



Universidade do Porto

FEUP Faculdade de
Engenharia

ESTUDIO PARAMÉTRICO DE LAS FUERZAS EN SISTEMAS DE AMARRE PARA BUQUES AMARRADOS EN PUERTOS

Denise Da Costa González

Tese apresentada na Faculdade de Engenharia
da Universidade do Porto para obter o título de
Mestre em Estruturas de Engenharia Civil

Tese realizada sob a orientação do Professor
Rui Carneiro de Barros.
Departamento de Engenharia Civil da
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Porto, Setembro 2006

“No hay nada noble en ser superior a otra persona.
La verdadera nobleza radica en ser superior a tu antiguo yo”

Robin S. Sharma – *El monje que vendió su Ferrari.*



RESUMEN

Los muelles son estructuras que sirven para el atraque de las embarcaciones. Una vez que el barco llega al muelle es fijado a este con el fin de impedir que ocurran grandes desplazamientos relativos entre ellos; para lograr este objetivo se hace uso de un sistema de amarre formado por cabos y defensas. En esta situación los buques están expuestos a diversas fuerzas externas producidas por la acción del viento, oleaje, corriente y demás factores ambientales. En el presente trabajo se expone uno de los métodos que puede ser utilizado para determinar las fuerzas estáticas de viento y corriente a las que eventualmente puede estar sujeta una embarcación, así como también se presentan algunos conceptos dinámicos de interés como las ecuaciones de movimiento, y se discuten las dificultades de resolución, por vía estrictamente teórica, de la magnitud, el carácter, y la importancia relativa de las acciones de oleaje.

Uno de los aspectos a considerar para el correcto diseño de las estructuras de amarre y atraque son las fuerzas que le transmiten los cabos, cadenas de anclaje y defensas que sujetan la embarcación. El cálculo de estas fuerzas puede resultar largo y complejo; para facilitar el cálculo de estas fuerzas se ha desarrollado un programa denominado *Amarre* que funciona en Visual Basic aplicado a Excel y que permite obtener las fuerzas de amarre, en los cabos y defensas, de una manera rápida, sencilla y confiable.

Amarre utiliza el método de la rigidez aplicando el análisis matricial para obtener las fuerzas y deformaciones del sistema de amarre; para ello fue necesario desarrollar y deducir las matrices y ecuaciones para el sistema específico (el buque y sus elementos de amarre); considerando el pretensado de los cabos, la no linealidad del comportamiento de los materiales que constituyen las defensas y la no linealidad de las cadenas de anclaje (catenarias).

El usuario debe introducir las coordenadas globales del centro de gravedad del buque y las distintas fuerzas externas aplicadas en su centro de gravedad. Para los cabos de amarre es necesario introducir las coordenadas globales de cada bita, las coordenadas locales de cada escoben, el pre-tensado inicial de cada cabo, y la curva de comportamiento Fuerza-Deformación. La curva consiste en doce pares de puntos, donde las fuerzas deben ser dadas en orden ascendente. Los datos de entrada de las defensas son: posición X (en coordenadas globales) de cada defensa, longitud, curva de comportamiento Fuerza-Deformación que sigue las mismas especificaciones que la curva de los cabos. Para las cadenas de anclaje es necesario introducir: las coordenadas globales de cada bita, las coordenadas locales de cada escoben. Dado que las cadenas tienen un comportamiento de catenaria, para definir su curva será preciso introducir: la profundidad del agua, la longitud



de la cadena, peso sumergido, fuerza horizontal máxima, el peso del ancla y su factor de seguridad, y en caso de existir, el peso del sinker.

Estos datos son procesados por el programa. Primeramente se determina la curva catenaria de comportamiento de cada cadena según un proceso iterativo; luego se transforman las coordenadas locales de los escobenes en coordenadas globales, para así poder determinar los cosenos directores de cada elemento y con estos su matriz de rigidez, ensamblando así la matriz de rigidez de la estructura. Si la estructura es inestable, el programa arrojará un mensaje informándolo. Caso contrario, se procede a determinar las fuerzas locales en cada miembro. Debido a la no linealidad que presentan las curvas de comportamiento es necesario realizar un proceso iterativo actualizando en cada iteración el valor de la rigidez de los elementos, hasta obtener la convergencia; en todo este proceso se verifica siempre la estabilidad de la estructura, así como también se verifica que ningún cabo esté trabajando a compresión y que ninguna defensa esté trabajando a tracción. Luego de obtener la convergencia del problema no lineal, se determinan las fuerzas en las bitas. Por último se presentan los resultados: desplazamiento del buque, fuerzas locales en cada elemento y fuerzas globales en las bitas; sirviendo estos resultados para el correcto diseño de muelles y estructuras de amarre.

Utilizando el programa desarrollado se realiza un estudio paramétrico donde se comparan las variables más características que forman los sistemas de amarre y defensa – la no linealidad en el comportamiento de las defensas, las distribuciones de los cabos en las configuraciones de amarre, tipo de buque y introducción de cadenas de anclaje – efectuando así un análisis más completo de del sistema que podrá ayudar a mejorar el criterio del ingeniero al momento de diseñar estructuras de amarre.



RESUMO

Os cais são estruturas que servem para o atraque de embarcações. O navio que chega ao cais é ligado a este com o fim de impedir que ocorram grandes deslocamentos relativos entre eles; para alcançar este objectivo utiliza-se um sistema de amarre formado por cabos e defensas. Nesta situação as embarcações estão expostas a diversas forças produzidas pela acção do vento, ondas, corrente e demais factores ambientais; na presente dissertação expõe-se um dos métodos que pode ser utilizado para determinar as forças estáticas de vento e corrente às quais eventualmente pode estar sujeita uma embarcação, e também se apresentam alguns conceitos dinâmicos de interesse como as equações de movimento, e discutem-se as dificuldades de resolução, por via estritamente teórica, da magnitude, carácter e importância relativa das acções das ondas.

Um dos aspectos a considerar para o correcto dimensionamento das estruturas de amarração e acostagem são as forças que lhe transmitem os cabos, cadeias de ancoragem e defensas que actuam na embarcação. O cálculo destas forças pode ser extenso e complexo; para facilitar o cálculo destas forças, desenvolveu-se um programa denominado *Amarre* que funciona em Visual Basic aplicado a Excel e que permite obter as forças de amarre de uma maneira rápida, simples e confiável.

Amarre utiliza o método da rigidez aplicando a análise matricial para obter as forças e deformações do sistema de amarração. É necessário desenvolver e deduzir as matrizes e equações para o sistema específico (o navio e os seus elementos de amarração); considerando o pré-esforço dos cabos, a não linearidade do comportamento dos materiais que constituem as defensas e a não linearidade das cadeias de ancoragem (catenárias).

O usuário deve introduzir as coordenadas globais do centro de gravidade do navio e as distintas forças externas aplicadas no seu centro de gravidade. Para os cabos de amarração é necessário introduzir as coordenadas globais de cada cabeço de amarração, as coordenadas locais de cada guincho de amarração, o pré-esforço inicial de cada cabo, e a curva de comportamento Força-Deformação. A curva consiste em doze pares de pontos, onde as forças devem ser dadas em ordem ascendente. Os dados de entrada das defensas são: posição X (em coordenadas globais) de cada defesa, comprimento, curva de comportamento Força-Deformação que segue as mesmas especificações que a curva dos cabos. Para as cadeias é necessário introduzir: as coordenadas globais de cada bóia, as coordenadas locais de cada guincho de amarração. Dado que as cadeias têm um comportamento de catenária, para definir a sua curva será preciso introduzir: a profundidade da água, o comprimento da cadeia, peso submerso, força horizontal máxima, o peso da âncora e o seu factor de segurança, e em caso de existir, o peso do 'sinker' adicional.



Estes dados são processados pelo programa. Primeiramente determina-se a curva catenária de comportamento de cada cadeia segundo um processo iterativo; depois transformam-se as coordenadas locais dos guinchos de amarração em coordenadas globais, para assim poder determinar os cosenos directores de cada elemento e com estes a sua matriz de rigidez, assemblando a matriz de rigidez da estrutura. Se a estrutura for instável, o programa indica-o numa mensagem. Caso contrário, determinam-se as forças locais em cada membro. Devido à não linearidade que apresentam as curvas de comportamento é necessário realizar um processo iterativo actualizando em cada iteração o valor da rigidez dos elementos, até obter a convergência; em todo este processo verifica-se sempre que o determinante da matriz de rigidez da estrutura seja maior que zero, assim como também se verifica que nenhum cabo esteja a trabalhar em compressão e que nenhuma defesa esteja a trabalhar em tracção. Após obter a convergência do problema não linear, determinam-se as forças nos cabeços de amarração. Por último apresentam-se os resultados: deslocamento do navio, forças locais em cada elemento e forças nas cabeços de amarração. Estes valores são necessários para o dimensionamento do cais e dos elementos de amarração.

Utilizando o programa desenvolvido realiza-se um estudo paramétrico onde se comparam as variáveis mais características dos sistemas de amarração e defesa – a não linearidade no comportamento das defensas, as distribuições dos cabos nas configurações de amarração, tipo de navio e introdução de cadeias de ancoragem – efectuando assim uma análise mais completa do sistema que poderá ajudar a melhorar o critério do engenheiro no momento de projectar estruturas de amarração.



ABSTRACT

Docks are structures for berthing and mooring ships. Once the ship arrives at the quay it is fixed with the purpose of diminishing the relative displacement between them both; in order to achieve this objective, a mooring system is used. In this situation the ships are exposed to diverse external forces produced by the action of the wind, waves, current and other environmental factors; in the present these is exposed one of the method that can be used to determine the static wind and current forces to which a vessel possibly can be subject, as well as some dynamic concepts of interest like the equations of motion, and the resolution difficulties are discussed, via strictly theoretical, of the magnitude, the character, and the relative importance of wave loads.

For the correct design of a mooring structure it is necessary to know the forces transmitted by the hawsers, chains and fenders. The calculation of these forces can be long and complex; to facilitate the calculation, a software called "*Amarre*" (which works in Visual Basic with Excel) has been developed. This software allows obtaining the mooring and fender forces in a simple and reliable way.

Amarre uses the matrix analysis to obtain the forces and deformations of the complex mooring and fender system. For that it was necessary to develop and to deduce the matrices and equations for the specific system: the ship and its mooring's elements; considering the prestressed of the moorings lines, the material nonlinearity of the behavior of the fenders and the nonlinearity of the anchorage chains (catenary).

The user has to introduce the gravity center coordinates of the ship and the external forces applied at the gravity center. Hawser data requested are: mooring point coordinates in global system, chock coordinates in local system, preload and load-extension curve. The curve consists of twelve pairs of load-deflection points, that must be given in ascending order. Fender input data are: the X coordinate of each fender, initial length and the load-extension curve which follow the same rules at the curve for hawsers. Data for catenary chains are: chock coordinate in local system, buoy coordinates (X, Y) in global system. For computing the anchor chain load-extension catenary curve are necessary the following characteristics of the chain system: water depth, lengths and unit weights of upper and lower chain sections, the maximum horizontal load, weight of anchor and safety factor, and sinker weight.

This data is processed in the program. The preliminary step is to compute the catenary curve of the behavior for each chain according to an iterative process; then local coordinates of chocks are transformed into global coordinates to obtain the direction cosines of each element and with that in hand, their stiffness matrix, assembling therefore the stiffness matrix



of the structure. If the structure is unstable, the program will give a message alerting of that fact. If this is not the case, the local forces of each member are determined. Due to the non linear behavior of the curves it is necessary to use an iterative process, in which the value of the elements stiffness will be updated at each iteration, until obtaining convergence. In all this iterative process is verified the structure stability, as well as that no hawsers are working in compression and that no fenders are working in traction. After obtaining the convergence of the nonlinear problem, the forces in the mooring points are determined. Finally the results are presented: displacement of the ship, forces in each element and forces in the mooring points. This values are important for designing the mooring structures.

To improve the engineer criteria when designing a mooring structure, a parametric study was realized comparing the most important characteristics of the mooring systems – material nonlinearity of the behavior of the fenders, moorings lines configurations, vessel type and anchorage chains contribution –



AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios....

...por la maravillosa familia que tengo y por el amor recibido.

