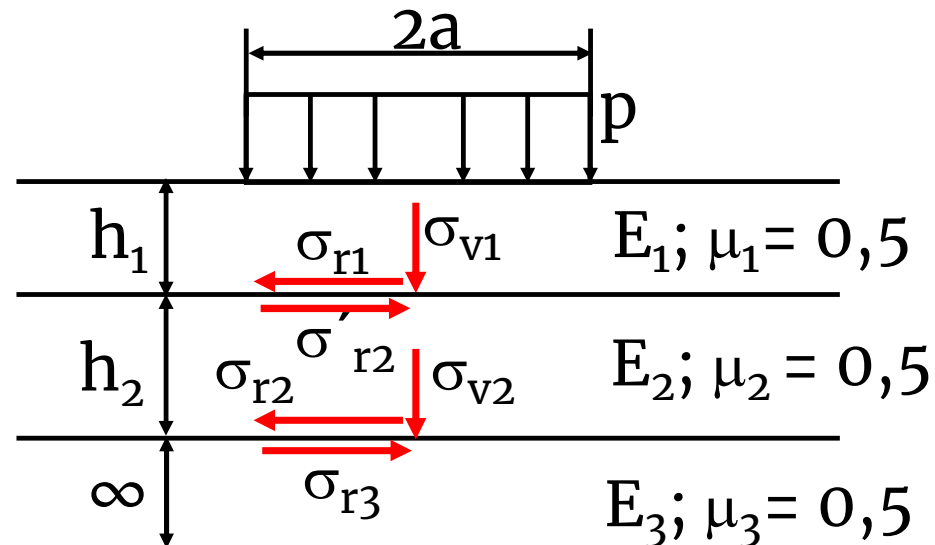


$$\epsilon_r = \frac{p}{E_1} F_e \quad F_e = f\left(\frac{E_1}{E_2}; \frac{h_1}{a}\right)$$

F_e : Factor de Deformación

SOLUCIÓN DE BURMISTER PARA SISTEMA MULTICAPAS

Sistema de 3 Capas (Burmister, 1945)

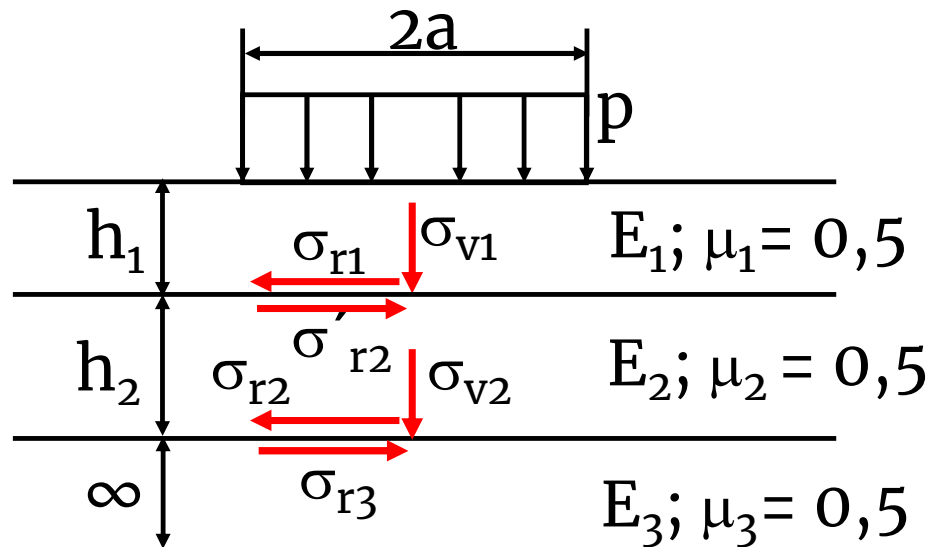


Soluciones

$$k_1 = \frac{E_1}{E_2}; \quad k_2 = \frac{E_2}{E_3}; \quad A = \frac{a}{h_2}; \quad H = \frac{h_1}{h_2}$$

