

# Transitorios Hidráulicos en Tuberías a Presión

Curso posgrado y educación permanente  
**2023**

Docentes: Dr. Ing. Rodolfo Pienika [rpienika@fing.edu.uy](mailto:rpienika@fing.edu.uy)  
MSc. Ing. Laura Rovira [lrovira@ose.com.uy](mailto:lrovira@ose.com.uy)

# MODELO NO ESTACIONARIO EN TUBERÍA ELÁSTICA Y FLUIDO COMPRESIBLE

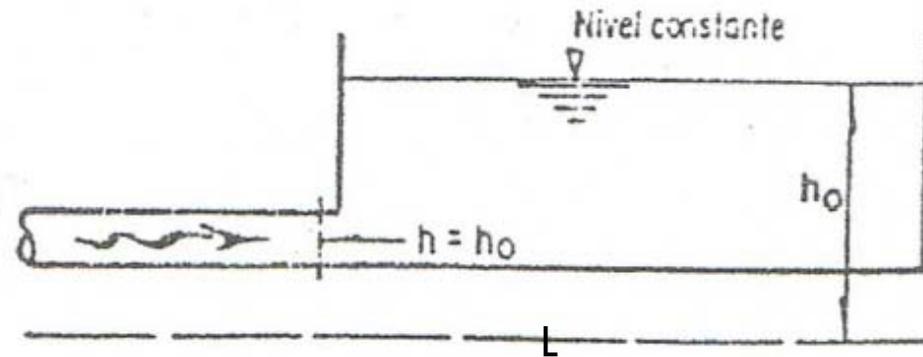
Transitorios Hidráulicos en Tuberías a Presión

# Algunas Condiciones de Borde

## 1. Tanque de nivel constante (área grande)

Para todo t:  $h(L, t) = h_0$

$$h(L, t) - h_0 = \frac{a}{gA} (F(L, t) - G(L, t))$$



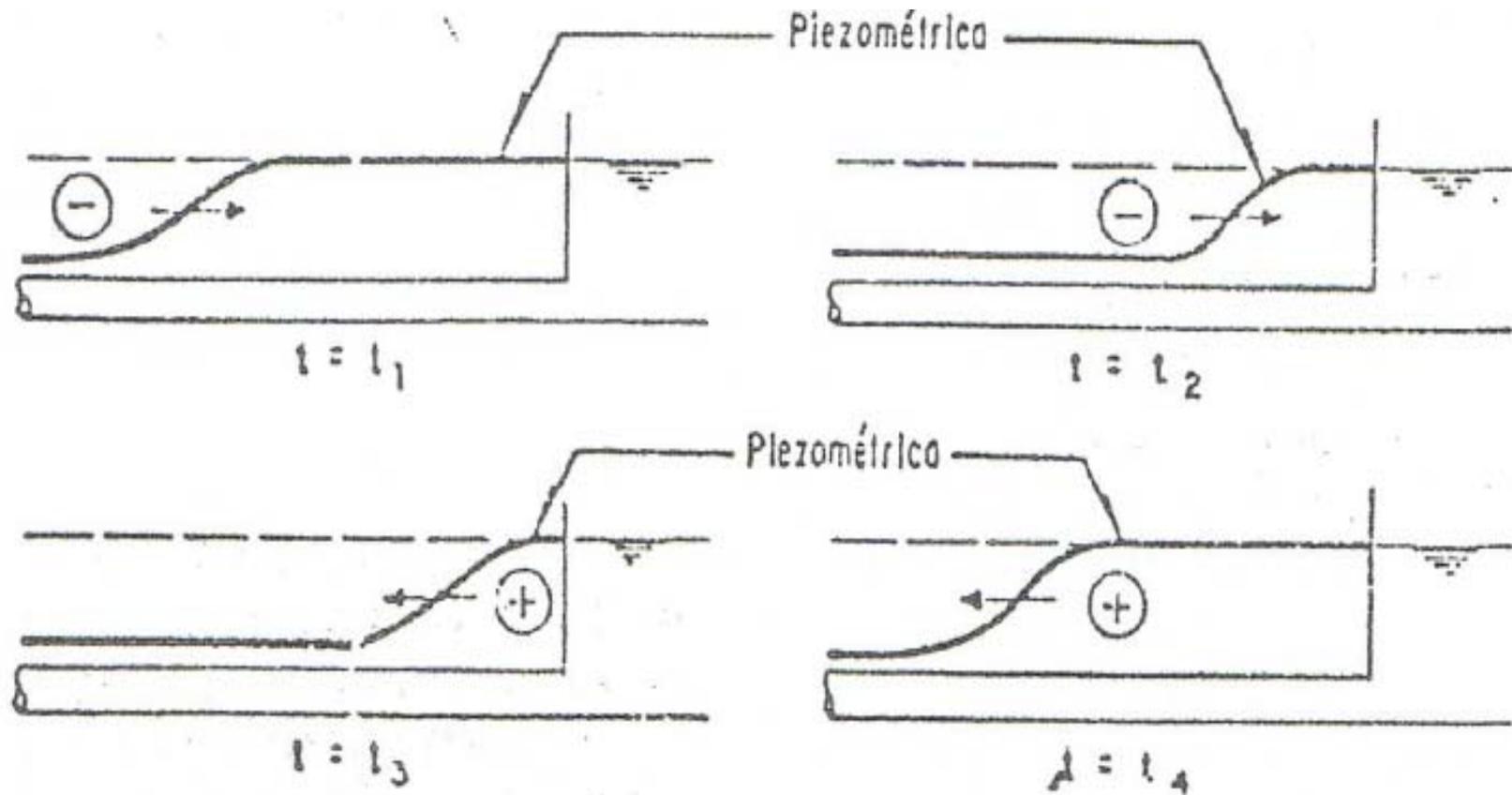
Imponiendo condición de borde:

$$0 = F(L, t) - G(L, t) \rightarrow F(L - at) = G(L + at)$$

El tanque oficia como un espejo, cambiando solo el sentido de la onda.

# Algunas Condiciones de Borde

⇒ Reflexión de onda en tanque



# Algunas Condiciones de Borde

## 2. Extremo cerrado

Para todo  $t$ :  $Q(L, t) = 0$

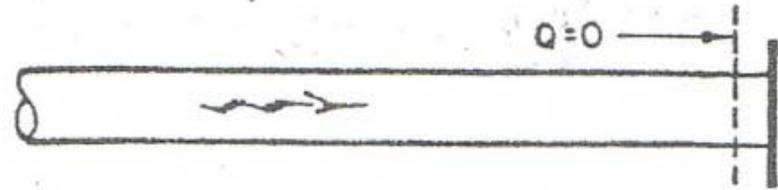
$$Q(L, t) - Q_0 = F(L, t) + G(L, t)$$

Imponiendo condición de borde:

$$0 = F(L, t) + G(L, t) \rightarrow \boxed{F(L - at) = -G(L + at)}$$

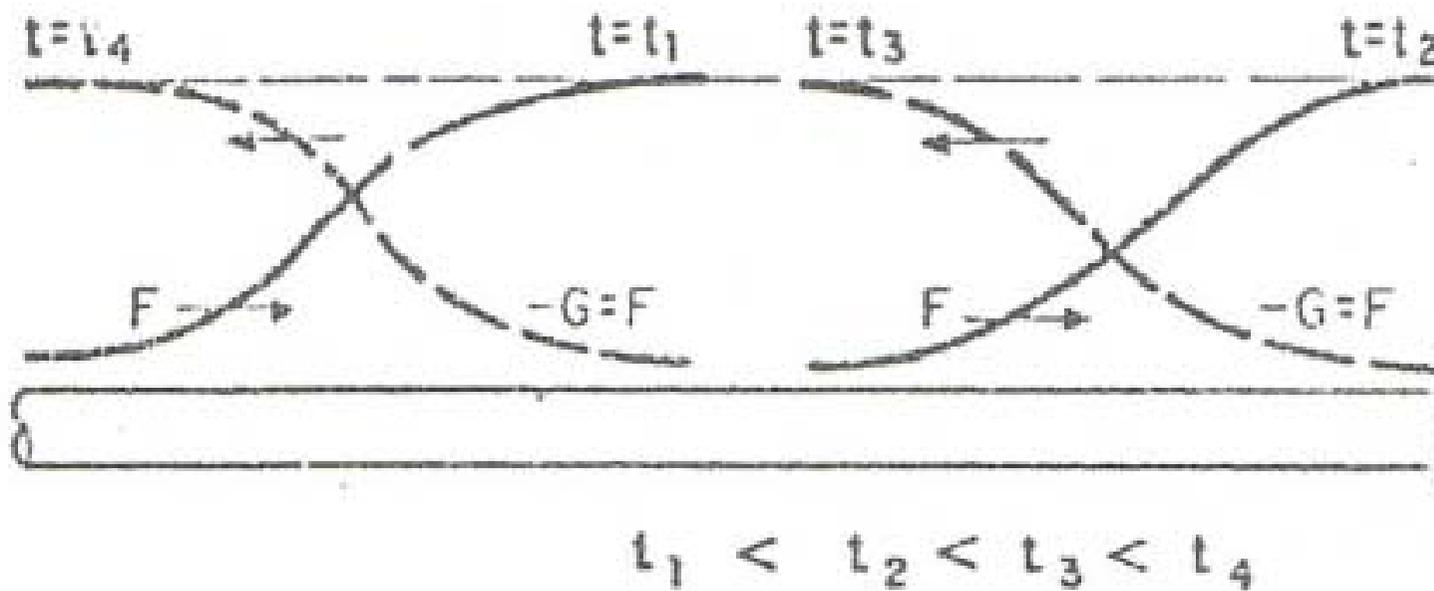
$$h(L, t) - h_0 = \frac{a}{gA} (F(L, t) - G(L, t)) \rightarrow h(L, t) - h_0 = \frac{a}{gA} (2F(L, t))$$

Se duplica el valor de la onda incidente.