Gracias a mis padres; Luís Felipe Da Costa y Antonieta G. de Da Costa...

...por la vida y por todas las enseñanzas. Gracias por el apoyo incondicional que siempre me han dado y sin el cual este trabajo no sería hoy posible. Gracias por animarme para continuar cuando los tiempos fueron difíciles.

Gracias a mi hermano; Ricardo Da Costa...

...por estar siempre disponible, aun teniendo muchas más cosas que hacer, gracias por ayudarme en la redacción de este trabajo y por todo el tiempo invertido en leerlo. Gracias por pensar conmigo; sin ti no sería igual.

Gracias a mi abuelos; Luciano Da Costa y María José de Da Costa...

...por toda la paciencia que me han tenido estos días, por cuidarme y estar pendientes de mi.

Gracias a la familia Cruz, en especial a Madalena y Joaquim Cruz...

...por abrirme las puertas de su casa y su corazón. Gracias por brindarme un lugar en una familia tan maravillosa como la suya. Gracias a todos por hacerme sentir como en casa y dejarme ser parte de la familia.

Gracias a mis amigos; Alvaro Alfonso-Larrain, Giomar Iglesias, Julia Estévez, Kelvyn García, Néstor García, Luís Felipe París y Vasco De Freitas....

...por el apoyo constante y por la fuerza para seguir adelante. Gracias por superar la barrera de la distancia y continuar aquí conmigo.

Gracias a mis amigos; Ana Isabel Cruz, Pedro Miguel Martins y Sara Cruz...

...por hacerme reír en los momentos malos y por compartir conmigo mis éxitos y alegrías. Gracias por la confianza. Gracias por las meriendas con discusiones filosóficas.

Gracias al Profesor Rui Carneiro de Barros...

...por el tiempo dedicado al apoyo y realización de este trabajo, con una actitud siempre positiva y gran motivación. Gracias por su paciencia y conocimientos compartidos.



Gracias a los ingenieros José Antonio Noriega y Levan Rotinov...

...por el apoyo y la ayuda para la realización de este trabajo, especialmente gracias por la información tan útil y valiosa que me ofrecieron sin la cual esta tesis no tendría el mismo sentido.

**INDICE**

RESUMEN	i
AGRADECIMIENTOS	vii
INDICE	ix
INDICE DE TABLAS Y FIGURAS	xvii
GLOSARIOS DE TÉRMINOS	xxi
1 INTRODUCCIÓN	01
1.1 ASPECTOS GENERALES	01
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	01
1.3 OBJETIVOS	02
1.4 HIPÓTESIS	03
1.4.1 Problema estático o quase-estático	03
1.5 DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO DE LA TESIS	03
2 FUERZAS ESTÁTICAS DE VIENTO Y CORRIENTE	05
2.1 PROPIEDADES DEL VIENTO Y DEL AGUA	05
2.2 COORDENADAS PRINCIPALES	05
2.3 VIENTO	08
2.3.1 Fuerza estática transversal del viento	09
2.3.2 Fuerza estática longitudinal del viento	11
2.3.3 Momento estático alrededor del eje Z debido al viento	13
2.4 CORRIENTE	15
2.4.1 Fuerza estática transversal de la corriente	15
2.4.2 Fuerza estática longitudinal de la corriente	17
2.4.3 Momento estático alrededor del eje Z debido a la corriente	20
3 CONCEPTOS DINÁMICOS IMPORTANTES	21
3.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO	21
3.2 OLAS	23
3.2.1 Efectos de la ondulación	23
3.2.2 Descripción de las olas oceánicas	26
3.2.3 Definición de olas planas	26
3.2.4 Teorías lineales	29
3.2.5 Teorías no lineales	32
3.2.5.1 Teoría Trocoidal	32
3.2.5.2 Teoría de amplitud finita de Stokes	32
3.2.6 Dominios de validez de las teorías de olas	35



3.2.7 Fuerzas en las estructuras debidas a las olas	37
3.2.7.1 Conservación del momento lineal de un fluido	38
3.3 SEICHE	40
3.3.1 Respuesta del puerto	40
3.3.2 Respuesta del buque	41
3.3.3 Análisis de las características de respuesta del buque	41
3.4 MOVIMIENTOS ACOPLADOS HEAVE Y PITCH	46
3.4.1 Fuerza y momento inducidos por el movimiento	47
3.4.2 Fuerza y momento hidrostáticos	50
3.4.3 Amortiguamiento	51
3.4.4 Fuerza y momento inducidos por la onda	54
3.4.5 Ecuaciones de movimiento Heave y Pitch	56
3.5 ANÁLISIS DINÁMICO VS ANÁLISIS ESTÁTICO	59
4 SISTEMAS DE DEFENSAS	61
4.1 TIPOS	61
4.1.1 Defensas de madera	61
4.1.2 Sistemas de pilares	62
4.1.2.1 Pilares de madera	62
4.1.2.2 Madera colgada	63
4.1.2.3 Pilares de acero	63
4.1.2.4 Pilares de concreto	63
4.1.3 Sistemas de goma	64
4.1.3.1 Defensas en compresión	64
4.1.3.2 Defensa en corte	65
4.1.3.3 Flexibles	66
4.1.3.4 Defensas de neumático	66
4.1.4 Sistemas hidráulicos e hidroneumáticos	67
4.1.4.1 Amortiguador hidráulico	67
4.1.4.2 Defensa flotante hidroneumática	67
4.1.5 Resortes	68
4.2 SELECCIÓN DEL TIPO DE DEFENSA	68
4.2.1 Condiciones de exposición del puerto	68
4.2.2 Atrake versus Amarre	68
4.2.3 Distancia máxima permitida entre el buque y el muelle	69
4.2.4 Tipo de muelle	69
4.3 CRITERIOS BÁSICOS DE DISEÑO	70
4.3.1 Procedimiento general de diseño	70
4.3.2 Pilares de defensa	71
4.3.3 Sistemas de defensas resistentes	72



5 SISTEMAS DE AMARRE	73
5.1 DEFINICIÓN	73
5.2 ESTRUCTURAS DE ATRAQUE Y AMARRE	74
5.2.1 Plataformas	74
5.2.2 Duques de atraque	75
5.3 CABOS DE AMARRE	76
5.3.1 Tipos	76
5.3.2 Materiales	76
5.3.3 Características de los cabos de amarre	77
5.4 CADENAS DE ANCLAJE	78
5.4.1 Comportamiento	78
5.4.2 Materiales	78
5.4.2.1 Cadenas	78
5.4.2.2 Cuerdas de alambre	79
5.5 CRITERIOS BÁSICOS DE DISEÑO	80
5.5.1 Estructuras de amarre	80
5.5.2 estructuras de atraque	80
5.5.3 Cabos	81
5.5.3.1 Cabos de popa, proa y laterales	81
5.5.3.2 Cabos “resorte longitudinal”	81
6 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS	83
6.1 METODO DE LA RIGIDEZ	83
6.1.1 Matriz de rigidez de un miembro	83
6.1.2 Matriz de transformación de desplazamientos y fuerzas	86
6.1.3 Matriz de transformación de desplazamiento	87
6.1.4 Matriz de transformación de fuerzas	94
6.1.5 Matriz de rigidez global de un miembro	95
6.1.6 Matriz de rigidez de la estructura	97
6.1.7 Matriz K_{22}	100
6.1.8 Matriz K_{12}	100
6.2 CATENARIAS	101
6.2.1 Ecuación general de la catenaria	101
6.2.2 Catenaria completamente desarrollada	104
6.2.2.1 Características geométricas y mecánicas	104
6.2.3 Catenaria no completamente desarrollada	107
6.2.4 Fuerza horizontal vs Distancia horizontal	108
6.2.4.1 Caso 1	109
6.2.4.2 Caso 2	109
6.2.4.3 Caso 3	109



6.2.4.4 Caso 4	110
6.3 APROXIMACIÓN POR MINIMOS CUADRADOS	111
6.3.1 Regresión lineal	111
6.3.2 Ajuste a una parábola	112
6.3.3 Otras aplicaciones	113
6.3.3.1 Aproximación semi-logarítmica	113
6.3.3.2 Aproximación Logarítmica	114
6.4 APROXIMACIÓN POR CUBIC SPLINE	114
6.5 DETERMINACION DE RIGIDEZ AXIAL DE LOS ELEMENTOS	116
6.5.1 Cabos de amarre	116
6.5.2 Defensas	117
6.5.2.1 Aproximación parabólica por mínimos cuadrados	117
6.5.2.2 Aproximación semi-logarítmica	118
6.5.2.3 Aproximación logarítmica	118
6.5.2.4 Aproximación usando la interpolación por cubil spline	119
6.5.2.5 Conclusión	121
6.6 CONSIDERACIONES ESPECIALES EN CABOS Y DEFENSAS	122
6.7 CONSIDERACION DEL TENSADO INICIAL EN LOS CABOS DE AMARRE	122
6.7.1 Problema Primario	122
6.7.2 Problema Complementario	123
6.7.3 Problema Real	124
6.7.4 Ejemplo	126
6.7.4.1 Caso primario	126
6.7.4.2 Caso complementario	127
6.7.4.3 Caso real	127
6.8 ESTABILIDAD DEL SISTEMA	128
6.8.1 Problema inicialmente inestable	128
6.8.2 Problema posteriormente inestable	128
7 PROGRAMA AMARRE	131
7.1 DESCRIPCIÓN	131
7.2 DATOS DE ENTRADA	131
7.2.1 Buque	131
7.2.2 Cabos	132
7.2.3 Defensas	133
7.2.4 Cabo + Cadenas de anclaje	134
7.3 PROCEDIMIENTO	134
7.3.1 Tensado inicial de los cabos	135
7.3.2 Obtención de la curva catenaria para los cabos de anclaje	135
7.3.3 Cálculo de la rigidez para cabos y defensas	135



7.3.4 Eliminación de cabos a compresión y defensas a tracción	136
7.3.5 Fuerza en las bitas	136
7.4 DATOS DE SALIDA	137
7.4.1. Desplazamiento del buque	137
7.4.2. Fuerzas locales en los miembros	137
7.4.3. Fuerzas globales en las bitas	137
7.5 EJEMPLO DE APLICACIÓN	137
7.5.1 Descripción del problema	137
7.5.2 Datos de entrada	138
7.5.3 Datos de salida	143
7.6 DIAGRAMA DE FLUJO	145
7.7 MENSAJES DE ERROR	146
8 ESTUDIO PARAMETRICO	147
8.1 ASPECTOS GENERALES	147
8.1.1 Configuraciones de amarre	147
8.1.1.1 Configuración de amarre para sistema flexible	149
8.1.2 Buques	149
8.1.3 Defensas	154
8.1.3.1 Defensa 1 – Foam	154
8.1.3.2 Defensa 2 – D & Square	155
8.1.3.3 Defensa 3 – Super cone	157
8.1.4 Cabos	158
8.1.5 Código para relacionar las variables	161
8.2 COMPORTAMIENTO DE LAS DEFENSAS	161
8.2.1 Datos de entrada fijos	161
8.2.2 Resultados	162
8.2.2.1 Defensa 1	164
8.2.2.2 Defensa 2	165
8.2.2.3 Defensa 3	167
8.2.3 Análisis de resultados	168
8.3 COMPORTAMIENTO DE LOS CABOS	169
8.3.1 Datos de entrada fijos	169
8.3.2 Resultados	171
8.3.2.1 Configuración 1	172
8.3.2.2 Configuración 2	174
8.3.2.3 Configuración 3	175
8.3.3 Análisis de resultados	177
	178



