Señales y Sistemas

Primer parcial

Instituto de Ingeniería Eléctrica

19 de mayo de 2020

Indicaciones

- La prueba consistirá en cuatro problemas.
- La prueba es individual y no hay restricciones en la consulta de material.
- La prueba tiene una duración total de 3 horas, comenzando a las 9:00 y finalizando a las 12:00. A partir de las 12:00 tendrán 30 minutos extra para digitalizar y entregar el documento como se explica más adelante.
- La entrega del parcial consiste en un documento (preferiblemente PDF) conteniendo fotos (ordenadas) de todas las hojas que se utilizaron para resolver los ejercicios propuestos.
- La entrega se realizará a través de la tarea (**Entrega Primer Parcial** https://eva.fing.edu.uy/mod/assign/view.php?id=108184) en el EVA de la asignatura especialmente destinada a estos efectos.
- Al realizar la entrega de esta prueba se aceptan las condiciones mencionadas anteriormente, y que para la misma rige el Reglamento General de Estudios de la Facultad de Ingeniería disponible en https://www.fing.edu.uy/sites/default/files/2011/3090/reglamentogeneral_0.pdf.
- En caso de tener problemas con la entrega por EVA, enviar su trabajo al mail: seys.iie.fing.udelar@gmail.com. En caso de tener problemas con el envío de email puede usar un sistema de transferencia de archivos de su preferencia como WeTransfer.com (sin usuario) u otro de su preferencia; en este caso se debe compartir con el email seys.iie.fing.udelar@gmail.com y avisarnos con otro email a esa misma dirección.
- Cada hoja entregada debe indicar nombre, número de C.I., y número de hoja. La hoja 1 debe indicar además el total de hojas entregadas y el **Código de Parcial** que figura al final de estas indicaciones.
- Se evaluará explícitamente la claridad, prolijidad y presentación de las soluciones, desarrollos y justificaciones. En las gráficas o bosquejos deben indicarse claramente los ejes y puntos relevantes.
- Pueden utilizarse resultados teóricos del curso sin hacer su deducción, siempre que la letra no lo exija explícitamente. Se evaluará la correcta formulación y validez de hipótesis.

NOMBRECOMPLETO (CI: CEDULAID), **Código de Parcial**: CODIGOPARCIAL

Problema 1 [10 puntos]

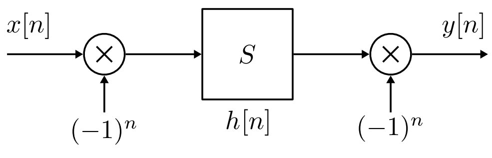

Figura 1: Sistema lineal e invariante en el tiempo

Considerar el sistema lineal e invariante en el tiempo de la figura 1, donde la respuesta al impulso del sub-sistema S vale:

$$h[n] = \frac{\sin(\theta_0 n)}{\pi n}.$$

Si la entrada del sistema es

$$x[n] = \frac{\sin(\theta_1 n)}{\pi n}.$$

(a) Hallar y bosquejar la respuesta en frecuencia del sub-sistema S, $H(e^{j\theta})$.

(b) Hallar y bosquejar el espectro de las señales x e y así como la entrada y salida del sistema S (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(c) Hallar la relación exacta entre las energías de la entrada x y la salida y (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(d) Hallar la respuesta al impulso del sistema completo.

(e) Hallar la respuesta $y[n]$ del sistema completo (discutir en función de θ_0 y θ_1).

Problema 2 [10 puntos]

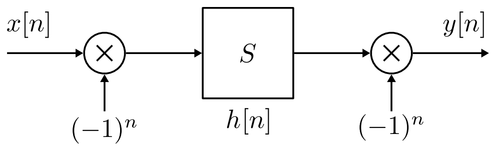

Figura 2: Sistema lineal e invariante en el tiempo.

Considerar el sistema lineal e invariante en el tiempo de la figura 2, donde la respuesta al impulso del sub-sistema S vale:

$$h[n] = \frac{\sin(\theta_0 n)}{\pi n}.$$

Si la entrada del sistema es

$$x[n] = \sin(\theta_1 n) + \sin(2\theta_1 n).$$

(a) Hallar y bosquejar la respuesta en frecuencia del sub-sistema S, $H(e^{j\theta})$.

(b) Hallar y bosquejar el espectro de las señales x e y así como la entrada y salida del sistema S (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(c) Hallar la relación exacta entre las energías de la entrada x y la salida y (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(d) Hallar la respuesta al impulso del sistema completo.

(e) Hallar la respuesta $y[n]$ del sistema completo (discutir en función de θ_0 y θ_1).

Problema 3 [10 puntos]

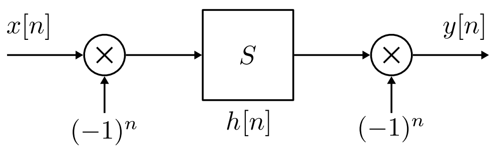

Figura 3: Sistema lineal e invariante en el tiempo.