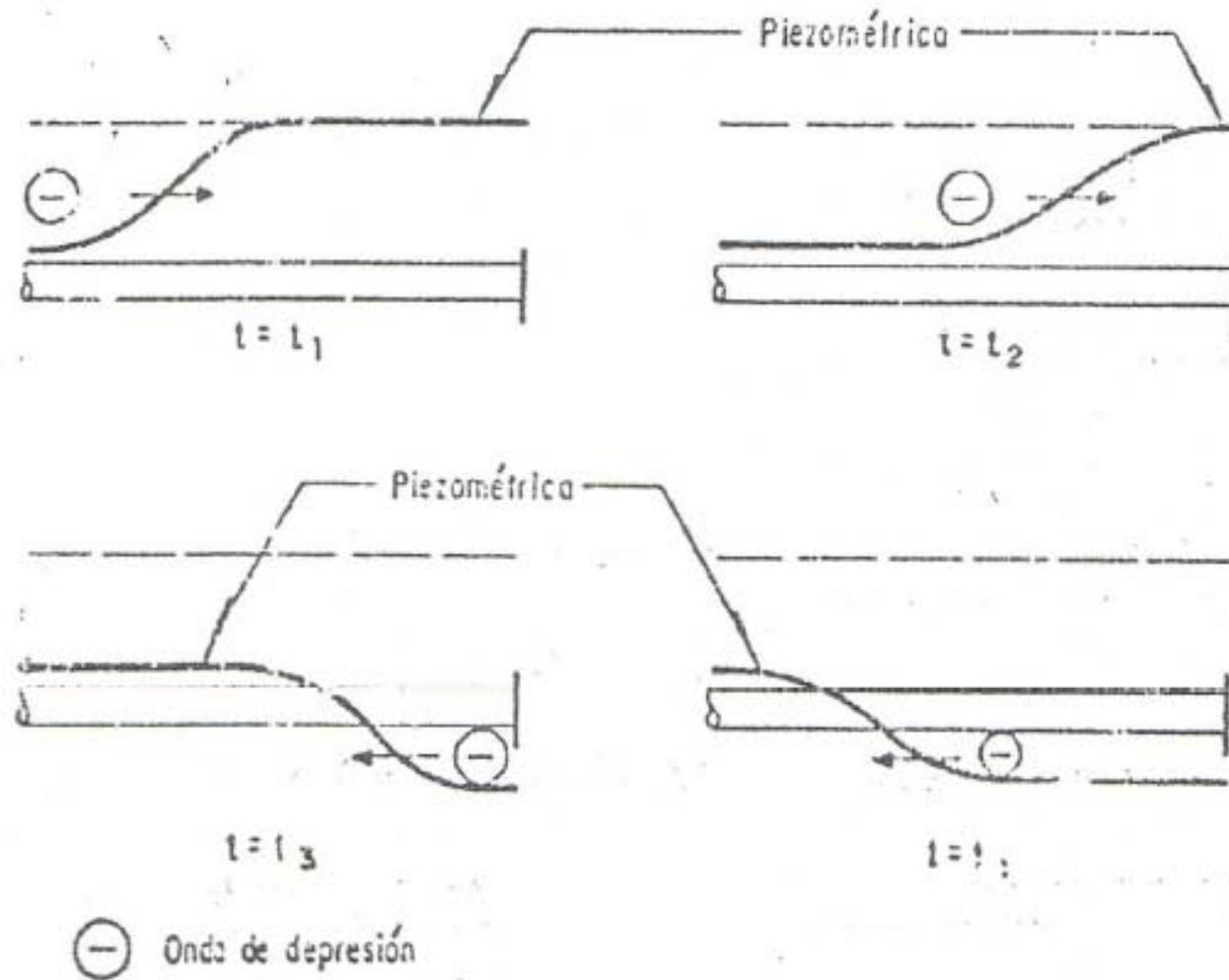
# Algunas Condiciones de Borde

⇒ Reflexión de onda en extremo cerrado:



# Algunas Condiciones de Borde

⇒ Reflexión de onda en extremo cerrado:



# ANÁLISIS DE CASO:

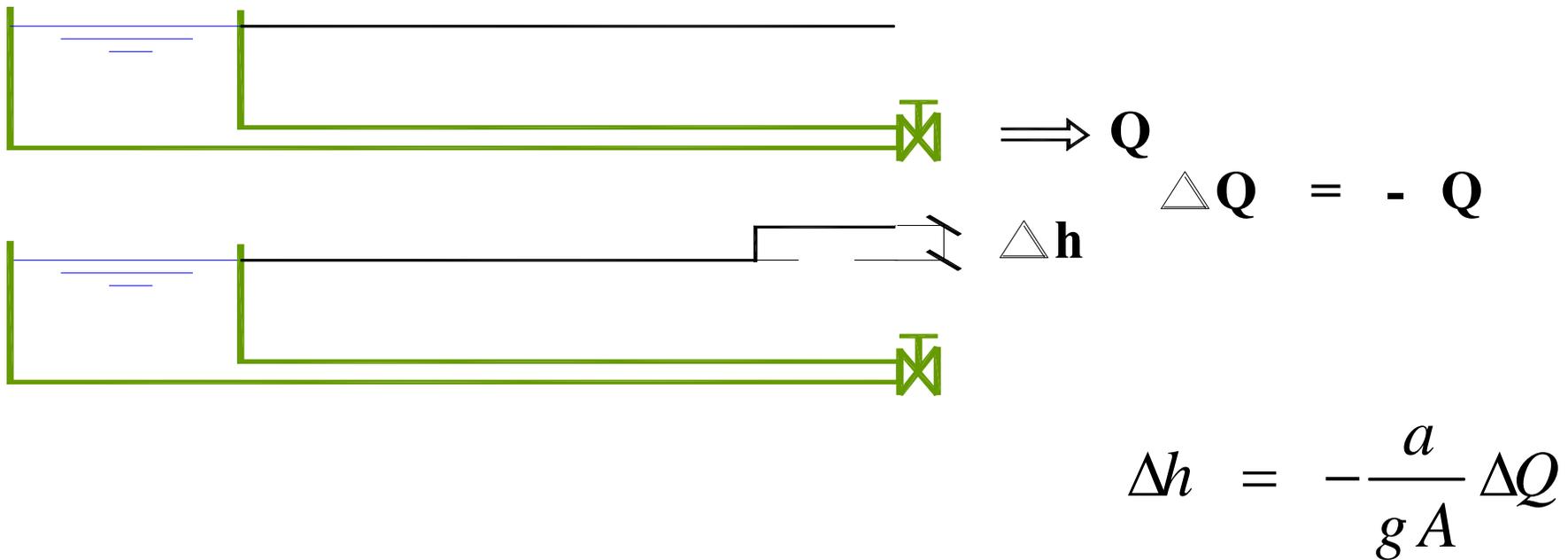
## Cierre de una válvula

Modelo no estacionario, tubería elástica y fluido compresible . SIN Fricción

# 1- Cierre instantáneo

$t_0$ : instante inicial (válvula abierta)

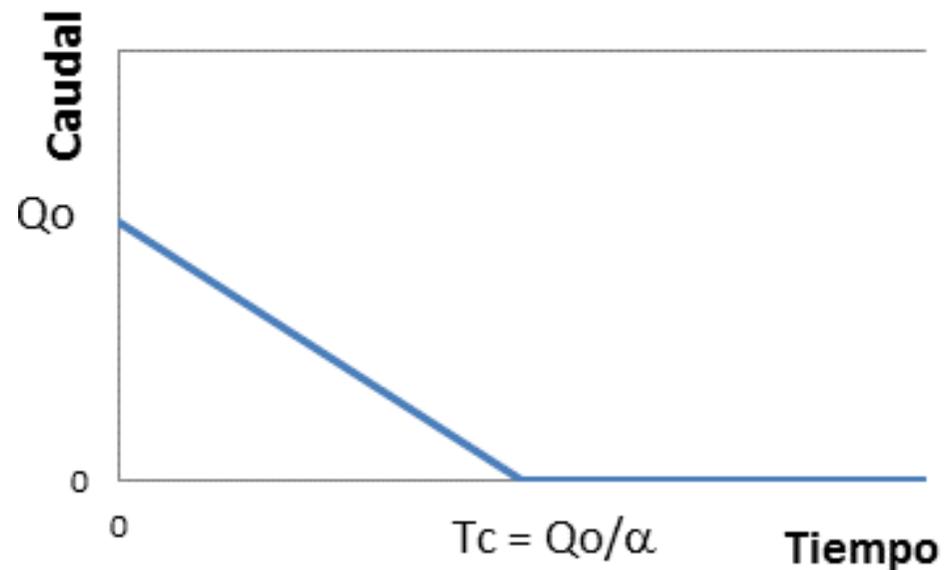
$t_0 + \Delta t$ : siguiente instante válvula cerrada



## 2- Cierre gradual (lineal)

$$\left\{ \begin{array}{ll} Q_z = Q_0 - \alpha t & \text{para } 0 \leq t < \frac{Q_0}{\alpha} \\ Q = 0 & \text{para } \frac{Q_0}{\alpha} \leq t \end{array} \right.$$

Tiempo de cierre:  $T_c = \frac{Q_0}{\alpha}$



## 2- Cierre gradual (lineal)

### t=Δt

- Onda G a velocidad **a**: **SOBREPRESION**
- $\Delta Q = -\alpha \Delta t$        $\Delta h = -\frac{a}{gA} \Delta Q = \frac{a}{gA} \alpha \Delta t$

### t= L/a

- Onda G llega a tanque, reflejándose onda F: **DEPRESIÓN**

### t=2 L/a

- Onda F regresa a extremo cerrado.