TENSIONES EN UN SISTEMA DE 3 CAPAS

Tablas de Jones (1962) y Ábacos de Peatti (1962)



$$\sigma_{v1} = p(ZZ1)$$

$$\sigma_{v2} = p(ZZ2)$$

$$\sigma_{v1} - \sigma_{r1} = p(ZZ1 - RR1)$$

$$\sigma_{v2} - \sigma'_{r2} = p(ZZ2 - RR2)$$

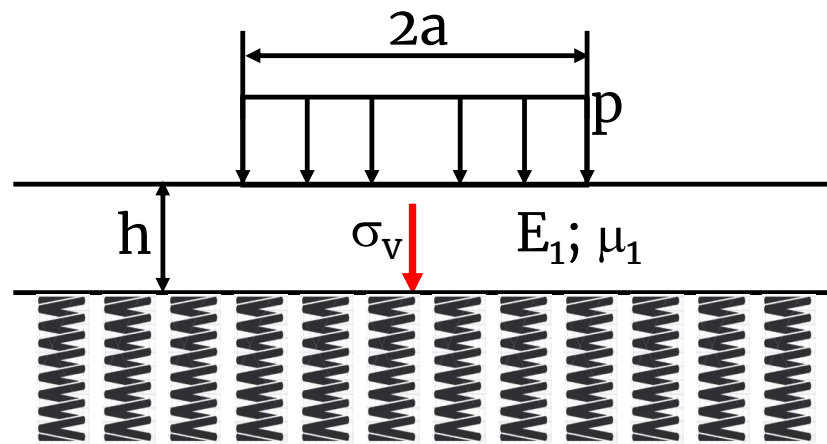
$$\varepsilon_{r1} = \frac{p}{E_1} \left(\frac{RR1 - ZZ1}{2} \right)$$

ZZ1, ZZ2, RR1, RR2: Factores de Tensiones

SOLUCIÓN DE WESTERGAARD PARA PAVIMENTOS RÍGIDOS (1926)

Modelo de Winkler (1887)

Placa homogénea, isótropa y elástica apoyada en serie de resortes



$$\sigma_v = k\delta$$

Determinación de k por pruebas de carga de placa

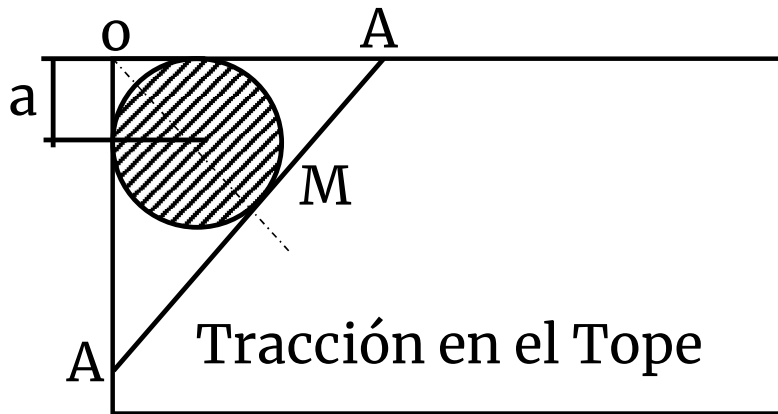
k: Coeficiente de Proporcionalidad
 δ : Deflexión

Portland Cement Association

$$k = 1,60(\text{CBR})^{0,525}$$

SOLUCIÓN DE WESTERGAARD PARA PAVIMENTOS RÍGIDOS (1926)

Carga en Esquina de Losa



σ_c : Tensión debida a carga en esquina

δ_c : Deflexión en esquina

h : Espesor de losa

k : Módulo de Reacción de subrasante

l : Radio de Rigidez Relativa

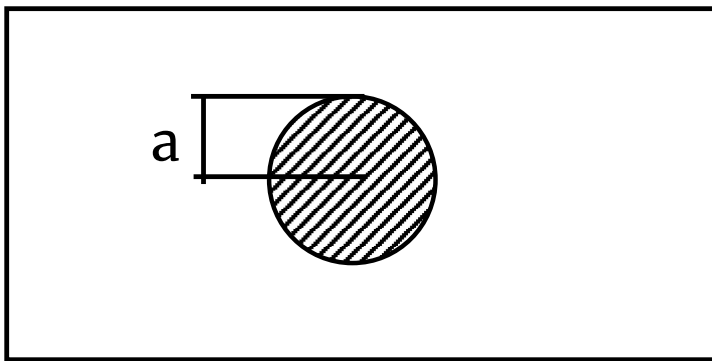
Ioannides et al. (1985)