Considerar el sistema lineal e invariante en el tiempo de la figura 3, donde la respuesta al impulso del sub-sistema S vale:

$$h[n] = \frac{\sin(\theta_0 n)}{\pi n} + \frac{\sin(2\theta_0 n)}{\pi n}.$$

Si la entrada del sistema es

$$x[n] = \sin(\theta_1 n).$$

(a) Hallar y bosquejar la respuesta en frecuencia del sub-sistema S, $H(e^{j\theta})$.

(b) Hallar y bosquejar el espectro de las señales x e y así como la entrada y salida del sistema S (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(c) Hallar la relación exacta entre las energías de la entrada x y la salida y (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(d) Hallar la respuesta al impulso del sistema completo.

(e) Hallar la respuesta $y[n]$ del sistema completo (discutir en función de θ_0 y θ_1).

Problema 4 [10 puntos]

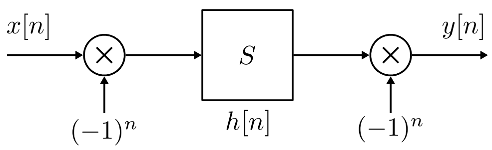

Figura 4: Sistema lineal e invariante en el tiempo.

Considerar el sistema lineal e invariante en el tiempo de la figura 4, donde la respuesta al impulso del sub-sistema S vale:

$$h[n] = \sin(\theta_0 n) + \sin(2\theta_0 n).$$

Si la entrada del sistema es

$$x[n] = \frac{\sin(\theta_1 n)}{\pi n}.$$

(a) Hallar y bosquejar la respuesta en frecuencia del sub-sistema S, $H(e^{j\theta})$.

(b) Hallar y bosquejar el espectro de las señales x e y así como la entrada y salida del sistema S (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(c) Hallar la relación exacta entre las energías de la entrada x y la salida y (discutir en función de θ_0 y θ_1).

(d) Hallar la respuesta al impulso del sistema completo.

(e) Hallar la respuesta $y[n]$ del sistema completo (discutir en función de θ_0 y θ_1).

Problema 5 [10 puntos]

Se analizará un filtro determinado mediante la siguiente ecuación en diferencias:

$$y[n] = \alpha x[n] + x[n-1] + \alpha x[n-2] + \beta y[n-1]$$

donde todos los coeficientes son reales, el sistema es causal y se diseñará para que sea estable.

(a) Dar un diagrama de bloques que implemente el sistema con la menor cantidad de elementos de retardo.

(b) Hallar la respuesta en frecuencia del sistema $H(e^{j\theta})$.

(c) Hallar una expresión de la respuesta al impulso $h[n]$.

(d) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que el sistema sea estable.

(e) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que la respuesta en frecuencia π sea nula.

(f) Bosquejar $|H(e^{j\theta})|$ para el caso $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$. Indicar si se el filtro obtenido es un pasaaltos o un pasabajos.

Problema 6 [10 puntos]

Se analizará un filtro determinado mediante la siguiente ecuación en diferencias:

$$y[n] = \alpha x[n] + x[n-1] + \alpha x[n-2] + \beta y[n-1]$$

donde todos los coeficientes son reales, el sistema es causal y se diseñará para que sea estable.

(a) Dar un diagrama de bloques que implemente el sistema con la menor cantidad de elementos de retardo.

(b) Hallar la respuesta en frecuencia del sistema $H(e^{j\theta})$.

(c) Hallar una expresión de la respuesta al impulso $h[n]$.

(d) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que el sistema sea estable.

(e) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que la respuesta en frecuencia 0 sea nula.

(f) Bosquejar $|H(e^{j\theta})|$ para el caso $\alpha = -0.5$ y $\beta = -0.5$. Indicar si se el filtro obtenido es un pasaaltos o un pasabajos.

Problema 7 [10 puntos]

Se analizará un filtro determinado mediante la siguiente ecuación en diferencias:

$$y[n] = \beta x[n] + x[n-1] + \beta x[n-2] + \alpha y[n-1]$$

donde todos los coeficientes son reales, el sistema es causal y se diseñará para que sea estable.

(a) Dar un diagrama de bloques que implemente el sistema con la menor cantidad de elementos de retardo.

(b) Hallar la respuesta en frecuencia del sistema $H(e^{j\theta})$.

(c) Hallar una expresión de la respuesta al impulso $h[n]$.

(d) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que el sistema sea estable.

(e) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que la respuesta en frecuencia π sea nula.

(f) Bosquejar $|H(e^{j\theta})|$ para el caso $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$. Indicar si se el filtro obtenido es un pasaaltos o un pasabajos.

Problema 8 [10 puntos]

Se analizará un filtro determinado mediante la siguiente ecuación en diferencias:

$$y[n] = \beta x[n] + x[n-1] + \beta x[n-2] + \alpha y[n-1]$$

donde todos los coeficientes son reales, el sistema es causal y se diseñará para que sea estable.