Período de la tubería:

$$T = \frac{2L}{a}$$

$T_c \leq T$  - fenómeno rápido

$T_c > T$  - fenómeno lento

# 2- Cierre gradual (lineal)

## □ 2-a: Cierre rápido

$$T_c < T \Rightarrow \frac{Q_0}{\alpha} < \frac{2L}{a} \Rightarrow \alpha > \frac{Q_0 a}{2L}$$

$$\Delta Q = Q_{final} - Q_{inicial} = -Q_0$$

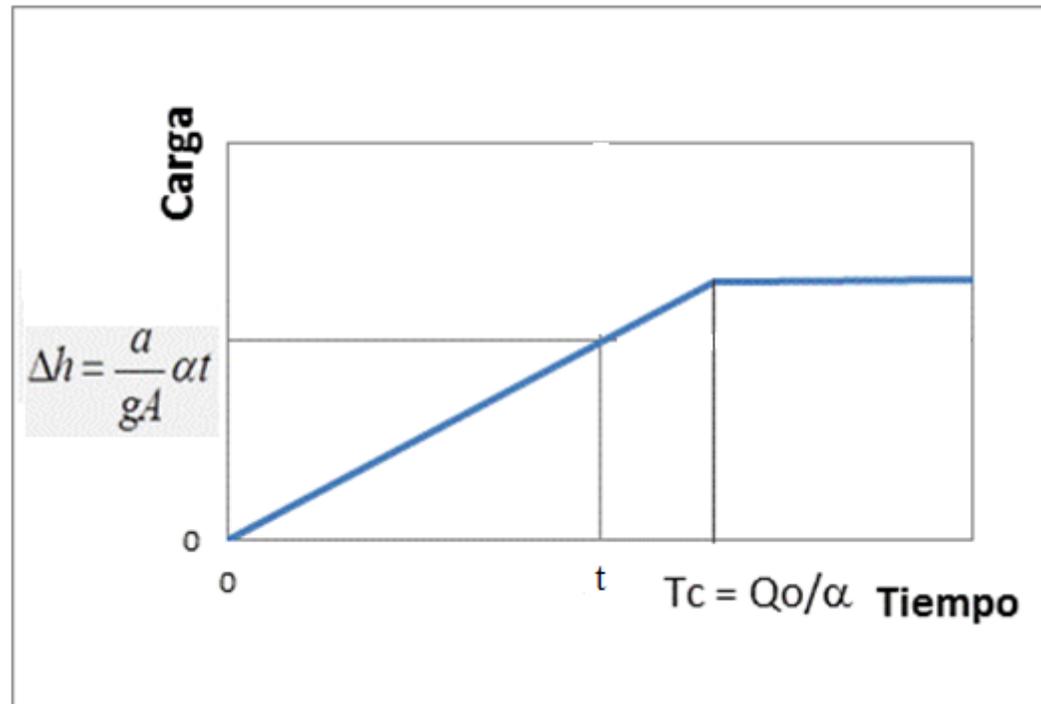
$$\Delta h = \frac{Q_0 a}{gA}$$

En  $t < T_c$ :

$$Q_2(t) = Q_0 - \alpha t$$

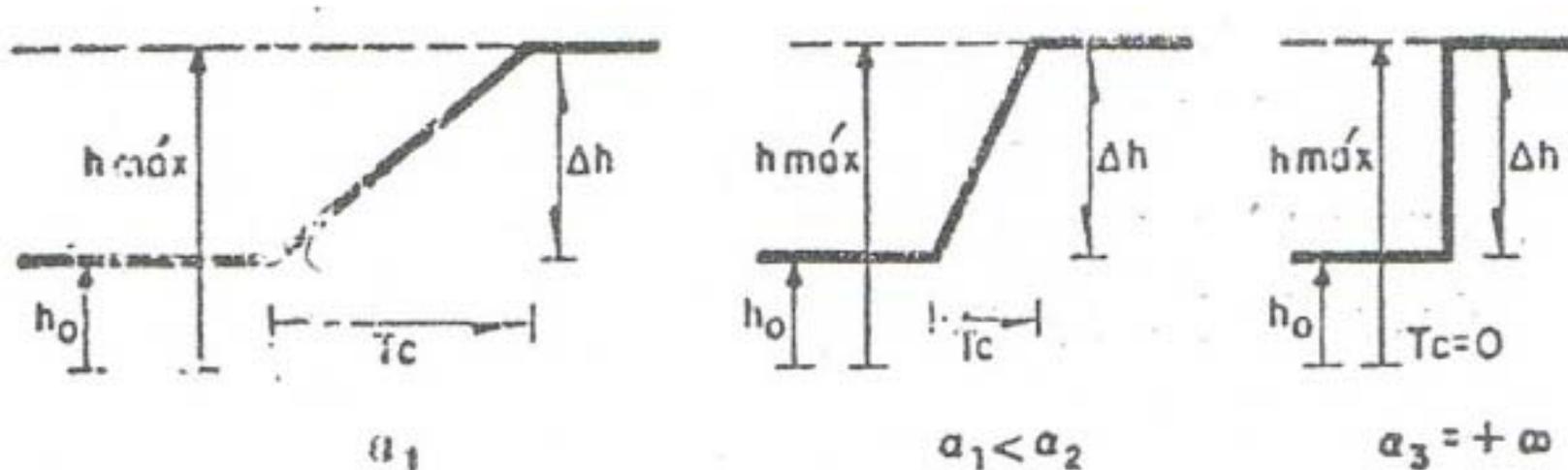
$$\Delta Q = -\alpha t$$

$$\Delta h = -\frac{a}{gA} \Delta Q = \frac{a}{gA} \alpha t$$



## 2- Cierre gradual (lineal)

### □ 2-a: Cierre rápido: FORMA DE LA ONDA

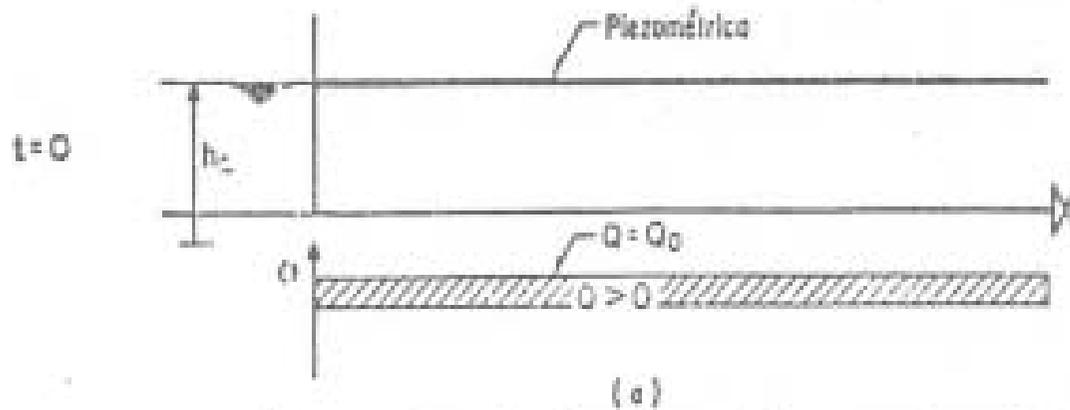


Sí  $\alpha \rightarrow \infty$ , forma de la onda tiende a función escalón.

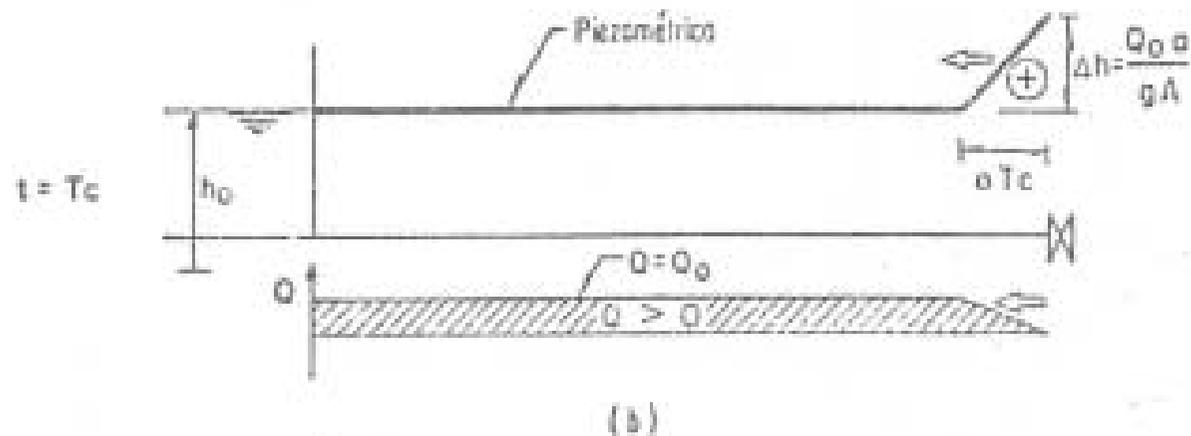
$\alpha$  y la función  $Q(t)$  influye en la forma de la onda, pero no en su amplitud.

# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA



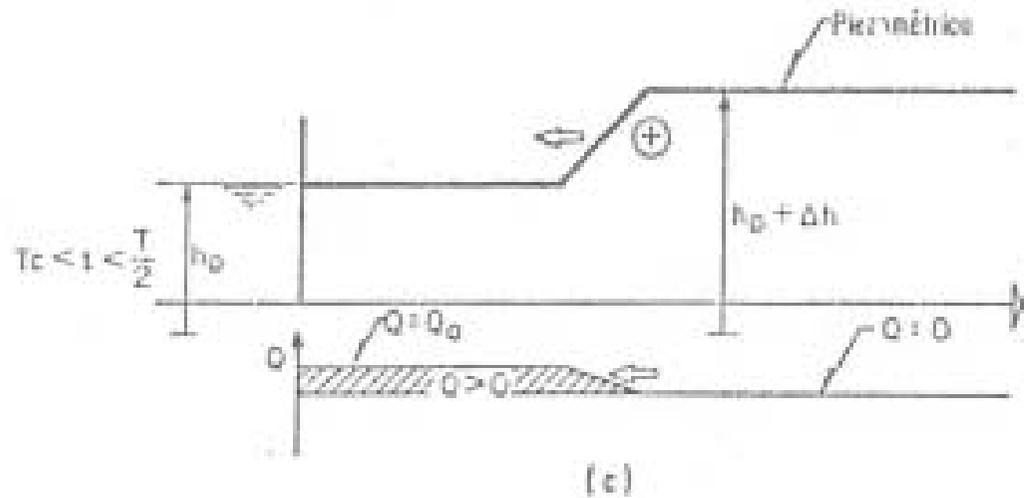
Flujo estacionario. Comienza a formarse la onda de sobrepresión.



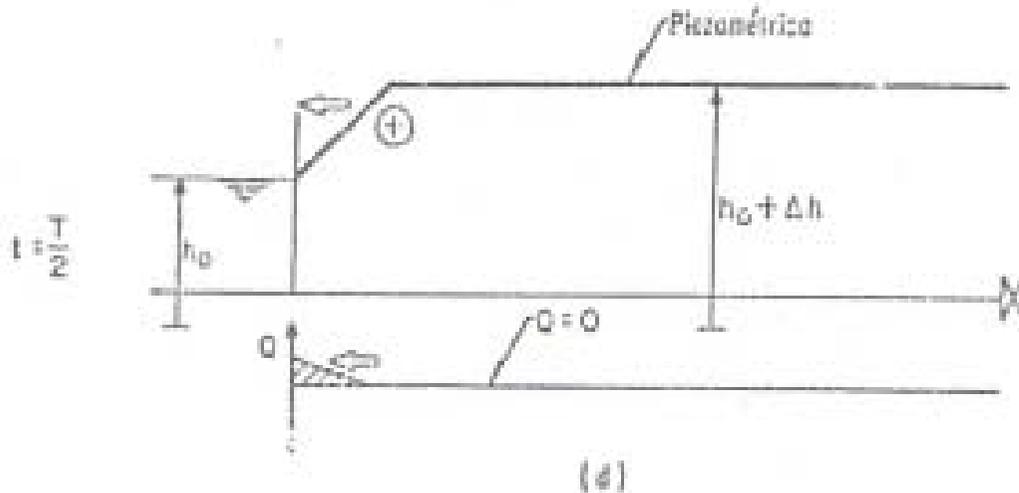
Se forma la onda de sobrepresión.

# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA

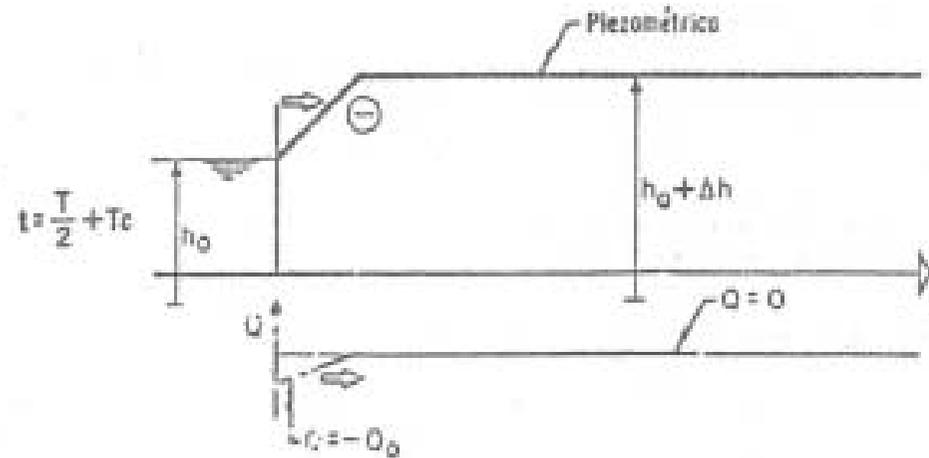


La onda viaja hacia el tanque de carga constante.



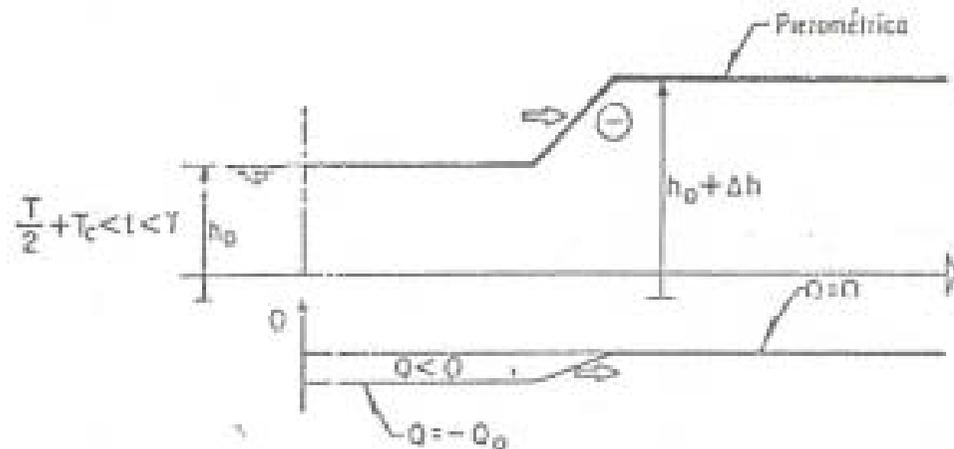
# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA



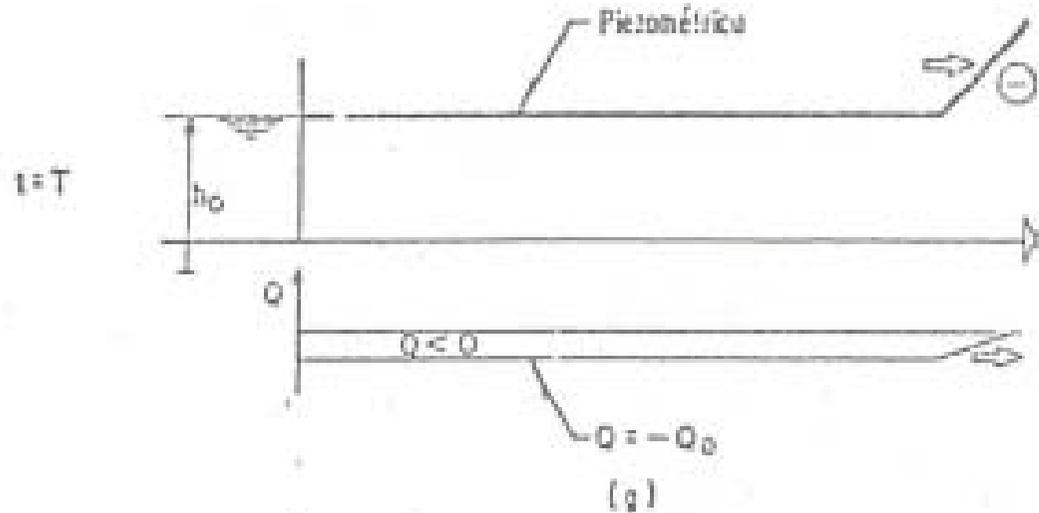
(a)