8.4 COMPARACIÓN DE BUQUES	
8.4.1 Datos de entrada fijos	178
8.4.2 Resultados	180
8.4.2.1 Buque 1	181
8.4.2.2 Buque 2	182
8.4.3 Análisis de resultados	184
8.5 INCLUYENDO CADENAS DE ANCLAJE	184
8.5.1 Datos de entrada fijos	185
8.5.2 Análisis de catenaria	185
8.5.2.1 Datos de entrada	185
8.5.2.2 Resultados del análisis	186
8.5.3 Resultados	186
8.5.4 Análisis de resultados	188
8.6 CADENAS DE ANCLAJE COMO AMARRE ALTERNO	188
8.6.1 Datos de entrada fijos	189
8.6.2 Análisis de catenaria	191
8.6.2.1 Datos de entrada	191
8.6.2.2 Resultados del análisis	191
8.6.3 Resultados	192
8.6.3.1 Amarre alterno 1	193
8.6.3.2 Amarre alterno 2	195
8.6.4 Análisis de resultados	196
8.7 COMPARACIÓN SISTEMAS FLEXIBLE Y RÍGIDO	197
8.7.1 Datos de entrada fijos	197
8.7.2 Análisis de catenarias ubicadas en el sentido longitudinal	198
8.7.2.1 Datos de entrada	198
8.7.2.2 Resultados del análisis	198
8.7.3 Análisis de catenarias ubicadas en el sentido lateral	199
8.7.3.1 Datos de entrada	199
8.7.3.2 Resultados del análisis	199
8.7.4 Resultados	200
8.7.4.1 Sistema rígido	200
8.7.4.2 Sistema flexible	201
8.7.5 Análisis de resultados	201



9 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	203
9.1 CONCLUSIONES	203
9.2 RECOMENDACIONES	204
10 REFERENCIAS	205
ANEXOS	209
ANEXO A – MANUAL DEL USUARIO	209



**INDICE DE TABLAS Y FIGURAS****2 FUERZAS ESTÁTICAS DE VIENTO Y CORRIENTE**

Tabla 2.1 – Propiedades del agua y del aire	05
Tabla 2.2 – Coeficiente de viento para distintos tipos de buques	10
Tabla 2.3 – Coeficientes de arrastre recomendados para fuerza longitudinal del viento	12
Tabla 2.4 – Selección del ángulo θ_{wz}	12
Tabla 2.5 – Variables para determinar el momento debido al viento	14
Tabla 2.6 – Valores de A_R para distintos tipos de buques	19
Tabla 2.7 – Variables para determinar el cociente de excentricidad	20
Figura 2.1 – Perspectiva del buque con sus correspondientes movimientos	06
Figura 2.2 – Nomenclatura para las fuerzas de viento y corriente	07
Figura 2.3 – Definición de términos	08
Figura 2.4 – Función de forma para la fuerza transversal del viento	11
Figura 2.5 – Coeficientes de momento	14
Figura 2.6 – Relación entre el calado del buque (T) y la profundidad del agua (d)	16

3 CONCEPTOS DINÁMICOS DE INTERES

Tabla 3.1 – Relación entre las propiedades de la ola con la velocidad del viento	25
Tabla 3.2 – Cuadro resumen de la teoría lineal	31
Tabla 3.3 – Cuadro resumen. Teoría de amplitud finita de Store	34
Tabla 3.4 – Casos de problemas comunes, estáticos y dinámicos	60
Figura 3.1 – Representación esquemática de olas	24
Figura 3.2 – Esquema de las teorías de ola	26
Figura 3.3 – Representación esquemática de una ola	27
Figura 3.4 – Variación con el tiempo de la elevación instantánea de la superficie	28
Figura 3.5 – Límites de validez según Le Mehaute	36
Figura 3.6 – Límite de validez de las teorías de olas de Le Mehaute sobrepuestas a la propuesta por Dean	36
Figura 3.7 – Esquema de aplicación de las fuerzas	39
Figura 3.8 – Sistema unidimensional de onda estacionaria	40
Figura 3.9 – Amplitud del movimiento surge de un buque sujeto a la acción seiche	42
Figura 3.10 – Curva de respuesta para un tanque de aceite en situación standard	45
Figura 3.11 – Respuesta cíclica para periodos peligrosos de seiche	45
Figura 3.12 – Seis grados de libertad de un cuerpo flotante	46
Figura 3.13 – Esfera semi sumergida	49
Figura 3.14 – Onda de amortiguamiento	51



Figura 3.15 – Cuerpo flotante	54
4 SISTEMAS DE DEFENSAS	
Figura 4.1 – Sistema de pilares de madera	62
Figura 4.2 – Sistema de defensa de Madera Colgante	63
Figura 4.3 – Defensa Cilíndrica	64
Figura 4.4 – Defensa en corte tipo Raykin	65
Figura 4.5 – Defensa de Neumático	67
5 SISTEMAS DE AMARRE	
Figura 5.1 – Sistema de Amarre	73
Figura 5.2 – Distribución de la fuerza de impacto en los pilares inclinados de una plataforma rígida	75
	76
Figura 5.3 – Arreglo típico de los cabos en un buque	
Figura 5.4 – Representación de la pérdida de rigidez de los cabos con tres cordones por formación de lazos	77
	80
Figura 5.5 – Cabo de anclaje compuesto por cadena y cuerda de alambre	
Figura 5.6 – Ángulos horizontales y verticales para los cabos de amarre	82
6 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS	
Figura 6.1 – Estado general de cargas y deformaciones para una barra	84
Figura 6.2 – Desplazamiento permitido en el nodo i e impedido en el nodo j	84
Figura 6.3 – Desplazamiento permitido en el nodo j e impedido en el nodo i	84
Figura 6.4 – Posición relativa del sistema de coordenadas locales respecto al sistema global	86
	87
Figura 6.5 – Definición de los grados de libertad del sistema	88
Figura 6.6 – Representación del modelo en análisis con sus grados de libertad, coordenadas globales y locales	89
	89
Figura 6.7 – Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 1	90
	90
Figura 6.8 – Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 2	91
	91
Figura 6.9 – Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto la rotación en 3	92
	92
Figura 6.10 – Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 4	93
	93
Figura 6.11 – Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 5	94
	94



Figura 6.12 – Representación de las fuerzas en coordenadas locales del sistema	
Figura 6.13 – Definición de las partes de una catenaria, para el análisis	102
Figura 6.14 – Porción de un cabo de anclaje	102
Figura 6.15 – Catenaria entre los puntos A y B	105
Figura 6.16 – Definición de las variables de un cabo de anclaje, como catenaria	108
Figura 6.17 – Curva Fuerza versus Deformación para distintos tipos de cabos	116
Figura 6.18 – Curva de comportamiento para defensas aproximada por varios métodos	121
	125
Figura 6.19 – Esquema representativo de la consideración del pretensado de los cabos de amarre	

7 PROGRAMA AMARRE

Tabla 7.1 – Mensajes de error del programa Amarre	146
Figura 7.1 – Datos de entrada del Buque	132
Figura 7.2 – Datos de entrada del Cabo	133
Figura 7.3 – Datos de entrada de la defensa	133
Figura 7.4 – Datos de entrada de las cadenas	134
Figura 7.5 – Datos de entrada del buque (para ejemplo)	138
Figura 7.6 – Datos de entrada de los cabos (para ejemplo)	139
Figura 7.7 – Datos de entrada de la curva de comportamiento de los cabos	140
Figura 7.8 – Datos de entrada de las defensas (para ejemplo)	140
Figura 7.9 – Datos de entrada de la curva de comportamiento de las defensas	141
Figura 7.10 – Datos de entrada del cabo + cadena de anclaje	142
Figura 7.11 – Datos de entrada del sistema cadena y ancla	143
Figura 7.12 – Salida de datos en Visual Basic	143
Figura 7.13 – Salida de datos en Excel	144

8 ESTUDIO PARAMÉTRICO

Tabla 8.1 – Cálculo de las fuerzas ambientales para el tanquero de 85.000 DWT	150
Tabla 8.2 – Cálculo de las fuerzas ambientales para el tanquero de 130.000 DWT	152
Tabla 8.3 – Comportamiento de la defensa tipo Foam expresado en % de fuerza vs % de deformación	154
Tabla 8.4 – Fuerza máxima resistida por cada defensa según el tipo y tamaño (D1)	154
Tabla 8.5 – Comportamiento de la defensa tipo D & Square expresado en % de fuerza vs % de deformación	155
Tabla 8.6 – Fuerza máxima resistida por cada defensa según el tipo y tamaño (D2)	156
Tabla 8.7 – Comportamiento de la defensa tipo Super Cone expresado en % de fuerza vs % de deformación	157
Tabla 8.8 – Fuerza máxima resistida por cada defensa según el tipo y tamaño (D3)	157
Tabla 8.9 – Características de los cabos de nylon	159
Tabla 8.10 – Datos Fuerza vs %deformación para los 4 cabos a considerar	160



Tabla 8.11 – Variables del estudio paramétrico	161
Figura 8.1 – Configuración de amarre 1	148
Figura 8.2 – Configuración de amarre 2	148
Figura 8.3 – Configuración de amarre 3	148
Figura 8.4 – Configuración de amarre 4	149
Figura 8.5 – Dimensiones de buques	149
Figura 8.6 – Curva de comportamiento de la defensa 1 (tipo Foam)	155
Figura 8.7 – Curva de comportamiento de la defensa 2 (tipo Square)	156
Figura 8.8 – Curva de comportamiento de la defensa 2 (tipo Super cone)	158
Figura 8.9 – Comportamiento de los cabos de nylon expresado en % de fuerza vs % de deformación	158
Figura 8.10 – Fuerzas en las defensas variando el tipo de material	162
Figura 8.11– Fuerza en el cabo 1 para el análisis del comportamiento de las defensas	163
Figura 8.12 – Posición del centro de masa del buque para el análisis del comportamiento de las defensas	163
Figura 8.13 – Posición del CM del buque para el análisis de los cabos (c1)	171
Figura 8.14 – Posición del CM del buque para el análisis de los cabos (c2)	171
Figura 8.15 – Posición del CM del buque para el análisis de los cabos (c3)	172
Figura 8.16 – Posición del CM del buque para el análisis de comparación de buques	180
Figura 8.17 – Fuerza en los cabos “spring” para el análisis de comparación de buques	180
Figura 8.18 – Tensión en los cabos para el análisis de comparación de buques e incluyendo cadenas en el buque 2	186
Figura 8.19 – Amarre alterno 1	189
Figura 8.20 – Amarre alterno 2	189
Figura 8.21 – Posición del centro de masa del buque para el análisis entre amarre sin cadena de anclaje y amarre alterno (configuración 2)	192
Figura 8.22 – Posición del centro de masa del buque para el análisis entre amarre sin cadena de anclaje y amarre alterno (configuración 1)	193
Figura 8.23 – Posición final del buque al comparar sistema de amarre rígido y flexible	200



GLOSARIO DE TERMINNOS

Amarra: Hacer firme un cabo. También afirmar el barco a un muelle o boya (3)

Atraque: m. Acción y resultado de atracar una embarcación (2)

Atracar: Arrimar una embarcación a tierra (2)

Bitá: Pieza metálica de uno o más brazos que sirve para amarrar un cabo o cable (3)

Buque: Barco de grandes dimensiones construido generalmente de acero, no propulsado por medio de velas y destinado a fines comerciales, militares u otros no deportivos (3)

Cabo: Cualquiera de las cuerdas que se utilizan a bordo (3)

Codera: Cabo que se hace firme en la popa y que sirve para amarrar la embarcación o para cambiar su orientación (3)

Defensas: Elementos que se colocan para preservar el casco de los choques y/o roces con otros barcos o el muelle (3)

Escoben: En los buques se denomina así al orificio practicado en la proa, por el cual salen las cadenas de las anclas y amarras (3)

Eslora: Longitud máxima del casco del buque de proa a popa (MOPU, 1990)

Manga: Anchura máxima de la sección transversal del casco del buque (MOPU, 1990)

Popa: Parte trasera de un buque (MOPU, 1990)

Proa: Parte delantera de un buque (MOPU, 1990)

Sistema de Defensa: Conjunto formado por la estructura de atraque y los elementos auxiliares de defensa capaz de absorber la energía cinética transmitida por el buque durante el atraque, o de resistir los empujes del mismo una vez amarrado (MOPU, 1990)

Través: Dirección perpendicular al costado del barco (3)

(1) <http://www.elmundo.es/diccionarios/>

(2) http://www.librerianautica.com/diccionario_nautico.html





INTRODUCCION

1.1 ASPECTOS GENERALES

Las estructuras portuarias son una de las estructuras más importantes de un país costero, dado que permiten la comunicación nacional e internacional de personas y mercancía; contribuyendo al desarrollo y crecimiento del país. Por lo tanto, el correcto diseño y análisis de este tipo de estructuras es de primordial importancia.