(a) Dar un diagrama de bloques que implemente el sistema con la menor cantidad de elementos de retardo.

(b) Hallar la respuesta en frecuencia del sistema $H(e^{j\theta})$.

(c) Hallar una expresión de la respuesta al impulso $h[n]$.

(d) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que el sistema sea estable.

(e) Hallar las condiciones que deben cumplir α y β para que la respuesta en frecuencia 0 sea nula.

(f) Bosquejar $|H(e^{j\theta})|$ para el caso $\alpha = -0.5$ y $\beta = -0.5$. Indicar si se el filtro obtenido es un pasaaltos o un pasabajos.

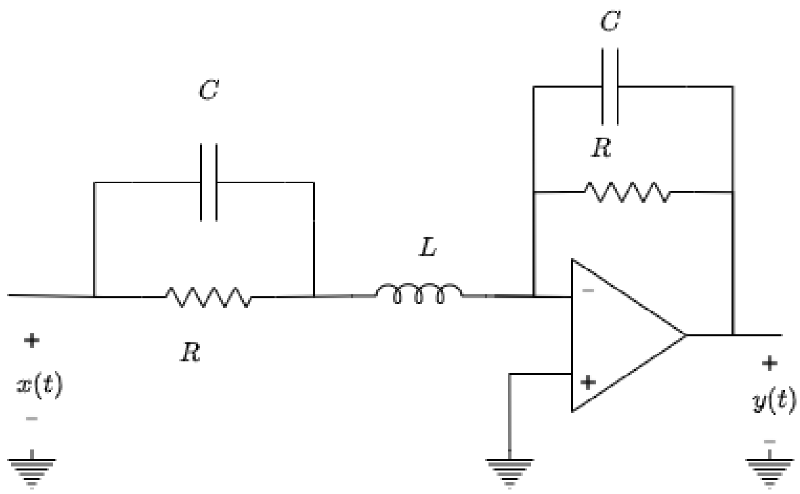

Figura 5: Amplificador inversor

Problema 9 [10 puntos]

Sea el sistema representado por el diagrama de la figura 5 cuya entrada es el voltaje $x(t)$ y su salida el voltaje $y(t)$ El amplificador es ideal y trabaja en zona lineal.

(a) Mostrar que la transferencia del sistema en la variable de Laplace toma la forma

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{1}{LCs^2 + L/Rs + 1}.$$

(b) Determinar la condición que debe cumplir R, L y C para que la respuesta al escalón no oscile.

De aquí en más consideramos el caso en que los componentes cumplen $(L/R)^2 > 4LC$.

(c) Calcular la respuesta al impulso $h(t)$. Puede expresarse en función de los polos del sistema si estos son calculados en función de R, C y L.

(d) Usando la parte anterior, mostrar que el sistema es BIBO estable.

(e) Calcular $H(j\omega)$, transformada de Fourier de $h(t)$.

(f) Calcular el valor A en función de R, L y C tal que si se entra al sistema con $x(t) = \cos(t/\sqrt{LC})$ la salida sea $y(t) = A\,\cos(t/\sqrt{LC} + \phi)$. No es necesario calcular ϕ.

(g) Calcular $s_\infty = \lim_{t\to\infty} s(t)$, donde $s(t)$ es la respuesta al escalón.

Problema 10 [10 puntos]

Sea el sistema representado por el diagrama de la figura 6 cuya entrada es el voltaje $x(t)$ y su salida el voltaje $y(t)$ El amplificador es ideal y trabaja en zona lineal.

(a) Mostrar que la transferencia del sistema en la variable de Laplace toma la forma

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{1}{\frac{1}{2}\frac{L_1}{R}\frac{L_2}{R}s^2 + \left(\frac{L_1}{R} + \frac{1}{2}\frac{L_2}{R}\right)s + 1}.$$

(b) Mostrar que para ningún valor de R y L_1 y L_2 la respuesta al escalón presenta oscilaciones[1].

De aquí en más consideramos el caso en que los parámetros del sistema cumplen $\left(L_1 + \frac{1}{2}L_2\right)^2 \neq 2L_1L_2$.