Finaliza la reflexión en el tanque. La onda de depresión parte hacia la válvula



# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA

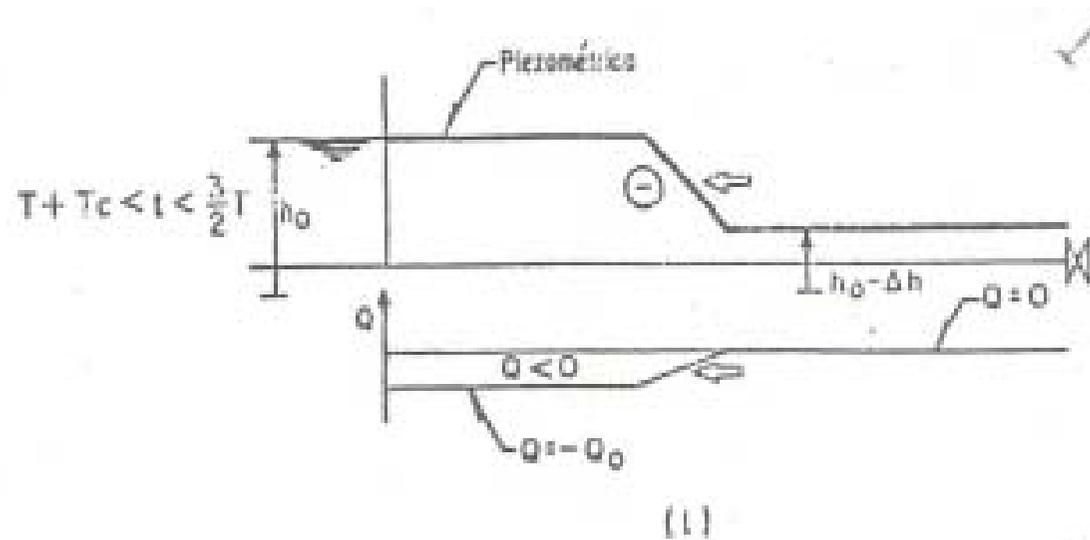


La onda de depresión llega a la válvula  $T$  segundos después del comienzo del fenómeno. Comienza la reflexión de la misma onda ( $\ominus \rightarrow \oplus$ ) en la válvula cerrada.

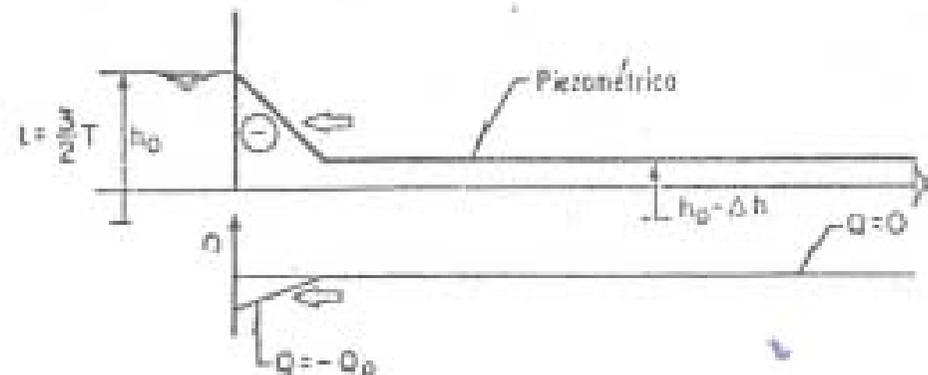


# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA

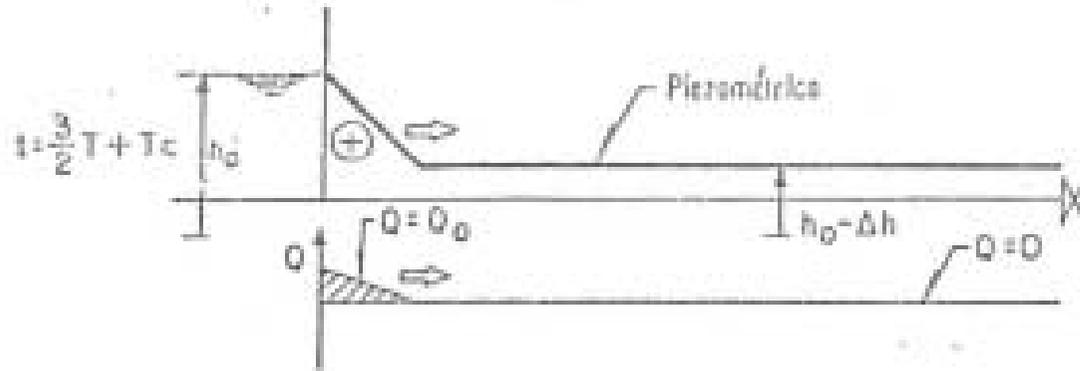


La onda de depresión viaja hacia el tanque.



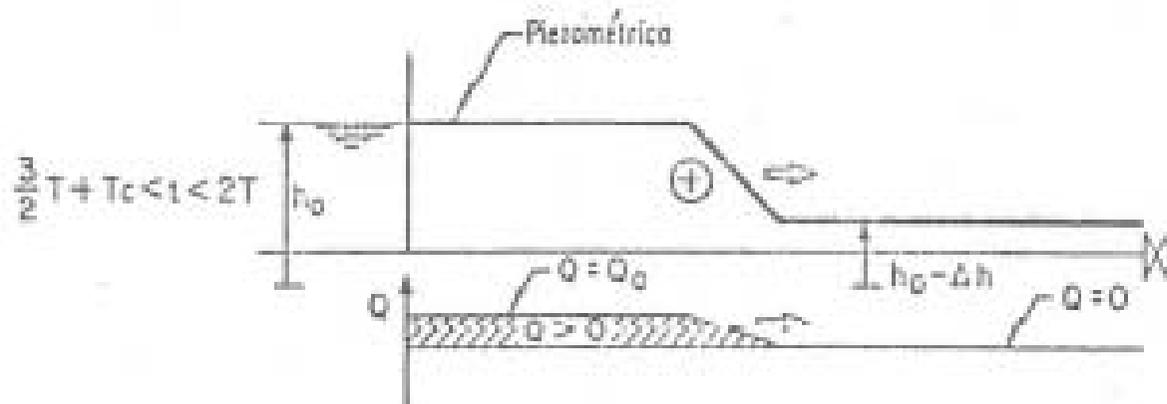
# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA



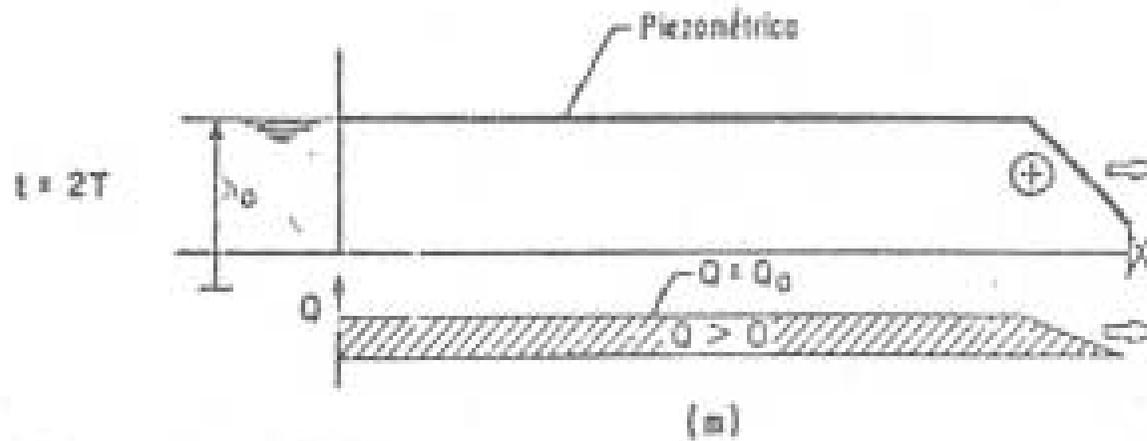
(b)

Finaliza la reflexión en el tanque. La onda de sobrepresión parte hacia la válvula.