Por muchos que sean los cuidados que se tengan para realizar las maniobras de atraque y amarre, debido a las condiciones extremas donde estas se encuentran, las estructuras portuarias están expuestas a sufrir grandes daños si no se toman las precauciones necesarias; cabe destacar que, al quedar fuera de servicio una estructura de este tipo, las pérdidas serán mucho mayores que cualquier gasto adicional para protegerla y asegurar su funcionamiento.

Por todo lo expuesto anteriormente surge la idea de crear un programa que permita la determinación de las fuerzas generadas durante el amarre y defensa de un buque a un muelle. *Amarre* es un programa que determina las fuerzas que ocurren en los cabos y defensas bajo distintas condiciones de carga, permitiendo mejorar el criterio del ingeniero en la toma de decisiones al momento de diseñar una estructura de atraque y amarre. El programa *Amarre* utiliza el método de la rigidez aplicando el análisis matricial para obtener las fuerzas y deformaciones del sistema de amarre incluyendo las defensas; para ello fue necesario desarrollar y deducir las matrices y ecuaciones para el sistema específico: el buque y sus elementos de amarre.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Los muelles son estructuras que sirven para el atraque de las embarcaciones. Una vez que el barco llega al muelle es fijado a este con el fin de impedir que ocurran grandes desplazamientos relativos entre ellos, para lograr esto se hace uso de un sistema de amarre formado por cabos y defensas.

El análisis y diseño de estas estructuras sigue esencialmente los mismos conceptos aplicables a cualquier otro tipo de estructuras, con especificaciones concretas respecto al tipo de cargas que debe soportar y a las condiciones de seguridad con que debe operar. A diferencia de otras estructuras, en donde el diseño se lleva a cabo sobre la base de cargas estáticas equivalentes, en el caso de una obra para atracar embarcaciones, las estructuras se diseñan para absorber energía durante la operación.



Uno de los aspectos a considerar para el correcto diseño de las estructuras de amarre y atraque son las fuerzas que le transmiten los cabos y defensas que sujetan la embarcación. El cálculo de estas fuerzas puede resultar largo y complejo. Primeramente se asume que el sitio del muelle, el buque, y la configuración de amarre están dados antes del comienzo del diseño detallado. Generalmente es necesario utilizar varias disposiciones de amarre porque las cargas en los cabos y en las estructuras de atraque y amarre no son conocidas en la primera etapa del diseño. El ingeniero proyectista tendrá que analizar varios tipos de buques para una configuración de amarre dada, de modo a optimizar el diseño de las estructuras de atraque y amarre.

Para facilitar el cálculo y el criterio del ingeniero al momento de diseñar una estructura de amarre y atraque, se ha desarrollado en este Trabajo un programa denominado *Amarre* que funciona en Visual Basic aplicado a Excel y permite obtener las fuerzas de amarre de una manera rápida, sencilla y confiable.

1.3 OBJETIVOS

- ▶ Desarrollar las matrices y ecuaciones necesarias para el sistema específico en estudio, mediante el método de la rigidez.
- ▶ Analizar el comportamiento de las cadenas de anclaje como catenarias y realizar una subrutina que permita la incorporación de este análisis al proceso de cálculo.
- ▶ Hacer una actualización (upgrade) del programa *Amarre 1.0* previamente desarrollado por la autora (2004), permitiendo ahora en una nueva versión determinar las fuerzas en los elementos de amarre y defensas, con una interfase de entrada y salida de datos amigable. Considerando:
 - el pretensado de los cabos de amarre;
 - la incapacidad de resistir tracción de las defensas;
 - la incapacidad de resistir compresión de los cabos;
 - la no linealidad asociada a la geometría de las cadenas de anclaje;
 - la no linealidad del comportamiento de los materiales de las defensas.
- ▶ Realizar un exhaustivo estudio paramétrico basado en ejemplos de aplicación, utilizando el programa creado como herramienta.



1.4 HIPÓTESIS

1.4.1 Problema estático o quase-estático predominante

Las cargas inducidas por las olas pueden ser predominantes comparadas con las fuerzas de viento y corriente en los casos donde el buque se encuentre amarrado en ambientes desprotegidos. Mientras que en locales de amarre en áreas protegidas, como puertos y muelles, estas fuerzas disminuyen, y el viento y la corriente comienzan a dominar. En el presente trabajo, se asume que el buque se encuentra amarrado en un puerto o muelle y por consiguiente las fuerzas predominantes en el análisis serán las fuerzas estáticas de viento y corriente; en el capítulo 2 se presentan las ecuaciones para determinar dichas fuerzas.

El análisis cuantitativo de fuerzas inducidas por las olas está más allá del alcance de esta tesis; sin embargo, en el capítulo 3 se presentan algunos conceptos dinámicos de interés como las ecuaciones de movimiento en varias situaciones, también se discuten las dificultades de resolución, por vía estrictamente teórica, así como la magnitud, el carácter, y la importancia relativa de cargas de oleaje.

1.5 DESCRIPCIÓN DEL CONTENIDO DE LA TESIS

En el capítulo 2 – *Fuerzas estáticas de viento y corriente* – se presenta uno de los métodos que puede ser utilizado para el cálculo de las fuerzas que generan el viento y la corriente sobre el buque amarrado. Estas fuerzas pueden descomponerse en fuerza longitudinal, fuerza lateral y un momento en el plano XY, todos aplicados en el centro de gravedad del buque; siendo estas las fuerzas externas que el usuario debe introducir para la resolución del problema.

En el capítulo 3 – *Conceptos dinámicos importantes* – se realiza un abordaje estrictamente cualitativo de los principales factores dinámicos que pueden afectar a un buque en un sistema de amarre, como lo son, las fuerzas de las olas, el efecto de seiches y los movimientos acoplados heave y pitch.

Los capítulos 4 y 5 – *Sistemas de defensas* – y – *Sistemas de amarre* – son un resumen de una investigación sobre estos sistemas, donde se explica las diversas estructuras que los componen, los elementos que constituyen estos sistemas, tipo de material, su comportamiento y algunos criterios básicos de diseño.



En el capítulo 6 – *Metodología de análisis* – se presentan la teoría en que el programa y todo el análisis es basado. Se explica en detalle el método de la rigidez y la deducción de las ecuaciones y matrices necesarias para la resolución del problema específico (buque y sus elementos de amarre). Se presenta la teoría del comportamiento de las cadenas de anclaje, el cual es descrito por una curva catenaria, describiendo también el proceso de obtención de la curva fuerza horizontal versus distancia horizontal de dichas catenarias. Dado el comportamiento no lineal de los materiales que constituyen las defensas, es presentado diversos métodos de aproximación de una curva y su debida aplicación a las curvas de comportamiento de las defensas para poder determinar la rigidez axial de estos elementos. En este capítulo también se explica las consideraciones especiales que se deben tomar en cuenta en este tipo de análisis, como lo son la incapacidad de resistir tracción de las defensas y la incapacidad de resistir compresión de los cabos, así como la consideración del pretensado inicial de estos elementos. Por último un breve resumen sobre la estabilidad del sistema.

En el capítulo 7 – *Programa amarre* – están los detalles del programa desarrollado para realizar los cálculos en las fuerzas de amarre para buque amarrados en puertos; en este capítulo se explican los principios del programa, cuales son los datos de entrada y de salida, y el procedimiento de las diversas subrutinas que componen el algoritmo del programa.

El capítulo 8 – *Estudio paramétrico* – presenta una serie de problemas resueltos donde se varían varios parámetros para comparar el análisis lineal del análisis no lineal, comparando también la influencia de las catenarias en el sistemas de amarre y el comportamiento de los cabos de amarre así como la variación de configuraciones.

Finalmente en el capítulo 9 – *Conclusiones y recomendaciones* – se presentan las conclusiones del estudio realizado en este trabajo y recomendaciones para un desarrollo futuro.



FUERZAS ESTÁTICAS DE VIENTO Y CORRIENTE

El viento y la corriente producen fuerzas estáticas en buques amarrados, estas fuerzas pueden ser separadas en fuerza longitudinal, fuerza lateral y momento. En el presente capítulo se presenta uno de los métodos que puede ser utilizado para determinar dichas fuerzas.

2.1 PROPIEDADES DEL VIENTO Y DEL AGUA

Las principales propiedades del viento y del agua son presentadas a continuación.

Propiedades del agua salada al nivel del mar a 15°C

Masa volumétrica, ρ_w	1026 Kg/m ³
Peso volumétrico, γ_w	10060 N/m ³
Volumen por long ton (LT)	0.9904 m ³ /LT
Viscosidad cinemática, ν	1.191E-6 m ² /seg

Propiedades del agua dulce al nivel del mar a 15°C

Masa volumétrica, ρ_w	999 Kg/m ³
Peso volumétrico, γ_w	9797 N/m ³
Volumen por long ton (LT)	1.0171 m ³ /LT
Volumen por tonelada métrica	1.001 m ³ /t
Viscosidad cinemática, ν	1.141E-6 m ² /seg

Propiedades del aire al nivel del mar a 20°C

Masa volumétrica, ρ_a	1.221 Kg/m ³
Peso volumétrico, γ_a	11.978 N/m ³
Viscosidad cinemática, ν	1.50E-5 m ² /seg

– Tabla 2.1 –
Propiedades del agua y del aire (UFC, 2005)

2.2 COORDENADAS PRINCIPALES

Existen tres ejes principales en un buque:

X – Dirección paralela al eje longitudinal del barco.

Y – Dirección perpendicular al eje longitudinal del barco.

Z – Dirección perpendicular al plano formado por los ejes X e Y.



Existen seis movimientos principales para un buque:

Surge – En la dirección X

Sway – En la dirección Y

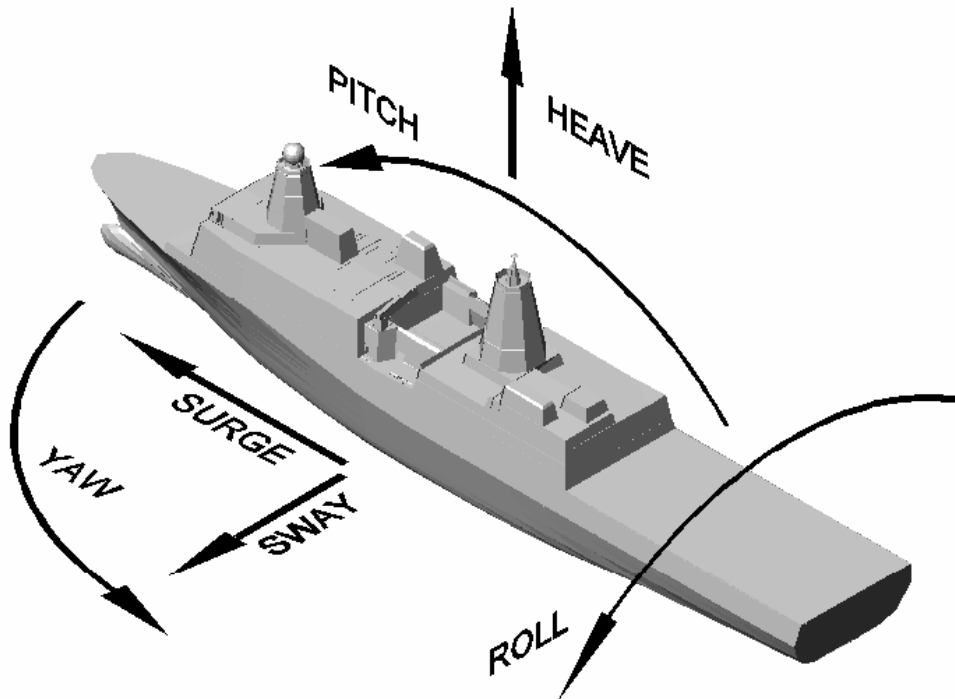
Heave – En la dirección Z

Roll – Rotación alrededor del eje X

Pitch – Rotación alrededor del eje Y

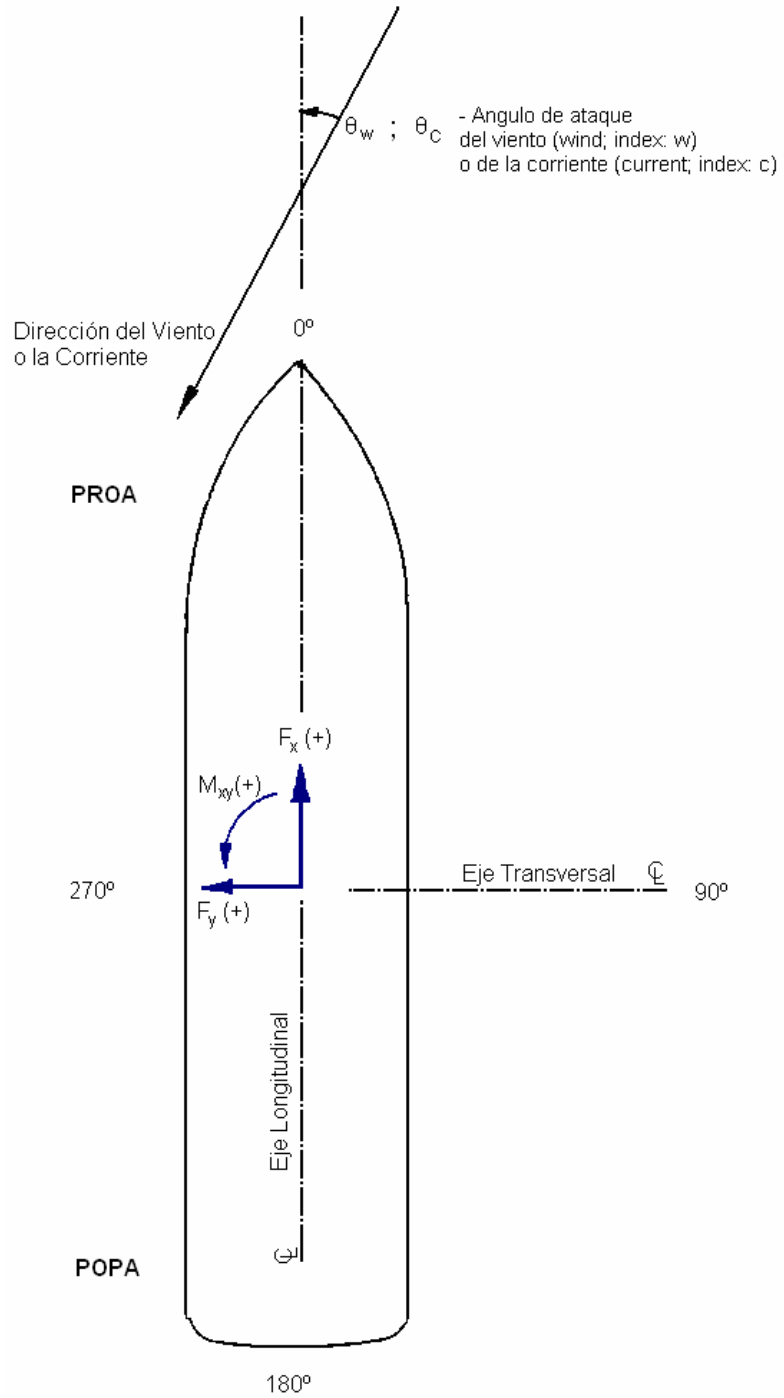
Yaw – Rotación alrededor del eje Z

El principal interés es estudiar las fuerzas producidas en las direcciones X e Y y el momento alrededor del eje Z. Todos los movimientos ocurren relativamente a los ejes, en el centro de gravedad del buque.



– Figura 2.1 –
Perspectiva del buque con sus correspondientes movimientos (UFC, 2005)

El viento y la corriente producen fuerzas estáticas en el buque amarrado, estas fuerzas pueden ser descompuestas según las direcciones X, Y del sistema de coordenadas globales, resultando en una fuerza longitudinal, una fuerza transversal y un momento alrededor del eje Z; aplicados en el centro de masa del buque. (Figura 2.2)



- Figura 2.2 -
Nomenclatura para las fuerzas de viento y corriente (NFEC, 1986)

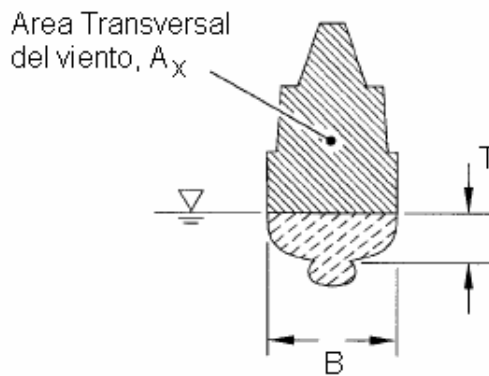


2.3 VIENTO

Existe una extensa variedad de métodos para determinar la fuerza del viento sobre un buque amarrado. El procedimiento adoptado es tomado de Gregory P. Tsinker (1995) conjuntamente con Naval Facilities Engineering Command (NFEC, 1986)

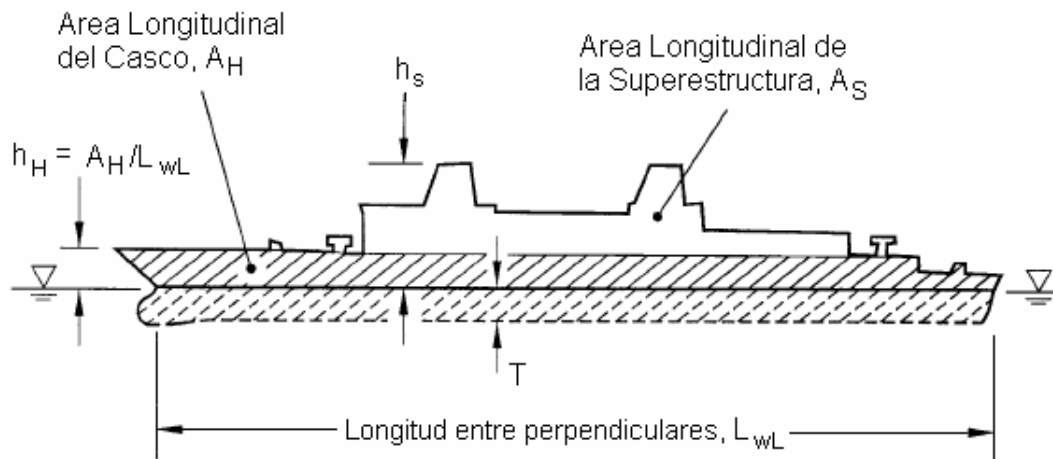
La figura 2.3 representa algunos de los términos usados en este capítulo.

VISTA FRONTAL



VISTA LATERAL

$$\text{Area Longitudinal, } A_Y = A_H + A_S$$



– Figura 2.3 –
Definición de términos (UFC, 2005)



2.3.1 Fuerza estática transversal del viento

La fuerza transversal, o lateral, del viento es definida como la componente de la fuerza del viento perpendicular a la línea central del buque. Esta fuerza es determinada usando la siguiente ecuación

$$F_{yw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_y \cdot C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w) \quad (2.1)$$

donde,

F_{yw} = Fuerza lateral de viento.

ρ_a = Masa volumétrica del aire.

V_w = Velocidad del viento.

A_y = Proyección longitudinal del área del buque.

C_{yw} = Coeficiente de arrastre de la fuerza del viento.

$f_{yw}(\theta_w)$ = Función de forma para fuerza lateral.

θ_w = Angulo que forma el viento con eje longitudinal.

El coeficiente de arrastre de la fuerza del viento depende del área del casco y de la superestructura del buque, y es calculado utilizando la siguiente expresión

$$C_{yw} = C \cdot \frac{\left(\frac{V_S}{V_R}\right)^2 \cdot A_S + \left(\frac{V_H}{V_R}\right)^2 \cdot A_H}{A_y} \quad (2.2)$$

donde,

C_{yw} = Coeficiente de arrastre lateral de la fuerza del viento.

C = Coeficiente empírico. (Ver tabla 2.2)

V_S = Velocidad promedio del viento sobre la superestructura.

V_R = Velocidad promedio del viento a 10 m sobre el nivel del mar (velocidad de referencia).

A_S = Proyección longitudinal del área de la superestructura.

A_H = Proyección longitudinal del área del casco (Hull; index: H).



Los valores de $\frac{V_S}{V_R}$ y $\frac{V_H}{V_R}$ son determinados usando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_S}{V_R} = \left(\frac{h_S}{h_R} \right)^{1/7} \quad (2.3)$$

$$\frac{V_H}{V_R} = \left(\frac{h_H}{h_R} \right)^{1/7} \quad (2.4)$$

donde,

$\frac{V_S}{V_R}$ = Promedio normalizado de la velocidad del viento sobre la superestructura.

h_S = Altura promedio de la superestructura.

h_R = Altura de referencia (10 m)

$\frac{V_H}{V_R}$ = Promedio normalizado de la velocidad del viento sobre el casco.

h_H = Altura promedio del casco.

Buque	C	Ejemplos
De casco grande	0.82	Portaaviones.
Típico	0.92	Barcos con una superestructura de área moderada.
Con superestructura extensa	1.02	Cruceros, destroyers.

– Tabla 2.2 –

Coeficiente de viento para distintos tipos de buques (UFC, 2005)

La función de forma para fuerza lateral $f_{yw}(\theta_w)$, es dada por:

$$f_{yw}(\theta_w) = \frac{\sin(\theta_w) - \frac{\sin(5 \cdot \theta_w)}{20}}{1 - \frac{1}{20}} \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) es positiva para ángulos comprendidos entre $0^\circ < \theta_w < 180^\circ$ y es negativa para ángulos de viento entre $180^\circ < \theta_w < 360^\circ$. En la figura 2.4 se muestra el gráfico correspondiente a distintos valores de la función para distintos ángulos de viento.



θ_w (°)	$f_{yw}(\theta_w)$
0	0
20	0,31
40	0,69
60	0,96
80	1,00
100	1,00
120	0,96
140	0,69
160	0,31
180	0
200	-0,31
220	-0,69
240	-0,96
260	-1,00
280	-1,00
300	-0,96
320	-0,69
340	-0,31
360	0

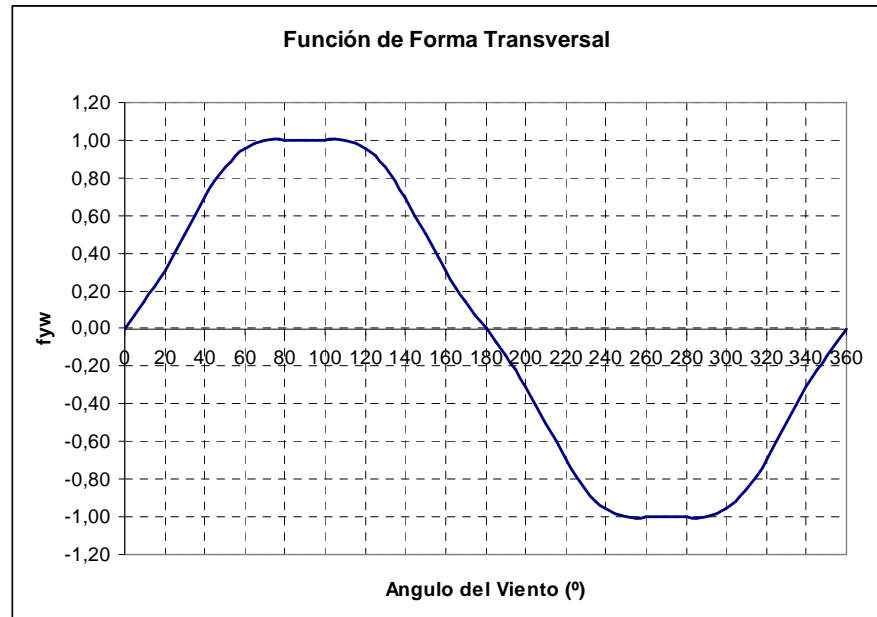


Figura 2.4 – Función de forma para la fuerza transversal del viento.

Los buques amarrados en puertos y estructuras similares están resguardados (ie, locales donde hay muy poca agitación marítima) bien sea por los propios cabos de amarre, bien sea por los edificios en el área de servicio del puerto y/o por estructuras portuarias similares. El ingeniero proyectista debe considerar las posibilidades de abrigo/resguardo en la determinación del área proyectada del buque.