[1]Puede ser útil recordar que la media aritmética es mayor que la geométrica: $0.5(\alpha+\beta) \geq \sqrt{(\alpha\beta)}$

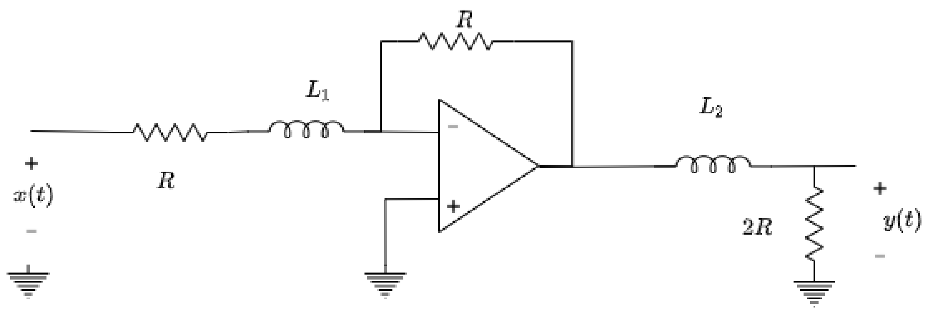

Figura 6: Amplificador inversor

(c) Calcular la respuesta al impulso $h(t)$. Puede expresarse en función de los polos del sistema si estos son calculados en función de los parámetros R, L_1 y L_2.

(d) Usando la parte anterior, mostrar que el sistema es BIBO estable.

(e) Calcular $H(j\omega)$, transformada de Fourier de $h(t)$.

(f) Calcular el valor A en función de R, L_1 y L_2 tal que si se entra al sistema con $x(t) = \cos\left(\frac{2R}{\sqrt{L_1L_2}}t\right)$ la salida sea $y(t) = A\cos\left(\frac{2R}{\sqrt{L_1L_2}}t + \phi\right)$. No es necesario calcular ϕ.

(g) Calcular $s_\infty = \lim_{t\to\infty} s(t)$, donde $s(t)$ es la respuesta al escalón.

Problema 11 [10 puntos]

Sea el sistema representado por el diagrama de la figura 7 cuya entrada es el voltaje $x(t)$ y su salida el voltaje $y(t)$ El amplificador es ideal y trabaja en zona lineal.

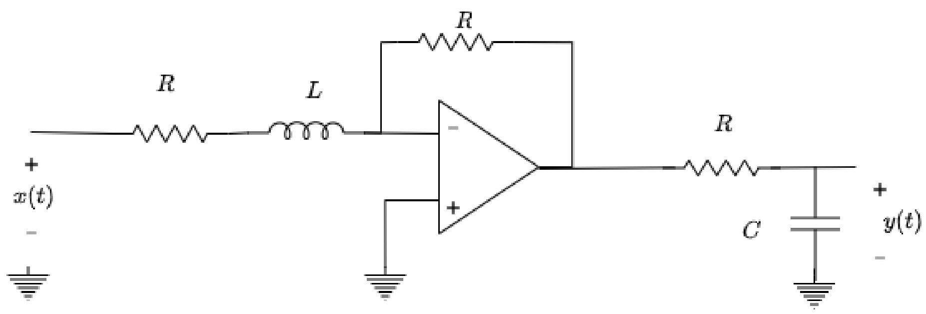

Figura 7: Amplificador inversor

(a) Mostrar que la transferencia del sistema en la variable de Laplace toma la forma

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{1}{LCs^2 + (L/R + RC)s + 1}$$

.

(b) Mostrar que para ningún valor de R, L y C la respuesta al escalón presenta oscilaciones. [2]

De aquí en más consideramos el caso en que los componentes cumplen $\left(\frac{L}{R} + RC\right)^2 \neq 4LC$.

[2] Puede ser útil recordar que la media aritmética es mayor que la geométrica: $0.5(\alpha + \beta) \geq \sqrt{(\alpha\beta)}$

(c) Calcular la respuesta al impulso $h(t)$. Puede expresarse en función de los polos del sistema si estos son calculados en función de los parámetros R, L, y C

(d) Usando la parte anterior, mostrar que el sistema es BIBO estable.

(e) Calcular $H(j\omega)$, transformada de Fourier de $h(t)$.

(f) Calcular el valor A en función de R, L y C tal que si se entra al sistema con $x(t) = \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$ la salida sea $y(t) = A\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \phi\right)$. No es necesario calcular ϕ.

(g) Calcular $s_\infty = \lim_{t\to\infty} s(t)$, donde $s(t)$ es la respuesta al escalón.

Problema 12 [10 puntos]

Sea el sistema representado por el diagrama de la figura 8 cuya entrada es el voltaje $x(t)$ y su salida el voltaje $y(t)$ El amplificador es ideal y trabaja en zona lineal.