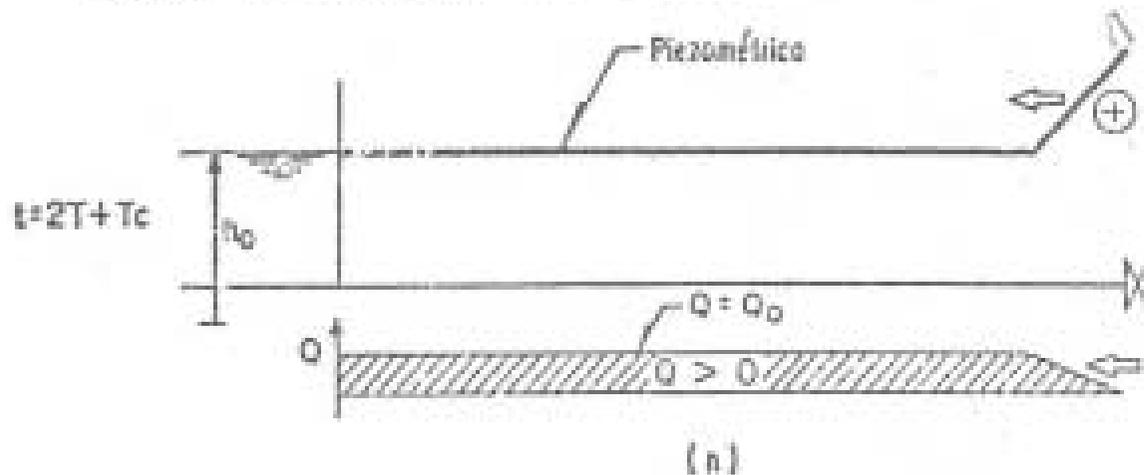


# 2- Cierre gradual (lineal)

## 2-a: Cierre rápido: PROPAGACIÓN DE LA ONDA



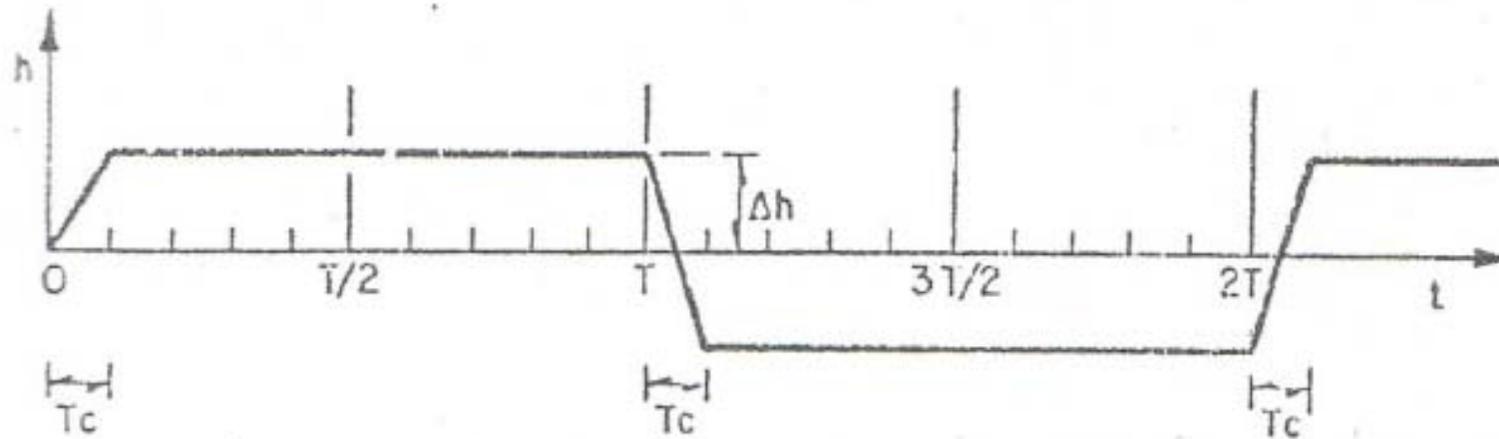
La onda de sobrepresión llega a la válvula  $2T$  segundos después del comienzo del fenómeno.



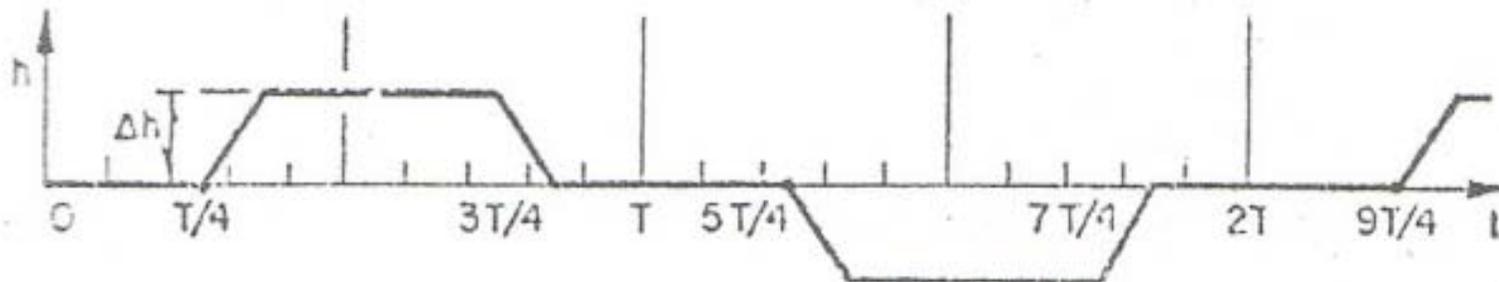
# 2- Cierre gradual (lineal)

## □ 2-a: Cierre rápido:

Carga piezométrica en diferentes puntos de la tubería:



a) Registro correspondiente al transductor E colocado en el extremo de aguas abajo (válvula)



b) Registro del transductor M colocado en el punto medio de la tubería

## 2- Cierre gradual (lineal)

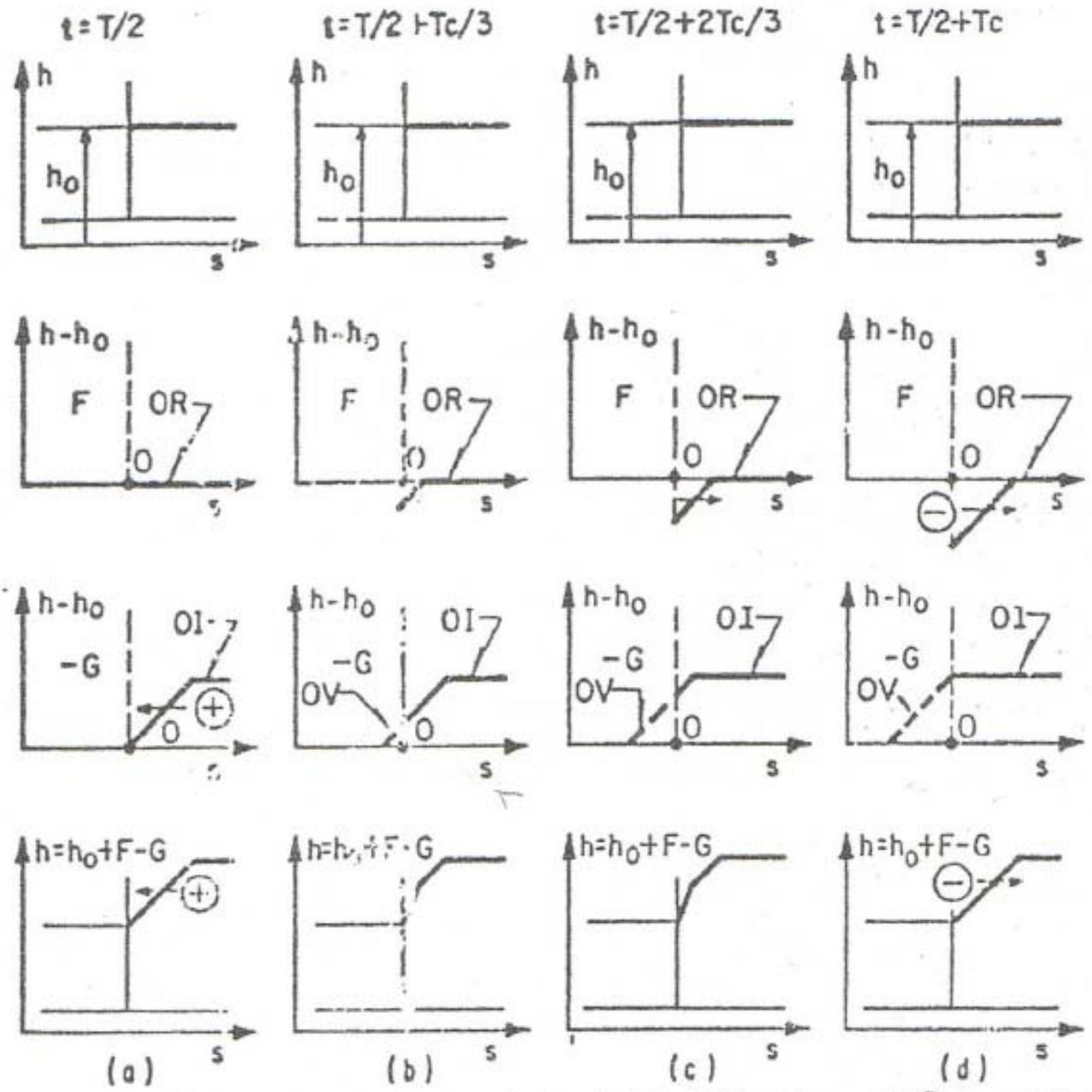
### □ 2-a: Cierre rápido:

Proceso de reflexión de onda de carga piezométrica en un tanque de carga constante.

$$h = h_0 + \frac{a}{gA} [F(s - at) - G(s + at)]$$

Tanque:

$$F(L - at) = G(L + at)$$



OI- onda incidente, OR- onda reflejada, OV- onda virtual,  $\oplus$ -sobrepresión,  $\ominus$ -depresión  
 La OR se obtiene girando a  $180^\circ$  la OV respecto al punto O

