

Señales y Sistemas

Segundo parcial

Instituto de Ingeniería Eléctrica

29 de junio de 2021

Indicaciones

- ⊗ La prueba consistirá en cuatro problemas.
- ⊗ La prueba es individual y no hay restricciones en la consulta de material.
- ⊗ La prueba tiene una duración total de 3 horas y media, comenzando a las 13:00 y finalizando a las 16:30. A partir de las 16:30 tendrán 30 minutos extra para digitalizar y entregar el documento como se explica a continuación.
- ⊗ La entrega del parcial consiste en un documento (preferiblemente PDF) conteniendo fotos (ordenadas) de todas las hojas que se utilizaron para resolver los ejercicios propuestos.
- ⊗ La entrega se realizará a través de la tarea (**Entrega del Segundo Parcial 2021** <https://eva.fing.edu.uy/mod/assign/view.php?id=139540>) en el EVA de la asignatura especialmente destinada a estos efectos.
- ⊗ Al realizar la entrega de esta prueba se aceptan las condiciones mencionadas anteriormente, y que para la misma rige el Reglamento General de Estudios de la Facultad de Ingeniería disponible en https://www.fing.edu.uy/sites/default/files/2011/3090/reglamentogeneral_0.pdf.
- ⊗ En caso de tener problemas con la entrega por EVA, enviar su trabajo al mail: seys.ie.fing.udelar@gmail.com. En caso de tener problemas con el envío de email puede usar un sistema de transferencia de archivos como WeTransfer.com (sin usuario) u otro de su preferencia; en este caso se debe compartir con el email seys.ie.fing.udelar@gmail.com y avisarnos con otro email a esa misma dirección.
- ⊗ Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas y el **Código de Parcial** que figura al final de estas indicaciones.
- ⊗ Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones. En las gráficas o bosquejos deben indicarse claramente los ejes y puntos relevantes.
- ⊗ Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción, siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

Respaldo (CI: 1234572), **Código de Parcial:** 4244

Problema 1 [12 puntos]

Sea $x(t)$ una señal con Transformada de Laplace $X(s)$ racional, sin ceros y con solamente dos polos localizados en $s = 1/2$ y $s = -1$. Definiendo $y(t) = x(t)e^{-2t}$, se sabe que existe su Transformada de Fourier $Y(j\omega)$ y en continua tiene módulo 1.

- (a) Dar el diagrama de polos y ceros de $X(s)$ y $Y(s)$.
- (b) Determinar y justificar si $x(t)$ es de soporte a la izquierda ($\exists T_L/x(t) = 0, \forall t > T_L$), soporte a la derecha ($\exists T_R/x(t) = 0, \forall t < T_R$) o de soporte no acotado.
- (c) Hallar la expresión de $x(t)$.

Problema 2 [16 puntos]

Sea el sistema de la figura 1, con $H(s) = \frac{s-1}{(s-4)^2}$

- Dibujar el diagrama de polos y ceros del sistema $H(s)$ en lazo abierto.
- Mostrar que el sistema en lazo abierto es inestable. Justificar.
- Hallar en función de a y b la transferencia en lazo cerrado $Q(s)$.

De aquí en más consideramos el controlador $G(s)$ con ganancia diferencial $a = 8$ y ganancia proporcional $b = 2$.

- Bosquejar el diagrama de polos y ceros para el sistema en lazo cerrado.
- Determinar si el sistema en lazo cerrado es estable o no.
- Determinar si existe la respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado, y en ese caso bosquejarla.

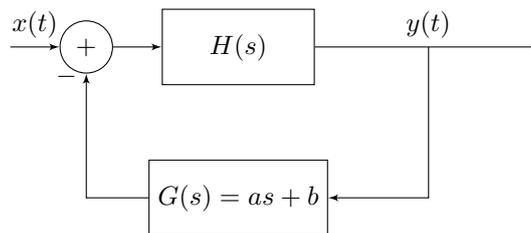


Figura 1: Sistema en lazo cerrado.

Problema 3 [16 puntos]

Se considera el filtro en tiempo discreto de la figura 2, que es SLIT, causal, donde a es un real positivo.