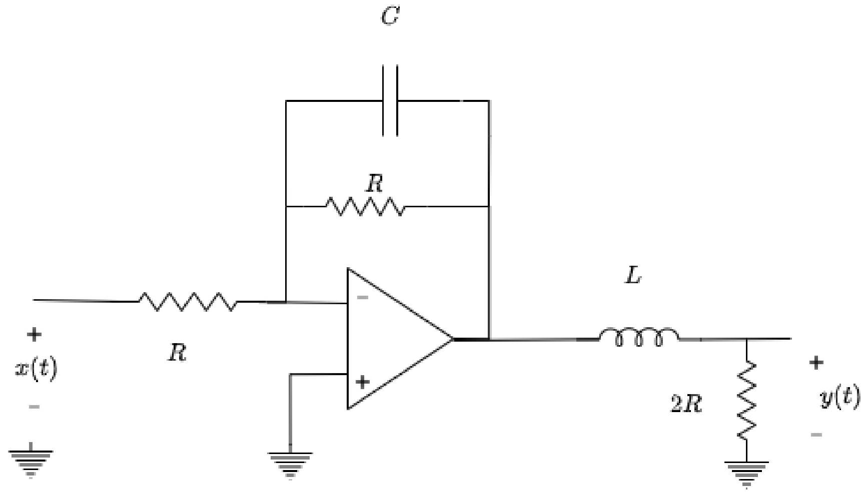

Figura 8: Amplificador inversor

(a) Mostrar que la transferencia del sistema en la variable de Laplace toma la forma

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{1}{\frac{1}{2}LCs^2 + \left(RC + \frac{1}{2}\frac{L}{R}\right)s + 1}.$$

(b) Mostrar que para ningún valor de R, L y C la respuesta al escalón presenta oscilaciones [3].

De aquí en más se consideramos el caso en que los componentes cumplen $\left(RC + \frac{L}{2R}\right)^2 \neq 2LC$.

(c) Calcular la respuesta al impulso $h(t)$. Puede expresarse en función de los polos del sistema siempre que estos se calculen a partir de los parámetros R, C y L.

(d) Usando la parte anterior, mostrar que el sistema es BIBO estable.

(e) Calcular $H(j\omega)$, transformada de Fourier de $h(t)$.

(f) Calcular el valor A en función de R, L y C tal que si se entra al sistema con $x(t) = \cos\left(\frac{\sqrt{2}t}{\sqrt{LC}}\right)$ la salida sea $y(t) = A\cos\left(\frac{\sqrt{2}t}{\sqrt{LC}} + \phi\right)$. No es necesario calcular ϕ.

(g) Calcular $s_\infty = \lim_{t\to\infty} s(t)$ donde $s(t)$ es la respuesta al escalón.

[3] Puede ser útil recordar que la media aritmética es mayor que la geométrica: $0.5(\alpha+\beta) \geq \sqrt{(\alpha\beta)}$

Problema 13 [10 puntos]

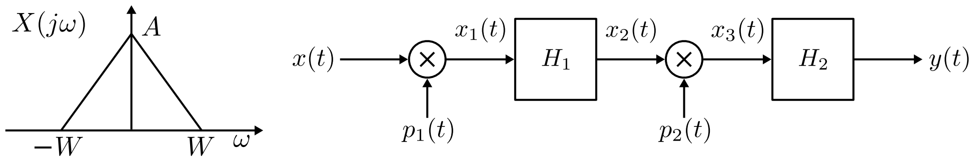

Figura 9: Sistema H1-H2

Considerar el sistema de la figura 9 donde la señal de entrada $x(t)$ tiene espectro $X(j\omega) = A\,\Lambda({}^{\omega}/{}_{W})$,

- $p_1(t) = \cos(2Wt)$,
- $p_2(t) = \cos(Wt)$,
- H_1 es un filtro pasaaltos ideal de frecuencia de corte $\omega_1 = 2W$, y
- H_2 es un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $\omega_2 = 2W$.

(a) Calcular E_x, la energía de $x(t)$.

(b) Hallar una expresión para $X_1(j\omega)$ y $X_2(j\omega)$.

(c) Calcular la relación entre E_x y la energía de $x_1(t)$.

(d) Bosquejar el módulo de espectro de $X_i(j\omega), i = 1, 2, 3$ y $Y(j\omega)$.

Problema 14 [10 puntos]

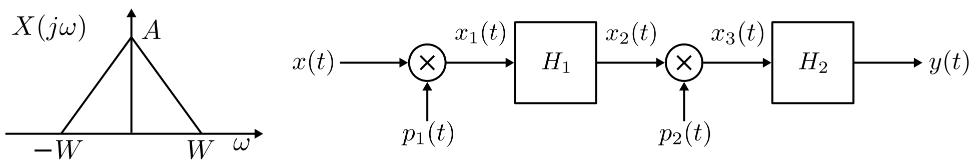

Figura 10: Sistema H1-H2

Considerar el sistema de la figura 10 donde la señal de entrada $x(t)$ tiene espectro $X(j\omega) = A\,\Lambda({}^{\omega}/{}_{W})$,

- $p_1(t) = \cos(2Wt)$,
- $p_2(t) = \cos(Wt)$,
- H_1 es un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $\omega_1 = 2W$, y
- H_2 es un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $\omega_2 = W$.

(a) Calcular E_x, la energía de $x(t)$.

(b) Hallar una expresión para $X_1(j\omega)$ y $X_2(j\omega)$.

(c) Calcular la relación entre E_x y la energía de $x_1(t)$.

(d) Bosquejar el módulo de espectro de $X_i(j\omega), i = 1, 2, 3$ y $Y(j\omega)$.