## 2- Cierre gradual (lineal)

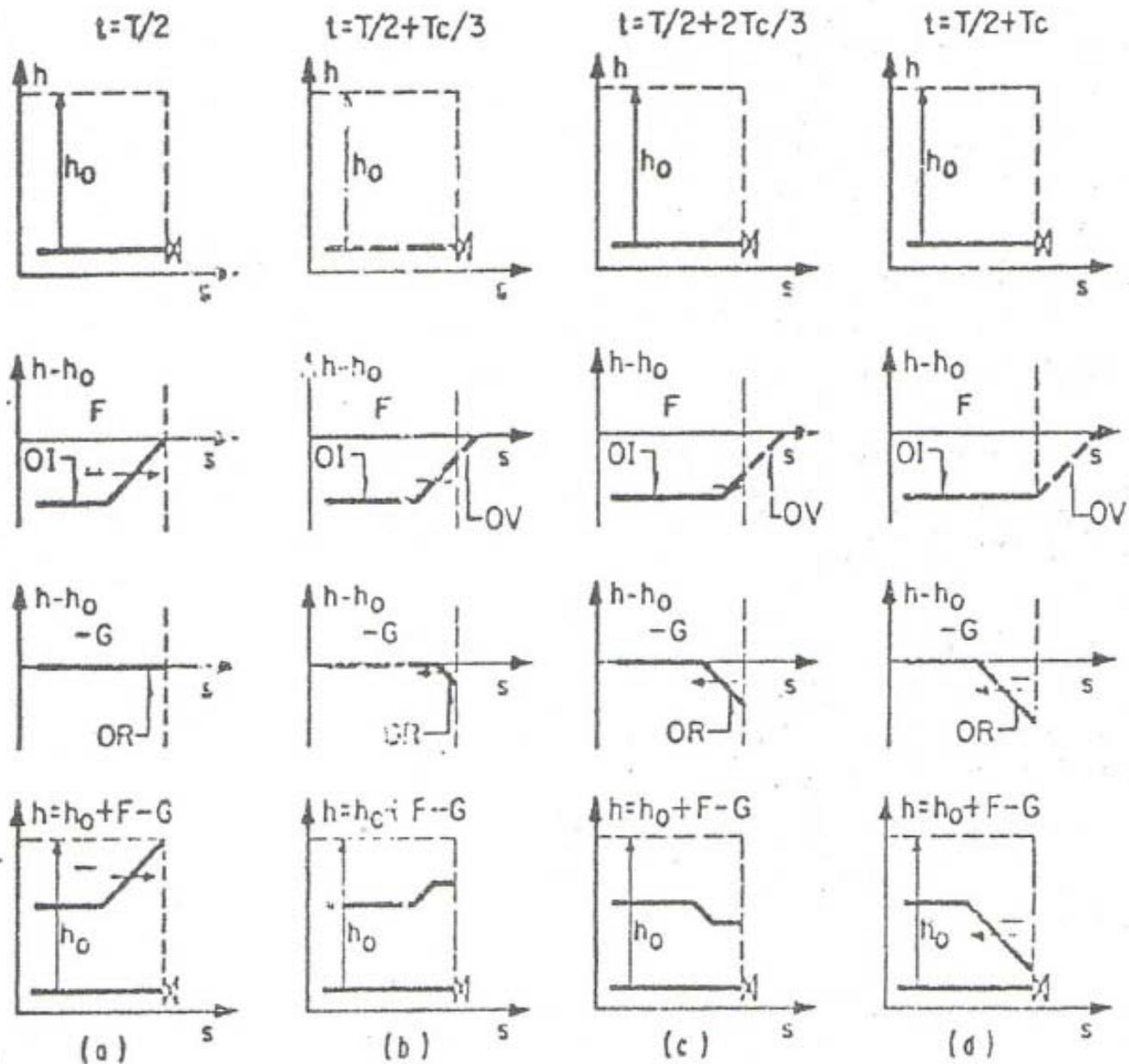
### □ 2-a: Cierre rápido:

Proceso de reflexión de onda de carga piezométrica en un extremo cerrado.

$$h = h_0 + \frac{a}{gA} [F(s - at) - G(s + at)]$$

Extremo cerrado:

$$F(L - at) = -G(L + at)$$



OI—onda incidente, OR—onda reflejada, OV—onda virtual,  $\oplus$ —sobrepresión,  $\ominus$ —depresión  
 La OR se obtiene por simetría axial de la OV respecto al eje que indica la presencia del extremo cerrado.

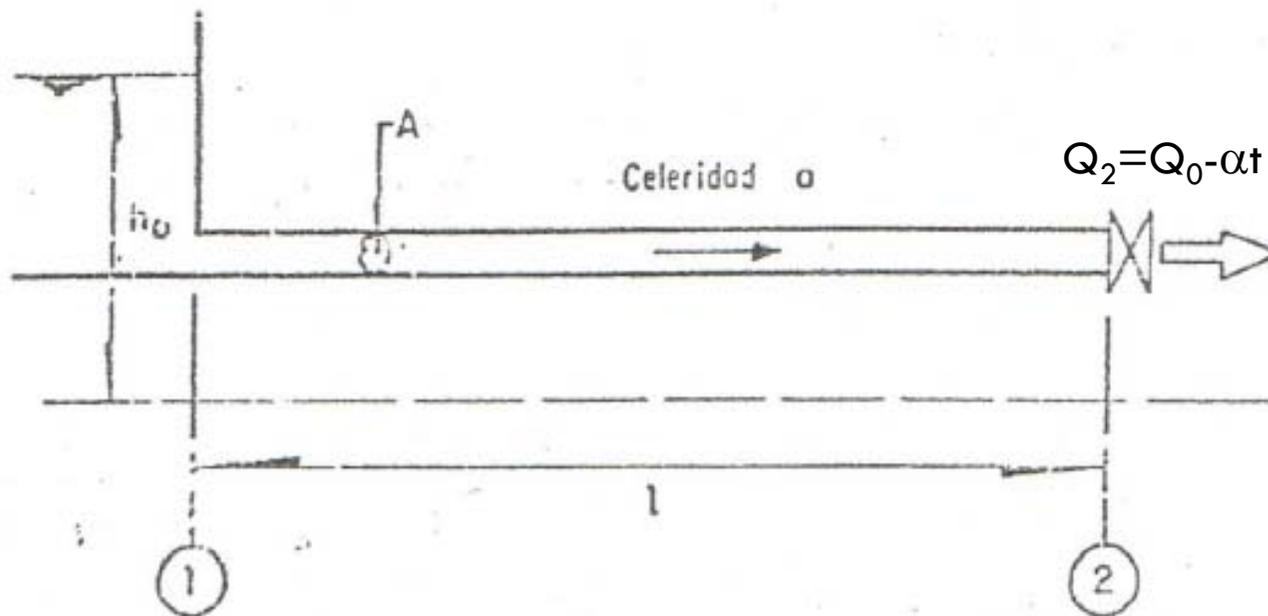
F.

# 2- Cierre gradual (lineal)

## □ 2-b Cierre lento

$$T_c = \frac{Q_0}{\alpha} > T = \frac{2L}{a}$$

Onda reflejada en el extremo opuesto interfiere con la propia perturbación.



# 2- Cierre gradual (lineal)

## □ 2-b Cierre lento

SE ASUME (a modo de ejemplo):

- Sucesión de 6 cierres rápidos

$$T_c = 6 \Delta T_c$$

- Período de la tubería:

$$T = 4 \Delta T_c$$

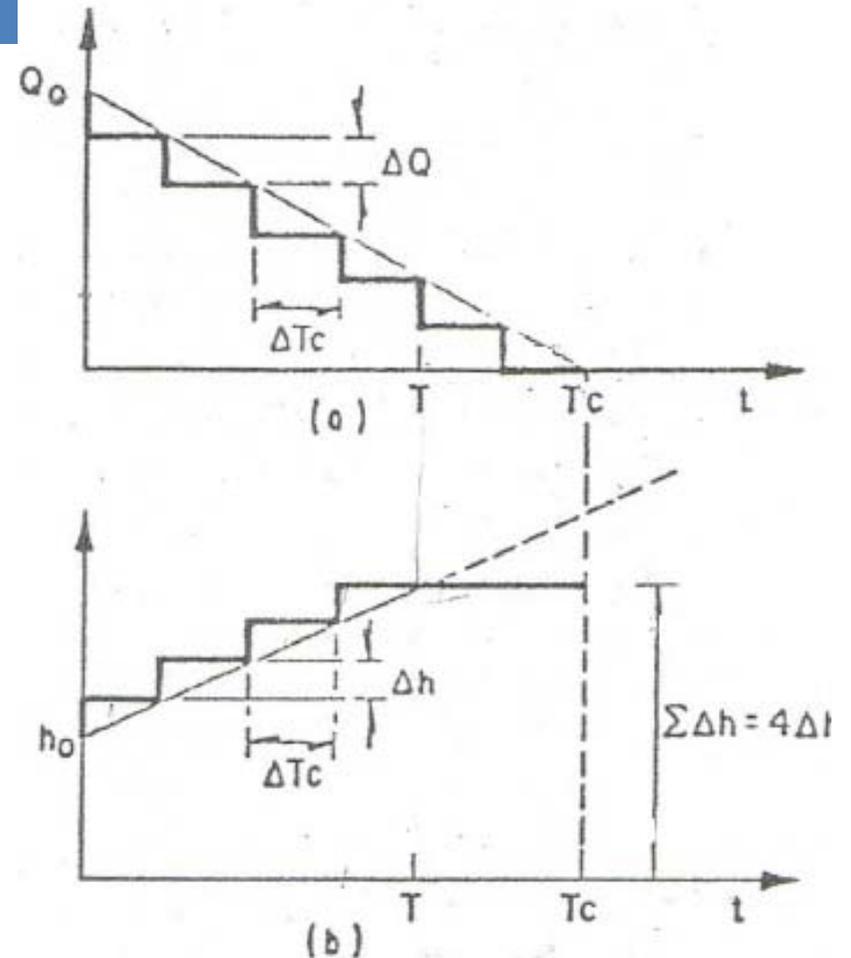
- En cada  $\Delta T_c$  :  $\Delta Q = \alpha \Delta T_c$ ,  $\Delta h = \frac{a}{gA} \Delta Q$

- En  $t = T \rightarrow 4\Delta h$

$$\sum \Delta h = 4 \cdot \frac{a}{gA} \Delta Q = 4 \cdot \frac{a}{gA} \cdot \alpha \cdot \Delta T_c = \alpha \cdot T \cdot \frac{a}{gA}$$

- Para  $T < t < T_c$

Cada nuevo incremento  $\Delta h$  se superpone con la onda de carga reflejada en el tanque que vale  $-\Delta h$ .