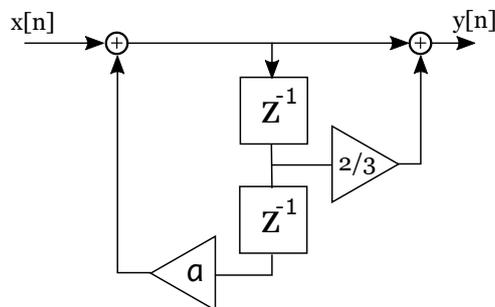


Figura 2: Sistema en tiempo discreto.

- Hallar la transferencia $H(z)$ del sistema.
- Dibujar el diagrama de polos y ceros.
- Estudiar la estabilidad en función de a .
- Hallar a para que el módulo de la respuesta en la frecuencia $\theta = \pi/2$ sea 3.
- Bosquejar el módulo de la respuesta en frecuencia para el valor de a hallado en la parte anterior.
- Indicar si el filtro obtenido es de fase lineal. Justificar.

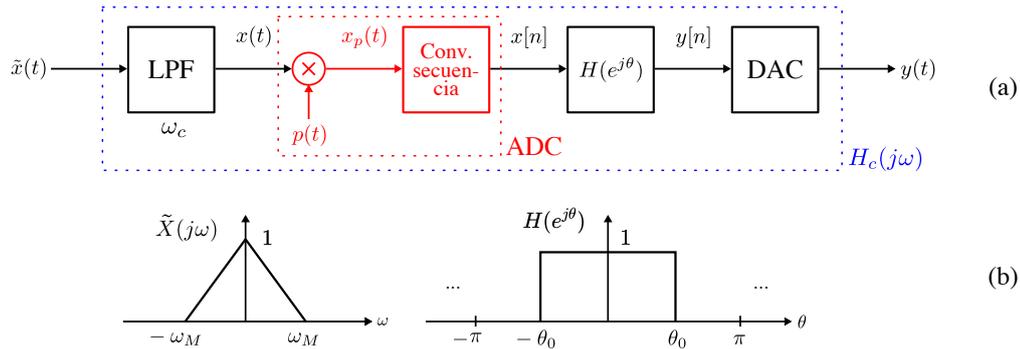


Figura 3: Sistema de procesamiento digital.

Problema 4 [16 puntos]

En la figura 3a se muestra un sistema que procesa señales en tiempo continuo a partir de sus muestras con período T usando un filtro digital $H(e^{j\theta})$. Para señales que son de banda limitada, tales que $\tilde{X}(j\omega) = 0$ para $|\omega| > \omega_M = \pi/T$, el sistema de la figura resulta equivalente a un sistema LTI en tiempo continuo. El proceso de obtención de las muestras $x[n]$ se modela como el producto por un tren de deltas $p(t)$ de período T y su conversión a secuencia. Considerar que $\tilde{X}(j\omega)$ y $H(e^{j\theta})$ son como se muestra en la figura 3b.

- Hallar una expresión para el espectro de $x_p(t)$ y bosquejar.
- Deducir la relación entre T , ω_M y ω_c (la frecuencia de corte del filtro pasabajos) para que no exista solapamiento en $X_p(j\omega)$ y se cumpla el Teorema de Muestreo.
- Con $2\pi/T = 40000\pi \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$, dibujar $X(e^{j\theta})$, $Y(e^{j\theta})$ y $Y(j\omega)$, cuando $\theta_0 = \pi/4$.
- Explicar y bosquejar cómo cambia el resultado anterior si la frecuencia de muestreo se triplica ($2\pi/T = 120000\pi \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$). La frecuencia de corte del filtro pasabajos se mantiene en el valor hallado para el T de la parte anterior.
- El filtro de tiempo discreto es ahora reemplazado por uno descrito mediante la siguiente ecuación en recurrencia:

$$y[n] = \frac{1}{4} y[n-1] + x[n].$$

Determinar la respuesta en frecuencia $H_c(j\omega)$ del sistema equivalente completo con entrada $x(t)$ y salida $y(t)$. Considerar el T definido en (d).