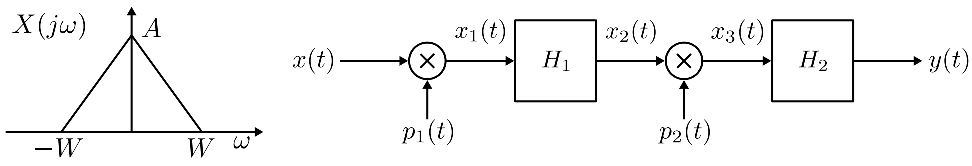

Figura 11: Sistema H1-H2

Problema 15 [10 puntos]

Considerar el sistema de la figura 11 donde la señal de entrada $x(t)$ tiene espectro $X(j\omega) = A\,\Lambda(^{\omega}/_{W})$,

- $p_1(t) = \cos(Wt)$,
- $p_2(t) = \cos(2Wt)$,
- H_1 es un filtro pasaaltos ideal de frecuencia de corte $\omega_1 = W$, y
- H_2 es un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $\omega_2 = W$.

(a) Calcular E_x, la energía de $x(t)$.

(b) Hallar una expresión para $X_1(j\omega)$ y $X_2(j\omega)$.

(c) Calcular la relación entre E_x y la energía de $x_1(t)$.

(d) Bosquejar el módulo de espectro de $X_i(j\omega), i = 1, 2, 3$ y $Y(j\omega)$.

Problema 16 [10 puntos]

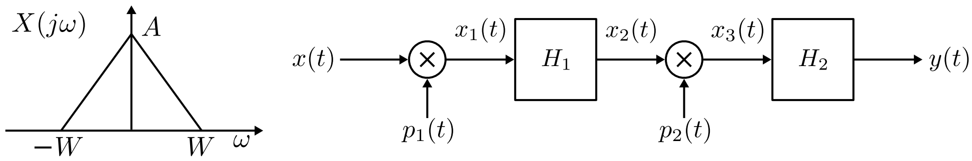

Figura 12: Sistema H1-H2

Considerar el sistema de la figura 12 donde la señal de entrada $x(t)$ tiene espectro $X(j\omega) = A\,\Lambda(^{\omega}/_{W})$,

- $p_1(t) = \cos(Wt)$,
- $p_2(t) = \cos(2Wt)$,
- H_1 es un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $\omega_1 = W$, y
- H_2 es un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $\omega_2 = 2W$.

(a) Calcular E_x, la energía de $x(t)$.

(b) Hallar una expresión para $X_1(j\omega)$ y $X_2(j\omega)$.

(c) Calcular la relación entre E_x y la energía de $x_1(t)$.

(d) Bosquejar el módulo de espectro de $X_i(j\omega), i = 1, 2, 3$ y $Y(j\omega)$.

Solución

Problema 1

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Problema 2

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Problema 3

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Problema 4

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Problema 5

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Problema 6

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Problema 7

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Problema 8

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Problema 9

(b) $\zeta = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{LC}}{RC} \geq 1$

(c) $h(t) = -\frac{u(t)}{LC(p_2-p_1)}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right)$
$p_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$
$p_2 = -\frac{1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|dt < \infty$

(e) $H(j\omega) = -\frac{1}{LC(j\omega)^2+L/Rj\omega+1}$.

(f) $A = \left| H(j\omega)|_{\frac{t}{\sqrt{LC}}} \right| = R\sqrt(C/L)$

(g) $s_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)dt = H(0) = 1$

Problema 10

(b) $\zeta = \frac{\frac{1}{2}(L_1+(1/2)L_2)}{\sqrt{(1/2)L_1L_2}} \geq 1$

(c) $h(t) = -\frac{u(t)}{LC(p_2-p_1)}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right)$
$p_1 = -\frac{R}{L_2} - \frac{R}{2L_1} + \sqrt{\left(\frac{R}{L_2} + \frac{R}{2L_1}\right)^2 - \frac{R^2}{L_1L_2}}$
$p_2 = -\frac{R}{L_2} - \frac{R}{2L_1} - \sqrt{\left(\frac{R}{L_2} + \frac{R}{2L_1}\right)^2 - \frac{R^2}{L_1L_2}}$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|dt < \infty$

(e) $H(j\omega) = -\frac{1}{\frac{1}{2}\frac{L_1}{R}\frac{L_2}{R}(j\omega)^2+\left(\frac{L_1}{R}+\frac{1}{2}\frac{L_2}{R}\right)j\omega+1}$.