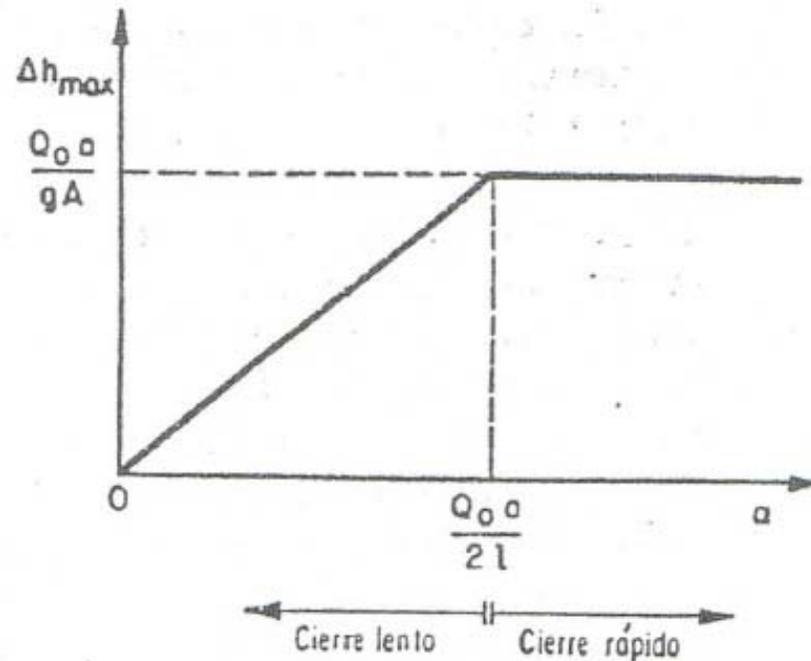


## 2- Cierre gradual (lineal)

### □ 2-b Cierre lento

- Máximo incremento de carga en un cierre lento (sustituyendo  $T=2L/a$ ):

$$\Delta h_{\text{máx}} = \sum \Delta h = \alpha \cdot \frac{2L}{gA}$$



- Sí  $\alpha$  tiende a 0 (cierres muy lentos),  $\Delta h_{\text{máx}}$  tiende a 0.
- Sí  $T_c = T$ ,  $\alpha = \frac{Q_0}{T} = \frac{Q_0 a}{2L}$ ,  $\Delta h_{\text{máx}} = \frac{Q_0 a}{gA}$

Modelo no estacionario, tubería  
elástica y fluido compresible .  
SIN Fricción

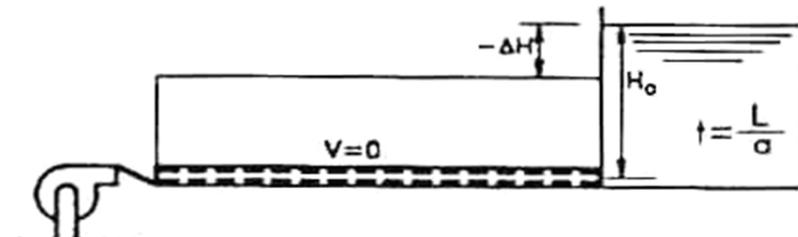
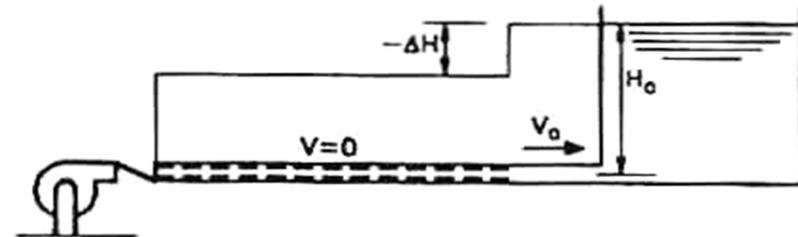
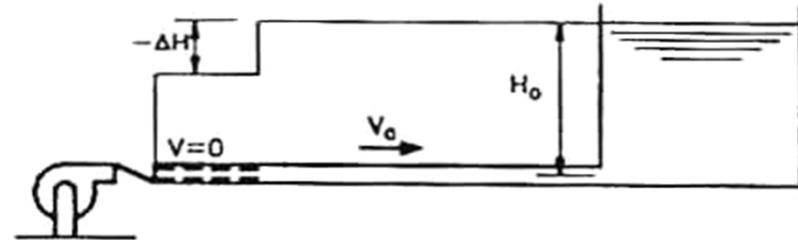
ANÁLISIS DE CASO:

Detención brusca de una  
bomba

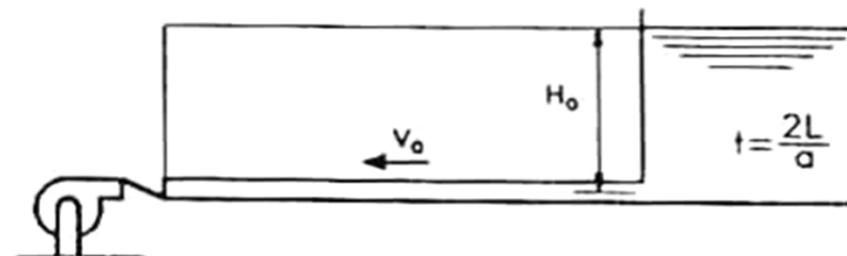
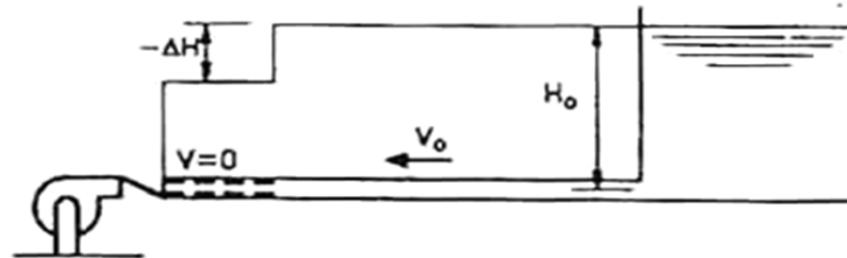
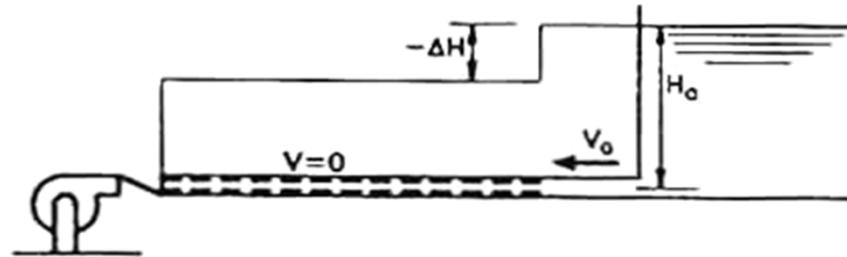
# Detención brusca de una bomba

$$\begin{aligned}Q_i &= Q_0 \\Q_f &= 0 \\ \Delta Q &= -Q_0\end{aligned}$$

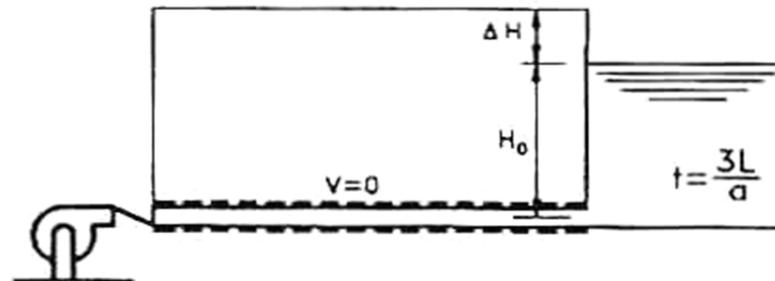
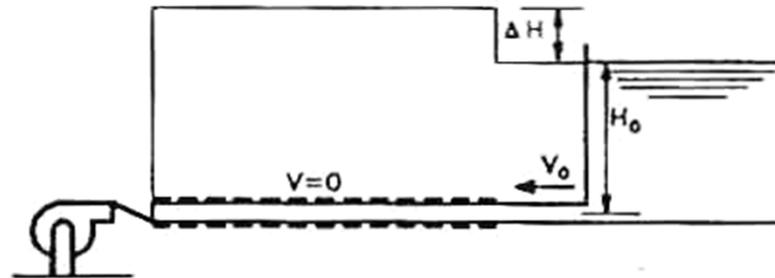
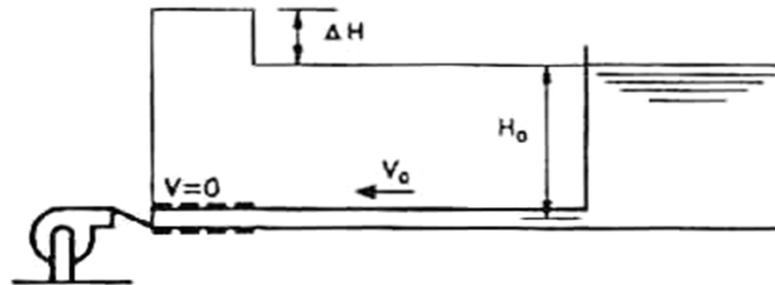
$$\rightarrow \Delta h = +\frac{a}{gA} \Delta Q = -\frac{a}{gA} Q_0$$



# Detención brusca de una bomba



# Detención brusca de una bomba



# Detención brusca de una bomba

