

# Señales y Sistemas

## Práctico 9 Transformada Z

Cada ejercicio comienza con un símbolo indicando su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ♦ básico, ★ medio, \* avanzado, y \* desafiante. Además puede tener un número, como (1.21) que indica el número de ejercicio del libro del curso, *Señales y Sistemas*, Oppenheim/Willsky, 2nd.edition.

### ♦ Ejercicio 1 (3.1)

Determinar la Transformada Z de cada una de las siguientes secuencias, especificando su región de convergencia:

- (a)  $(1/2)^n u[n]$ .
- (b)  $-(1/2)^n u[-n - 1]$ .
- (c)  $(1/2)^n u[-n]$ .
- (d)  $\delta[n]$ .
- (e)  $\delta[n - 1]$ .
- (f)  $\delta[n + 1]$ .
- (g)  $(1/2)^n (u[n] - u[n - 10])$ .

### ♦ Ejercicio 2

Hallar las Transformadas Z inversas de las siguientes transferencias:

$$H_1(z) = \frac{z^3}{z - 1} \quad H_2(z) = \frac{4z^2 + 8z}{z^2 - 5z + 4} \quad H_3(z) = \frac{4}{z^3(2z - 1)} \quad H_4(z) = \frac{z}{(z - 1)^2(z - 2)}$$

Discutir cuáles corresponden a sistemas estables y cuáles a sistemas causales.

### ♦ Ejercicio 3

Hallar las Transformadas Z de las secuencias:

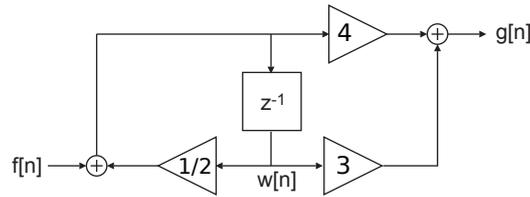
$$f_1[n] = \begin{cases} a^n & \text{para } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$f_2[n] = a^{|n|} \text{ con } |a| < 1$$

### ★ Ejercicio 4

Dado el sistema causal de la figura:

- Hallar la transferencia del sistema.
- Bosquejar el módulo de la respuesta en frecuencia  $|H(e^{j\theta})|$ .
- Hallar la respuesta al impulso.
- Dar el diagrama de polos y ceros. Indicar la región de convergencia.
- Estudiar la estabilidad del sistema.



### ★ Ejercicio 5

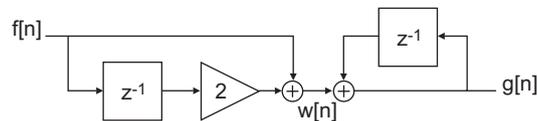
Si  $g[n] = 0$  para  $n < 0$  y  $g[n + N] = g[n]$  para  $n \geq 0$ , demostrar que:

$$G(z) = \mathbf{Z}(\{g[n]\}_{n \in \mathbb{Z}})(z) = \frac{z^N}{z^N - 1} \sum_{n=0}^{N-1} g[n] z^{-n} \quad |z| > 1.$$

### ★ Ejercicio 6

Dado el sistema causal de la figura:

- Hallar la transferencia  $H(z)$ .
- Realizar el diagrama de polos y ceros. Indicar la región de convergencia.
- Analizar la estabilidad del sistema.
- Hallar su respuesta en frecuencia  $H(e^{j\theta})$  y bosquejar su módulo.
- Realizar el sistema empleando solamente un elemento de retardo.
- Hallar la salida  $g[n]$  cuando la entrada es  $f[n] = u[n + 2]$ .



★ **Ejercicio 7** (3.9)

Un SLIT causal tiene respuesta al impulso  $h[n]$ , cuya Transformada Z es:

$$H(z) = \frac{1 + z^{-1}}{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + \frac{1}{4}z^{-1})}$$

- (a) ¿Cuál es la región de convergencia de  $H(z)$ ?
- (b) ¿Es el sistema estable? Justificar.
- (c) Hallar la Transformada Z de una entrada  $X(z)$  que genere la salida:

$$y[n] = -\frac{1}{3} \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n] - \frac{4}{3} 2^n u[-n - 1]$$

- (d) Hallar la respuesta al impulso del sistema.

★ **Ejercicio 8**

Si  $f(t) = 0 \forall t < 0$  y  $F(j\omega)$  es su Transformada de Fourier, hallar la transformada Z de la secuencia  $f[n] = f(nT)$  para cualquier  $T$  en función de  $F(j\omega)$ .

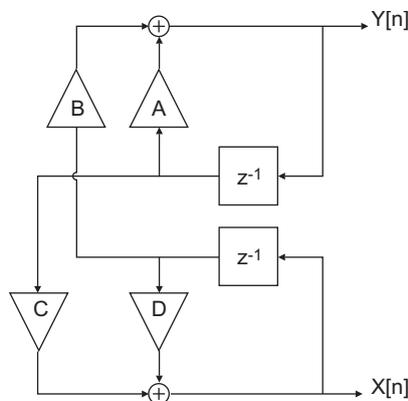
◆ **Ejercicio 9**

Demostrar que:

- (a) Si  $x[n] = 0$  para  $n < 0$  entonces la Transformada Z unilateral de  $x[n]$  cumple que  $X_u(z) = X(z)$ .
- (b)  $Z_u\{x[n - n_o]\} = z^{-n_o} Z_u\{x[n]\} + x[-n_o] + x[-n_o + 1]z^{-1} + \dots + x[-1]z^{-(n_o - 1)}$
- (c)  $Z_u\{x[n + n_o]\} = z^{n_o} Z_u\{x[n]\} - x[0]z^{n_o} - x[1]z^{n_o - 1} - \dots - x[n_o - 1]z$

★ **Ejercicio 10**

Un bloque muy importante en la simulación *software* de sistemas es un generador de seno-coseno cuya salida se puede usar como una señal de test para cualquier sistema simulado.



Dado el sistema de la figura con condiciones iniciales  $x[0]$  e  $y[0]$ :

- (a) Hallar las ecuaciones de recurrencia que lo definen.
- (b) Hallar  $X_u(z)$  e  $Y_u(z)$  en función de los parámetros  $A, B, C, D, x[0]$  e  $y[0]$ .
- (c) Determinar los parámetros para que el sistema se comporte como un generador de seno y coseno.