(f) $A = \left| H(j\omega)|_{\frac{2R}{\sqrt{L_1L_2}}} \right| = \frac{2\sqrt{L_1L_2}}{2L_1+L_2}$

(g) $s_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)dt = H(0) = 1$

Problema 11

(b) $\zeta = \frac{\frac{1}{2}(RC+L/R)}{\sqrt{LC}} = \frac{\frac{1}{2}(RC+L/R)}{\sqrt{RCL/R}} \geq 1$

(c) $h(t) = -\frac{u(t)}{LC(p_2-p_1)}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right)$
$p_1 = -\frac{1}{2RC} - \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC} + \frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$
$p_2 = -\frac{1}{2RC} - \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC} + \frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$

(e) $H(j\omega) = -\frac{1}{LC(j\omega)^2 + (L/R + RC)j\omega + 1}$.

(f) $A = \left| H(j\omega)|_{\frac{1}{\sqrt{LC}}} \right| = \frac{\sqrt{LC}}{L/R+RC}$

(g) $s_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = H(0) = 1$

Problema 12

(b) $\zeta = \frac{\frac{1}{2}\left(RC + \frac{1}{2}\frac{L}{R}\right)}{\sqrt{\frac{2}{LC}}} = \frac{\frac{1}{2}\left(RC + \frac{1}{2}\frac{L}{R}\right)}{\sqrt{\frac{1}{2}\frac{L}{R}RC}} \geq 1$

(c) $h(t) = -\frac{u(t)}{LC(p_2-p_1)}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right)$
$p_1 = -\frac{1}{4RC} - \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{1}{4RC} + \frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$

(e) $H(j\omega) = -\frac{1}{\frac{1}{2}LC(j\omega)^2 + \left(RC + \frac{1}{2}\frac{L}{R}\right)j\omega + 1}$.

(f) $A = \left| H(j\omega)|_{\frac{\sqrt{2}t}{\sqrt{LC}}} \right| = \frac{\sqrt{2LC}}{2RC + \frac{L}{R}}$

(g) $s_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = H(0) = 1$

Problema 13

(a)

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-W}^{W} X^2(j\omega) d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{W}\left[\frac{A}{W}(-\omega + W)\right]^2 d\omega = \frac{A^2 W}{3\pi}$$

(b) Mutación 1

$$X_1(j\omega) = \frac{1}{2}\Big(X\big(j(\omega - 2W)\big) + X\big(j(\omega + 2W)\big)\Big)$$

$$X_2(j\omega) = X_1(j\omega)H_1(j\omega))$$

(c) La energía de x_1 es igual a la mitad de la energía de $x(t)$, $\frac{1}{2}E_x$.

(d) Ver figura 13. Mutación 4

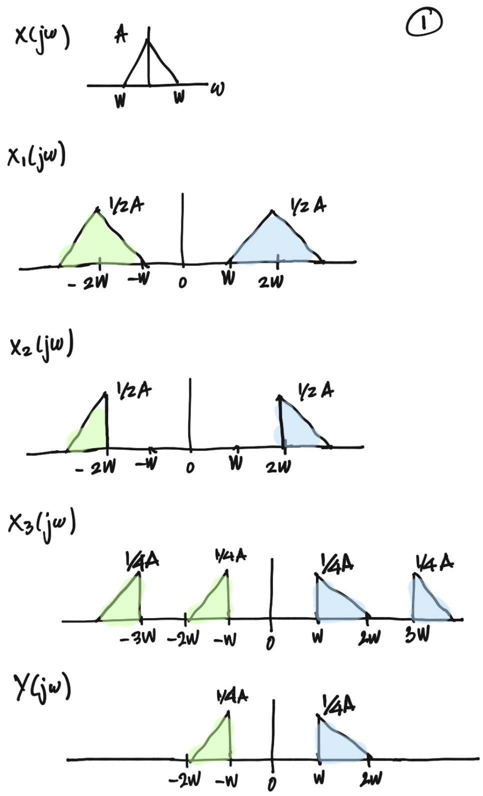

Figura 13: Solución Mutación 1.

Problema 14

(a)

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-W}^{W} X^2(j\omega)d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{W}\left[\frac{A}{W}\left(-\omega+W\right)\right]^2 d\omega = \frac{A^2W}{3\pi}$$

(b) Mutación 2

$$X_1(j\omega) = \frac{1}{2}\Big(X\big(j(\omega-2W)\big) + X\big(j(\omega+2W)\big)\Big)$$
$$X_2(j\omega) = X_1(j\omega)H_1(j\omega))$$

(c) La energía de x_1 es igual a la mitad de la energía de $x(t)$, $\frac{1}{2}E_x$.