$$\sigma_c = \frac{3p}{h^2} \left[1 - \left(\frac{1,772a}{l} \right)^{0,72} \right]$$
$$\delta_c = \frac{p}{kl^2} \left[1,205 - 0,69 \left(\frac{1,772a}{l} \right) \right]$$

$$l = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)k}}$$

SOLUCIÓN DE WESTERGAARD PARA PAVIMENTOS RÍGIDOS (1926)

Carga en Centro de Losa



$$\sigma_{ti} = \frac{3(1 + \mu)p}{2\pi h^2} \left(\ln \frac{l}{b} + 0,6159 \right)$$

$$\delta_i = \frac{p}{8kl^2} \left\{ 1 + \frac{1}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{a}{2l} \right) - 0,673 \right] \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right\}$$

$$b = a \quad \text{cuando} \quad a \geq 1,724h$$

$$b = \sqrt{1,6a^2 + h^2 - 0,675} \quad \text{cuando} \quad a < 1,724h$$

σ_{ti} : Tensión de tracción en fibra inferior

δ_i : Máxima deflexión

h : Espesor de losa

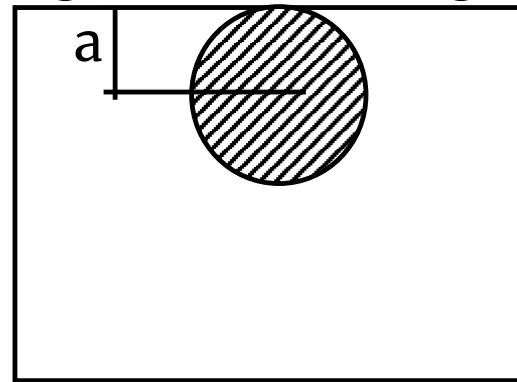
k : Módulo de Reacción de subrasante

l : Radio de Rigidez Relativa

SOLUCIÓN DE WESTERGAARD PARA PAVIMENTOS RÍGIDOS (1926)

Carga en Borde de Losa

Carga Circular Tangente

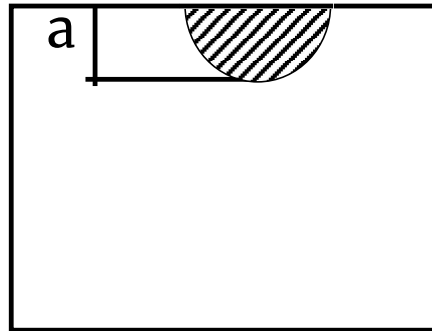


$$\sigma_{tb} = \frac{3(1 + \mu)p}{\pi(3 + \mu)h^2} \left[\ln \left(\frac{Eh^3}{100ka^4} \right) + 1,84 - \frac{4\mu}{3} + \frac{1 - \mu}{2} + \frac{1,18(1 + 2\mu)a}{l} \right]$$
$$\delta_b = \frac{p(2 + 1,2\mu)^{1/2}}{(Eh^3k)^{1/2}} \left[1 - (0,76 + 0,4\mu) \frac{a}{l} \right]$$

SOLUCIÓN DE WESTERGAARD PARA PAVIMENTOS RÍGIDOS (1926)

Carga en Borde de Losa

Carga Semicircular con Diámetro en Borde



$$\sigma_{tb} = \frac{3(1 + \mu)p}{\pi(3 + \mu)h^2} \left[\ln \left(\frac{Eh^3}{100ka^4} \right) + 3,84 - \frac{4\mu}{3} + \frac{(1 + 2\mu)a}{2l} \right]$$
$$\delta_b = \frac{p(2 + 1,2\mu)^{1/2}}{(Eh^3k)^{1/2}} \left[1 - (0,323 + 0,17\mu) \frac{a}{l} \right]$$