2.3.2 Fuerza estática longitudinal del viento

La fuerza longitudinal del viento es definida como la componente de la fuerza del viento paralela a la línea central del buque y es determinada usando la siguiente ecuación

$$F_{xw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_x \cdot C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w) \quad (2.6)$$

donde:

F_{xw} = Fuerza longitudinal del viento.

ρ_a = Masa volumétrica del aire.

V_w = Velocidad del viento.

A_x = Proyección transversal del área del buque.

C_{xw} = Coeficiente de arrastre longitudinal de la fuerza del viento.

$f_{xw}(\theta_w)$ = Función de forma para la fuerza longitudinal.



El coeficiente de arrastre longitudinal de la fuerza del viento varia dependiendo del tipo y características de buque. Adicionalmente este coeficiente depende del ángulo del viento; Cuando el ángulo $\theta_w = 0^\circ$ se denomina condición de viento de cabeza (proveniente de la proa) y su coeficiente es denominado por C_{xwB} y cuando el ángulo $\theta_w = 180^\circ$ se denomina condición de viento de cola (proveniente de la popa) y su coeficiente correspondiente es C_{xwS}

En la tabla siguiente se indican los valores recomendados de estos coeficientes para distintos tipos de embarcaciones.

<i>Tipo de Buque</i>	C_{xwB}	C_{xwS}
Buques con grandes casco (portaaviones, submarinos y de pasajeros)	0,4	0,4
Buques normales	0,7	0,6
Center-island tankers	0,8	0,6
Buques con excesiva cantidad de superestructura (destroyers y cruceros)	0,7	0,8

– Tabla 2.3 –

Coeficientes de arrastre recomendados para fuerza longitudinal del viento.

El ajuste de estos coeficientes para todos los buques de carga y petroleros con las cubiertas obstaculizadas consiste en adicionar 0.08 para C_{xwB} y C_{xwS}

La función de forma longitudinal, $f_{xw}(\theta_w)$, es diferente para cada caso de viento, de cabeza o de cola. El ángulo del viento no produce ninguna fuerza longitudinal neta es designado por θ_{wz} para el paso por cero y separa estas dos regiones. La selección de θ_{wz} es determinada por la localización de la sección transversal en el medio del buque en relación con la superestructura. (Ver tabla 2.4)

<i>Localización de la superestructura</i>	θ_{wz} (grados)
Inmediatamente en frente de la sección transversal media	80
En la sección transversal media	90
Detrás de la sección transversal media	100
Buques con grande casco	120

– Tabla 2.4 –

Selección del ángulo θ_{wz}



La función de forma, para la fuerza longitudinal de viento, para buques de grandes torres o buques con grande casco, es dada por:

$$f_{wx}(\theta_w) = -\cos(\phi) \quad (2.7)$$

donde,

$$\phi_{(-)} = \left(\frac{90^\circ}{\theta_{wz}} \right) \cdot \theta_w \quad \text{Para } \theta_w < \theta_{wz}$$

$$\phi_{(+)} = \left(\frac{90^\circ}{180^\circ - \theta_{wz}} \right) \cdot (\theta_w - \theta_{wz}) + 90^\circ \quad \text{Para } \theta_w > \theta_{wz}$$

El valor de $f_{xw}(\theta_w)$ es simétrico sobre el eje longitudinal del buque. Por lo tanto, cuando $\theta_w > 180^\circ$, se debe usar $360^\circ - \theta_w$ como θ_w en la determinación de la función de forma.

En buques donde la distribución gravitacional de pesos en la superestructura es caracterizada (matemáticamente o gráficamente) por una ley semejante a la ley del coseno, la función de forma longitudinal es dada por:

$$f_{xw}(\theta_w) = \frac{-\sin \gamma - \frac{\sin 5 \cdot \gamma}{10}}{1 - \frac{1}{10}} \quad (2.8)$$

donde,

$$\gamma_{(-)} = \frac{90^\circ}{\theta_w} \cdot \theta_w + 90^\circ \quad \text{Para } \theta_w < \theta_{wz}$$

$$\gamma_{(+)} = \frac{90^\circ}{180^\circ - \theta_w} \cdot \theta_w + \left(180^\circ - \frac{90^\circ \cdot \theta_{wz}}{180^\circ - \theta_{wz}} \right) \quad \text{Para } \theta_w > \theta_{wz}$$

2.3.3 Momento estático alrededor del eje Z debido al viento

El momento debido al viento es calculado según:

$$M_{xyw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_y \cdot L \cdot C_{xyw}(\theta_w) \quad (2.9)$$



donde,

M_{xyw} = Momento debido al viento.

ρ_a = Masa volumétrica de aire.

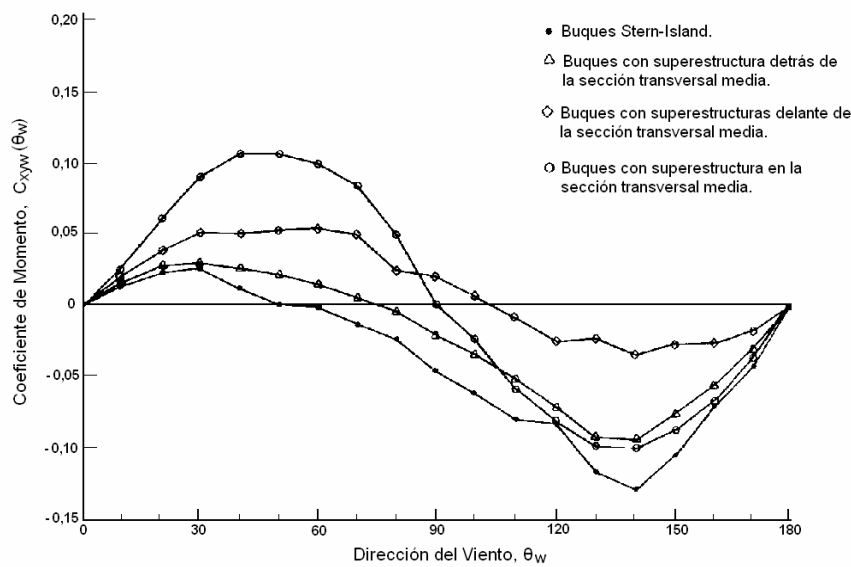
V_w = Velocidad del viento.

A_y = Proyección longitudinal del área del buque.

L = Longitud del buque.

$C_{xyw}(\theta_w)$ = Coeficiente del momento debido al viento.

En la figura 2.5 se presentan algunos coeficientes de momento, típicos.



– Figura 2.5 –
Coeficientes de momento (NFEC, 1986)

Este coeficiente de momento depende del tipo de buque; a continuación se presentan las ecuaciones y parámetros empíricos para determinar dicho coeficiente.

$$C_{xyw}(\theta_w) = -a_1 \cdot \sin\left(\frac{\theta_w \cdot 180}{\theta_z}\right) \quad \text{Para } 0^\circ < \theta_w < \theta_z \quad (2.10a)$$

$$C_{xyw}(\theta_w) = a_2 \cdot \sin(\lambda \cdot (\theta_w - \theta_z)) \quad \text{Para } \theta_z < \theta_w < 180^\circ \quad (2.10b)$$



donde,

$C_{xyw}(\theta_w)$ = Coeficiente del momento debido al viento.

a_1 = Valor máximo negativo (Ver tabla 2.5)

a_2 = Valor máximo positivo (Ver tabla 2.5)

θ_w = Angulo del viento (en grados, °)

θ_z = Angulo de momento cero (Ver tabla 2.5)

$$\lambda = \frac{180^\circ}{180^\circ - \theta_z}$$

Tipo de buque	θ_z	a_1	a_2
Liner	80	0,075	0,14
Portador	90	0,068	0,072
Tanque	95	0,077	0,07
Crucero	90	0,064	0,05
Destroyer	68	0,02	0,12

– Tabla 2.5 –

Variables para determinar el momento debido al viento (UFC, 2005)

2.4 CORRIENTE

El método aquí presentado para determinar las componentes transversal y lateral y el momento, debido a la fuerza de la corriente fue desarrollado por Unified Facilities Criteria (UFC, 2005).

2.4.1 Fuerza estática transversal de la corriente

La componente transversal de la fuerza de la corriente es definida como la componente de la fuerza perpendicular a la línea central del buque. Si el buque tiene una separación grande debajo de la quilla, el agua puede fluir libremente debajo de esta como se muestra en la figura 2.6(a). Si la separación debajo de la quilla es pequeña, como se ilustra en la figura 2.6(b), entonces el buque bloquea el flujo de la corriente y la fuerza transversal en éste, debido a la corriente, aumenta. Este es considerado y la fuerza transversal es determinada mediante la siguiente ecuación

$$F_{yc} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot L_{wL} \cdot T \cdot C_{yc} \cdot \sin(\theta_c) \quad (2.11)$$



donde,

F_{yc} = Fuerza transversal de la corriente.

ρ_w = Masa volumétrica del agua.

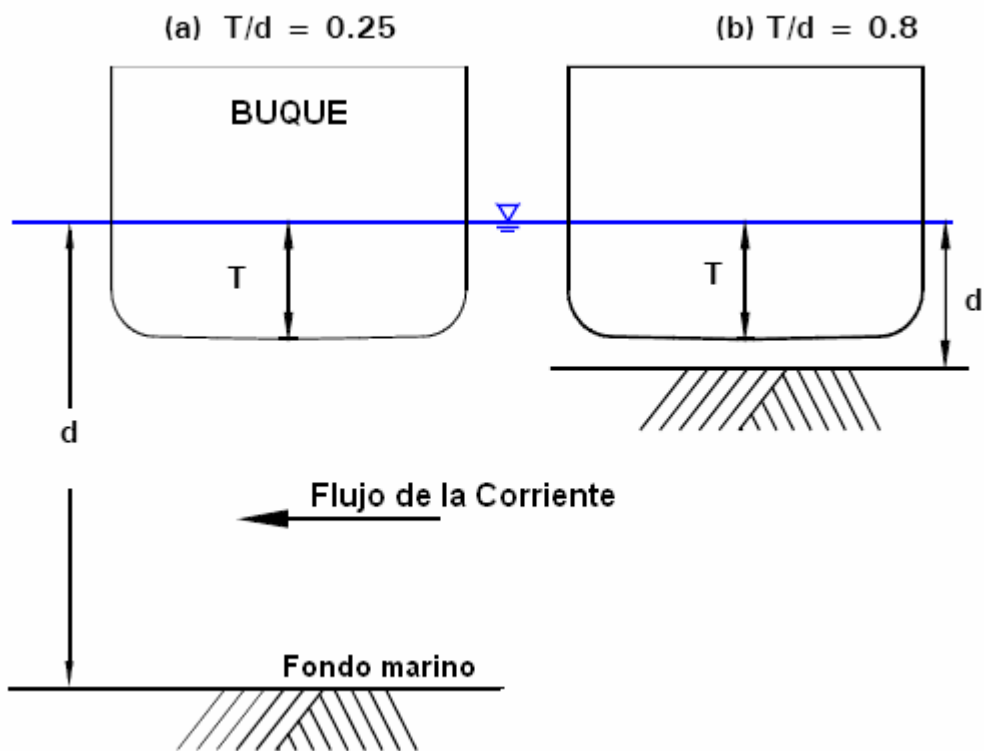
V_c = Velocidad de la corriente.

L_{wL} = Longitud de la línea de flotación del buque.

T = Calado promedio del buque.

C_{yc} = Coeficiente transversal de fricción para corriente.

θ_c = Angulo de la corriente.



– Figura 2.6 –
Relación entre el calado del buque (T) y la profundidad del agua (d)

El coeficiente transversal de fricción para corriente es determinado usando la ecuación

$$C_{yc} = C_0 + (C_1 - C_0) \cdot \left(\frac{T}{d}\right)^K \quad (2.12)$$



donde,

C_0 = Coeficiente de fuerza de resistencia para grandes profundidades. Cuando $T/d \approx 0$, este coeficiente es calculado según:

$$C_0 = 0,22 \cdot \sqrt{x}$$

$$x = \frac{L_{wL}^2 \cdot A_m}{B \cdot V}$$

$$A_m = C_m \cdot B \cdot T$$

donde,

L_{wL} = Longitud del buque en la línea de agua.

A_m = Área de la sección transversal sumergida en la sección media del buque.