(d) Ver figura 14. Mutación 2

Problema 15

(a)

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-W}^{W} X^2(j\omega)d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{W}\left[\frac{A}{W}\left(-\omega+W\right)\right]^2 d\omega = \frac{A^2W}{3\pi}$$

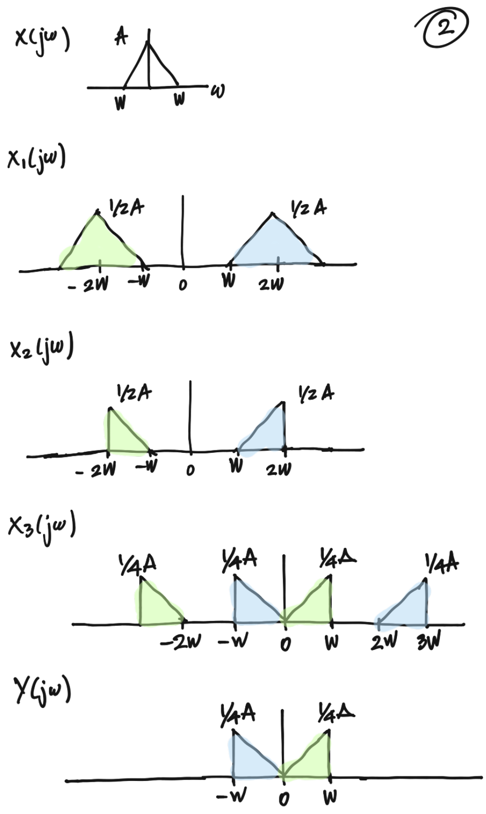

Figura 14: Solución Mutación 2.

(b) Mutación 3

$$X_1(j\omega) = \frac{1}{2}\Big(X\big(j(\omega - W)\big) + X\big(j(\omega + W)\big)\Big)$$
$$X_2(j\omega) = X_1(j\omega)H_1(j\omega))$$

(c) La energía de x_1 es igual a la mitad de la energía de $x(t)$, $\frac{1}{2}E_x$.

(d) Ver figura 15. Mutación 3

Problema 16

(a)

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-W}^{W} X^2(j\omega)d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{W}\left[\frac{A}{W}(-\omega + W)\right]^2 d\omega = \frac{A^2W}{3\pi}$$

(b) Mutación 4

$$X_1(j\omega) = \frac{1}{2}\Big(X\big(j(\omega - W)\big) + X\big(j(\omega + W)\big)\Big)$$
$$X_2(j\omega) = X_1(j\omega)H_1(j\omega))$$

(c) La energía de x_1 es igual a la mitad de la energía de $x(t)$, $\frac{1}{2}E_x$.

(d) Ver figura 16. Mutación 4

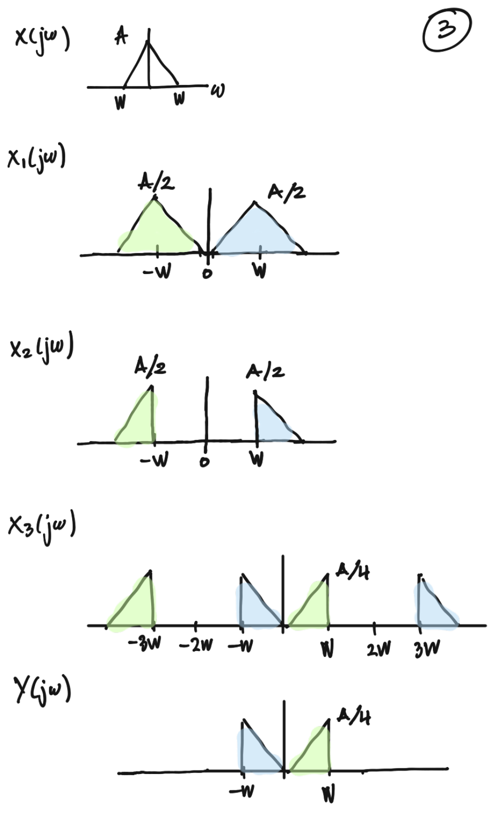

Figura 15: Solución Mutación 3

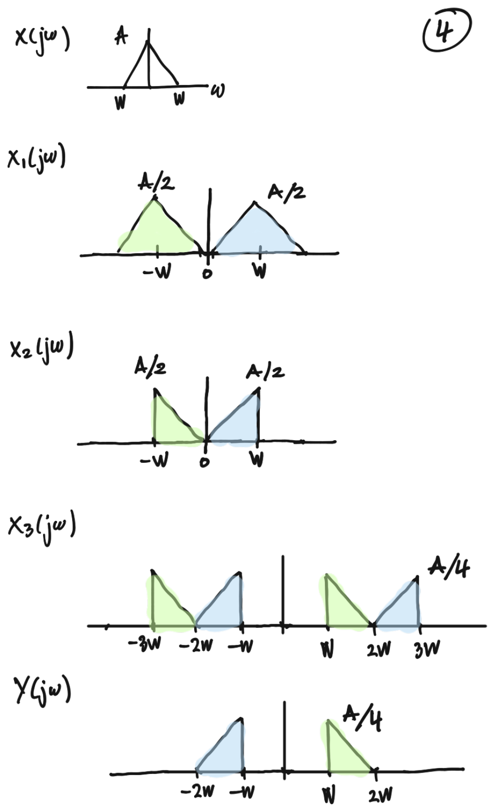

Figura 16: Solución Mutación 4.