B = Acho máximo del buque en la línea de flotación.

V = Volumen sumergido del buque.

C_1 = Coeficiente de fuerza de resistencia para pequeñas profundidades. Para $T/d = 1$ y corrientes de 1,5 m/s o menores, se recomienda $C_1 = 3,2$

T = Calado promedio del buque.

d = Profundidad del agua.

k = Exponente adimensional.

$k = 3$ Para buques de carga, portaviones y submarinos

$k = 2$ Para los casos restantes.

Los valores del coeficiente C_m son dados en las tablas características de cada buque.

El procedimiento descrito se refiere apenas a condiciones normales de diseño con corrientes moderadas cuya velocidad no supere los 1,5 m/s (2,9 nudos) y buques atracados en canales anchos o puertos.

2.4.2 Fuerza estática longitudinal de la corriente

$$F_{xc} = F_{xFORM} + F_{xFRICTION} + F_{xPROP} \quad (2.13)$$

donde,

F_{xc} = Fuerza estática longitudinal debida a la corriente.

F_{xFORM} = Fuerza estática longitudinal debido a la resistencia de forma.

$F_{xFRICTION}$ = Fuerza estática longitudinal debido a la fricción en la superficie límite.



F_{xPROP} = Fuerza estática longitudinal debido a la resistencia producida por el movimiento del agua en la hélice.

Estos tres elementos son definidos a continuación:

- Fuerza estática longitudinal debido a la resistencia de forma

$$F_{xFORM} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot B \cdot T \cdot C_{xcb} \cdot \cos(\theta_c) \quad (2.14)$$

donde,

ρ_w = Masa volumétrica del agua.

V_c = Velocidad de la corriente.

B = Ancho máximo del buque en la línea de flotación.

T = Calado promedio del buque.

C_{xcb} = Coeficiente longitudinal. = 0,1

θ_c = Angulo de la corriente.

- Fuerza estática longitudinal debido a la fricción en la capa límite

$$F_{xFRICTION} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot S \cdot C_{xca} \cdot \cos(\theta_c) \quad (2.15)$$

donde,

S = Área de la superficie mojada.

C_{xca} = Coeficiente de fricción lateral en la dirección longitudinal.

$$S = 1,7 \cdot T \cdot L_{wL} + \left(\frac{D}{T \cdot \gamma_w} \right)$$

L_{wL} = Línea de flotación.

D = Desplazamiento del buque.

γ_w = Densidad por peso del agua.

$$C_{xca} = \frac{0,075}{((\log_{10} R_N) - 2)^2}$$

R_N = Número de Reynolds.



$$R_N = \left| \frac{V_c \cdot L_{wL} \cdot \cos(\theta_c)}{\nu} \right|$$

ν = Viscosidad cinemática del agua.

- Fuerza estática longitudinal debido a la resistencia producida por el movimiento del agua en la hélice

$$F_{xPROP} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot A_P \cdot C_{PROP} \cdot \cos(\theta_c) \quad (2.16)$$

donde,

A_P = Área de las láminas de la hélice.

C_{PROP} = Coeficiente de resistencia de la hélice. $C_{PROP} = 1$

$$A_P = \frac{A_{TPP}}{0,838}$$

A_{TPP} = Área total proyectada de la hélice.

$$A_{TPP} = \frac{L_{wL} \cdot B}{A_R}$$

A_R = Área adimensional para hélices. En la tabla 2.6 se presentan algunos valores típicos.

Buque	A_R
Destroyer	100
Crucero	160
Portador	125
Carga	240
Tanque	270
Submarino	125

– Tabla 2.6 –

Valores de A_R para distintos tipos de buques (UFC, 2005)

**2.4.3 Momento alrededor del eje Z debido a la corriente**

$$M_{xyc} = F_{yc} \cdot L_{wL} \cdot \left(\frac{e_c}{L_{wL}} \right) \quad (2.17)$$

donde,

M_{xyc} = Momento alrededor del eje Z.

F_{yc} = Fuerza transversal de la corriente.

$\frac{e_c}{L_{wL}}$ = Cociente entre la excentricidad y la longitud de la línea de flotación.

e_c = excentricidad de F_{yc}

L_{wL} = Longitud entre perpendiculares del buque en la línea de agua.

El cociente e_c/L_{wL} , es calculado eligiendo la pendiente y la intercepción con el eje Y de las variables presentadas en la tabla 2.7, que son una función del casco del buque. Este brazo depende, además, del ángulo de la corriente, como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{e_c}{L_{wL}} = a + b \cdot \theta_c \quad \text{Para } 0^\circ < \theta_c < 180^\circ \quad (2.18a)$$

$$\frac{e_c}{L_{wL}} = a + (b \cdot (360^\circ - \theta_c)) \quad \text{Para } 180^\circ < \theta_c < 360^\circ \quad (2.18b)$$

donde,

a = Intercepción con el eje Y (ver tabla 2.7)

b = Pendiente por grado (ver tabla 2.7)

Buque	a	b	Notas
Series 60	-0,291	0,00353	Buques de carga.
FFG	-0,201	0,00221	
CVE-55	-0,168	0,00189	
SS-212	-0,244	0,00255	Submarinos.

– Tabla 2.7 –

Variables para determinar el cociente de excentricidad (UFC, 2005)



CONCEPTOS DINÁMICOS IMPORTANTES

3.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

El siguiente apartado fue desarrollado con base en la teoría presentada por Wilson, 1984.

Se asume que la estructura o parte de ella es rígida, y posee una masa m la cual es significativamente mayor que la masa de los demás restantes elementos flexibles que limitan su movimiento. El movimiento será restringido al plano donde el desplazamiento absoluto del centro de masa G es $v = v(t)$, y el ángulo de rotación absoluto es $\theta = \theta(t)$. Considerando $\sum F_v$ como la sumatoria de todas las componentes de las fuerzas en m y positivas en la dirección de v ; la segunda ley de Newton quedaría expresada por la forma

$$\sum F_v = m \cdot \ddot{v} \quad (3.1)$$

donde, \ddot{v} es la aceleración absoluta del centro de masa G .

La expresión (3.1) es particularmente útil en modelos de un solo grado de libertad que involucren la traslación de un cuerpo rígido cuyos elementos restrictivos son todos flexibles en la dirección v .

Si el cuerpo rígido rota alrededor de un punto fijo O en el plano, es conveniente seleccionar θ como una coordenada independiente. En este caso, $\sum M_o$ sería la sumatoria de todos los momentos actuantes en m , positivos en la dirección positiva de θ . Ahora la ecuación de movimiento asume la forma

$$\sum M_o = J_o \cdot \ddot{\theta} \quad (3.2)$$

donde, $\ddot{\theta}$ es la aceleración angular absoluta del cuerpo rígido y J_o es el momento de inercia del cuerpo rígido respecto al eje que pasa por O y es perpendicular al plano de movimiento. El valor de J_o es definido como

$$J_o = \int_m r^2 dm \quad (3.3)$$



donde, r es la distancia desde O hasta un elemento de masa virtual dm , y la integración es a través de todo el cuerpo rígido.

Es conveniente expresar J_O en términos de J_G , a través del teorema de Steiner se tiene que:

$$J_O = J_G + m \cdot h_G^2 \quad (3.4)$$

donde, h_G es la distancia entre O y G.

El tipo de fuerzas que constituyen las sumatorias en el lado izquierdo de las ecuaciones (3.1) y (3.2) son clasificadas en tres categorías. La primera categoría son las fuerzas aplicadas; incluyendo peso propio, las fuerzas de viento, oleaje y corriente como el resto de las fuerzas ambientales; las fuerzas externas aplicadas dependientes del tiempo en la dirección v son denotadas como $P_1(t)$ y el momento total dependiente del tiempo alrededor de un punto fijo O, debido a las fuerzas externas aplicadas en el sistema descrito por la coordenada θ , es denotado como $M_o(t)$. La segunda categoría son las reacciones, estas fuerzas de resorte o restauradoras ocurren cuando existe un apoyo flexible en el modelo de cuerpo rígido; si el movimiento es únicamente descrito por la coordenada v , entonces la reacción es denotada como una función $q(v)$ en esta coordenada; si el movimiento es únicamente descrito por la coordenada θ , entonces el momento de reacción actuante alrededor del punto fijo O es denotado como $q(\theta)$. En la tercera categoría está la fuerza de fricción y/o de amortecimiento que es asumida como dependiente solamente de la velocidad; análogamente con la fuerza de resorte, las respectivas fuerzas de amortecimiento para las coordenadas v y θ son: $f(\dot{v})$ y $f(\dot{\theta})$.

En resumen, si v es la coordenada independiente para la masa m sujeta a cada tipo de fuerza descrita, entonces la forma general de la ecuación (3.1) es:

$$m\ddot{v} + f(\dot{v}) + q(v) = P_1(t) \quad (3.5a)$$

De igual modo, si θ es la coordenada independiente, la forma general de la ecuación (3.2) es:

$$J_o\ddot{\theta} + f(\dot{\theta}) + q(\theta) = M_o(t) \quad (3.5b)$$



Para sistemas lineales las ecuaciones (3.5a) y (3.5b) asumen la forma

$$m\ddot{v} + c_t\dot{v} + k_tv = P_1(t) \quad (3.6a)$$

$$J_o\ddot{\theta} + c_r\dot{\theta} + k_r\theta = M_o(t) \quad (3.6b)$$

3.2 OLAS

El siguiente apartado fue parcialmente desarrollado a partir del trabajo de grupo de proyecto de estructuras, realizado en la FEUP y orientado por el Prof. Rui Barros (C. Rodrigues et al., 2005)

3.2.1 Efectos de la ondulación

Salvo algunas excepciones correspondientes a fenómenos extraordinarios como los maremotos, las olas son debidas a la acción del viento sobre la superficie del mar. Cuando se mueven las masas de aire sobre el mar, las pequeñas diferencias de presión que existen en el aire junto con la fricción entre el agua y el aire producen fuerzas sobre la superficie, las cuales ponen en movimiento las partículas de agua.

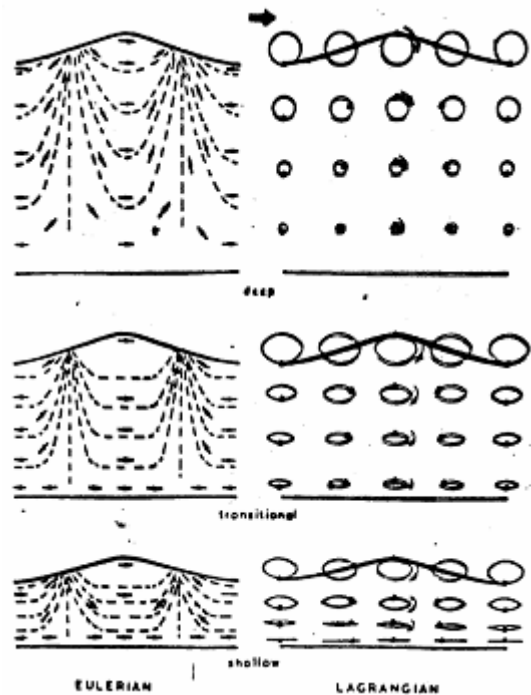
Esta acción lleva al encrespamiento de la superficie del mar. El viento ejerce, de esta forma, una fuerza de empuje en la parte posterior de la ola y una fuerza de succión en la parte frontal. Estas fuerzas son mayores como mayor sea la ola, dado que son proporcionales al área de contacto. En el ciclo descrito, más viento implica una ola mayor y una ola mayor genera más superficie aumentando la acción del viento; únicamente termina cuando por efecto de la gravedad de la masa de agua, las fuerzas se equilibran; asumiendo que la velocidad del viento es constante durante un período de tiempo suficientemente grande.

Por lo expuesto anteriormente se puede concluir que las características de las olas dependen esencialmente de la velocidad del viento que las genera, pudiendo establecer una relación entre los dos fenómenos.

Las partículas de agua que forman una ola no experimentan movimiento de translación, pero sí de oscilación describiendo una trayectoria aproximadamente circular. La posición relativa de una partícula que se encuentra en la superficie, en relación con las adyacentes, varía con el tiempo, ocupando una posición nueva en el círculo que describe. La forma creada por la superficie del agua se llama perfil de la ola; este perfil varía y son estas variaciones que dan la sensación de translación del agua, es decir, que esta avanza en la misma dirección que la ola. En la realidad lo que se mueve es la forma de la ola sin que las



partículas sufran movimientos de traslación o, alternativamente, sin que el volumen del fluido sufra movimientos de traslación.



– Figura 3.1 –
Representación esquemática de olas.

Las olas se pueden definir con tres parámetros principales:

- ▶ H , altura de la ola, medida entre la cresta y el valle.
- ▶ λ , longitud de la ola, medida entre dos crestas sucesivas.
- ▶ T , período de la ola, que representa el tiempo que transcurre entre que una partícula recorra un ciclo completo y regrese a su posición original, para olas en aguas profundas. El período puede representarse aproximadamente de la siguiente

$$\text{forma: } \lambda = \frac{gT^2}{2\pi}$$

Las partículas que se encuentran debajo de la superficie también oscilan, describiendo círculos cada vez con menor diámetro a medida que aumenta la profundidad. Por lo tanto, el perfil de la ola mantiene la misma forma al aumentar la profundidad, pero la amplitud del movimiento disminuye, es decir, la altura a que se elevan las partículas de agua se reduce.

Esta descripción es válida para aguas profundas, donde la interacción con el fondo marino no afecta el movimiento del agua. Cuando la profundidad, d , es menor que la mitad de la longitud de la ola, $d < \frac{\lambda}{2}$, la fricción con el fondo marino causa una fuerza que se



opone a la fuerza que genera la ola; por esto, la altura y longitud de la ola disminuyen y la trayectoria que describen las partículas es distorsionada, pasando de circular a elíptica.

Disminuyendo la profundidad del agua, las fuerzas de fricción con el fondo generan un desequilibrio de manera que las partículas que ocupan una posición más elevada trasponen a las que se encuentran más enfrente dando lugar al rebatimiento de la ola y a la liberación de una gran cantidad de energía.

Para determinar la acción de las olas sobre una estructura es necesario determinar los parámetros de cálculo de la ola y después calcular el efecto de la ola en la estructura.

Las diversas medidas de olas en varios locales permiten deducir las distribuciones de frecuencias de los parámetros de la ola y con estos determinar los valores que tienen el período de ocurrencia deseado.

El procedimiento más usual para seleccionar la ola de diseño es a partir de la relación entre esta y el viento que la genera y de la suposición de una velocidad de viento con período fijado previamente. Estudios más refinados se basan en informaciones estadísticas de huracanes, siendo estos de relevancia en determinadas zonas del planeta y para estructuras de gran importancia como las plataformas petroleras.

La altura de las olas depende principalmente de la velocidad del viento, de su duración y de la máxima distancia sobre la cual el viento puede actuar sin perturbaciones geográficas. Depende también de la profundidad local. En algunas zonas costeras es común la realización de estudios oceanográficos, permitiendo crear gráficos de altura de olas para luego poder determinar la ola de diseño.

La siguiente tabla relaciona alturas y longitudes de olas con la velocidad del viento que las genera. Los valores presentados son válidos para aguas profundas (Minikin, 1963).

Velocidad del viento (km/h)	Altura de la ola (m)	Longitud de la onda (m)	Período de la ola (s)
43	5.3	80	7.2
56	6.9	123	8.9
68	7.9	175	10.6
80	9.4	248	12.6
95	11.4	360	15.2
109	13.7	525	18.3

– Tabla 3.1 –

Relación entre las propiedades de la ola con la velocidad del viento.



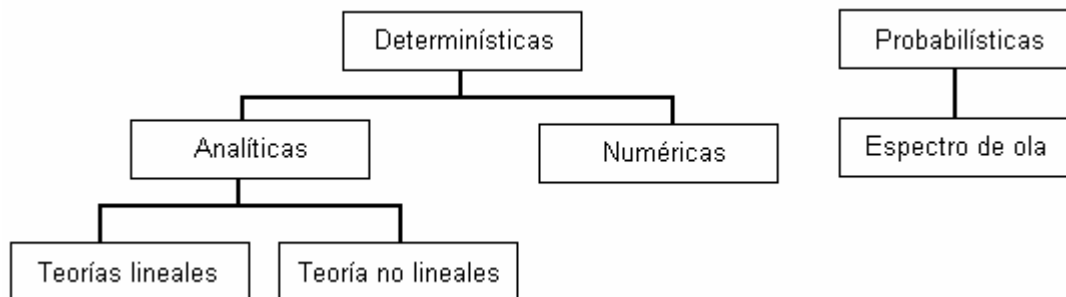
Se pueden distinguir dos casos extremos del efecto de las olas en la mayoría de las estructuras marítimas, siendo los siguientes:

- ▶ Choque de la ola en una pared vertical rígida provocando el quiebre de la ola, como en los rompe olas y muros costeros.
- ▶ Efecto de la ola en elementos estructurales relativamente pequeños y que no alteran el movimiento de la ola, como son las estacas.

3.2.2 Descripción de las olas oceánicas

La figura 3.2 representa una perspectiva de los métodos que describen las olas superficiales gravíticas, resaltando que existen dos abordajes para el problema.

El abordaje determinístico revela ser más útil en la descripción de los efectos de corta duración y consiste en métodos que pueden ser descritos como analíticos. Los métodos analíticos se basan, básicamente, en las teorías clásicas de las olas y pueden ser divididos en lineales y no lineales. Por otro lado, el abordaje probabilístico, al cual no se hará referencia, es más útil en la previsión del comportamiento de la ola a largo plazo.



– Figura 3.2 –
Esquema de las teorías de ola

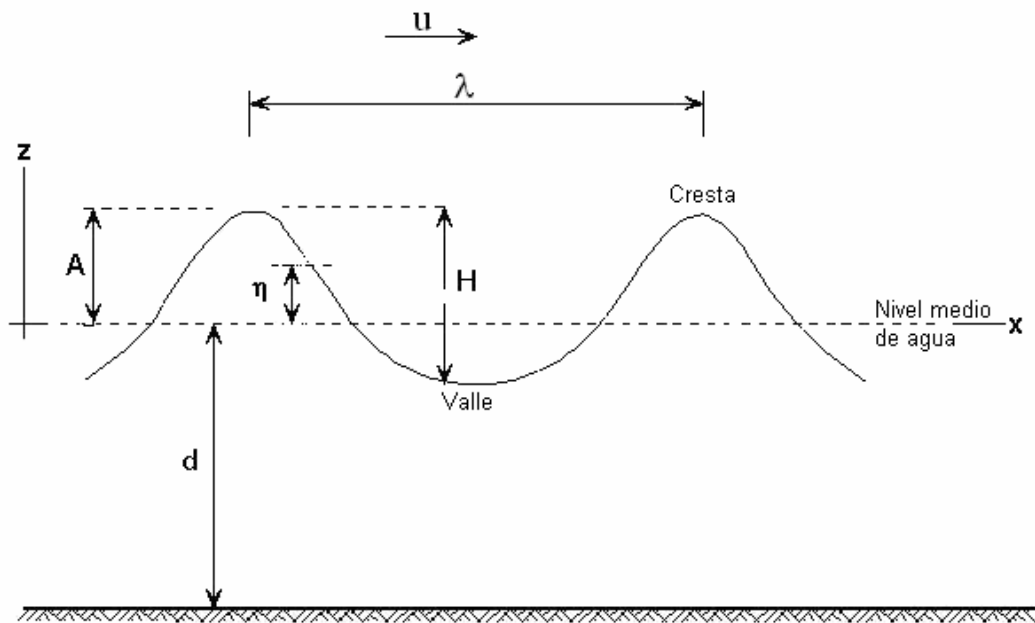
3.2.3 Definición de olas planas

Antes de referir la teoría clásica de olas, se presentan algunas definiciones y conceptos fundamentales. La ocurrencia natural de las olas es un proceso complejo debido a la sobre posición simultánea de olas de diferentes formas y energías. De esta forma conviene considerar una única ola con forma pura, asumiendo esta con comportamiento igual en el paso por cualquier punto y propagándose sin alterar su forma, siempre que la envolvente tampoco sufra alteraciones.



Las olas planas, o olas con gran longitud, son olas independientes en la coordenada perpendicular a la dirección de propagación de la ola. De esta forma, las crestas y valles pueden ser representados con líneas rectas en el plano horizontal.

En la figura 3.3 se representa una ola con forma armónica simple, tal que para cada instante de tiempo, t , tiene una forma sinusoidal referente al nivel medio del agua.



– Figura 3.3 –
Representación esquemática de una ola.

Para $t = 0$ la elevación instantánea, η , de la superficie es dada por:

$$\eta_{t=0} = A \cos(kx) \quad (3.7)$$

donde,

$A = \frac{H}{2}$, es la amplitud de la ola.

k es el número de ola que transforma el término kx a radianes.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.8)$$



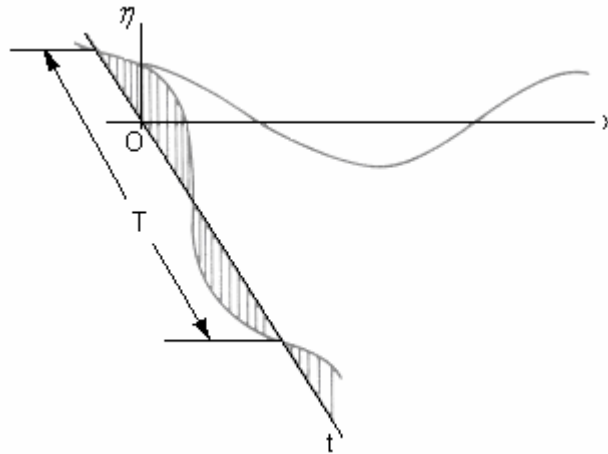
La expresión general de η para una ola sinusoidal con movimiento progresivo con celeridad, c , en la dirección positiva de X , es:

$$\eta(x,t) = A \cos k(x - ct) \tag{3.9}$$

Para $x = 0$ y considerando la variación de la elevación instantánea de la superficie con el tiempo durante el paso de la ola por el origen, tenemos la siguiente expresión:

$$\eta_{x=0} = A \cos(-kct) = A \cos(kct) \tag{3.10}$$

la cual está representada en la figura 3.4.



– Figura 3.4 –
Variación con el tiempo de la elevación instantánea de la superficie

donde, nuevamente, el factor kc convierte kct en radianes.

$$kct = 2\pi \frac{t}{T} \tag{3.11}$$

donde T es el período de la ola y representa el valor particular del tiempo que hace al coseno igual a 1, dando el tiempo que demora la próxima cresta a llegar

$$kc = \frac{2\pi}{T} = \omega [\text{rad} / \text{s}] \tag{3.12}$$

donde ω es la frecuencia angular de la ola. Con las ecuaciones (3.8) y (3.11) se obtiene:

$$\lambda = cT \tag{3.13}$$



La ecuación (3.13) es una relación fundamental de la teoría de olas y es independiente de la forma de la ola.

Sustituyendo la ecuación (3.12) en la ecuación (3.9) se tiene que:

$$\eta(x,t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (3.14)$$

Quedando de esta forma definido el perfil de la ola.

3.2.4 Teorías lineales

La teoría de las olas lineal es también conocida por la teoría de Airy o teoría de primer orden; fue desarrollada por Airy (1845) y Laplace (1816), es la más importante de las teorías clásicas porque es basada en los espectros de olas de las teorías probabilísticas.

Considerando una ola plana, simple y armónica, definida en la figura 3.3 que se propaga en el sentido positivo de x . Se presentan a continuación las nueve suposiciones de la teoría lineal.

- ▶ La amplitud, A , es pequeña comparada con la longitud de la ola, λ , y la profundidad, d .
- ▶ La altura cinética, $\frac{u^2 + w^2}{2g}$, es despreciable comparada con la carga piezométrica.
- ▶ La profundidad, d , es uniforme.
- ▶ El fluido es no viscoso e irrotacional.
- ▶ El fluido es incompresible y homogéneo.
- ▶ La fuerza de Coriolis es despreciable.
- ▶ Las tensiones superficiales son despreciables.
- ▶ El fondo es suave e impermeable.
- ▶ La presión atmosférica, p_a , es uniforme. La presión del agua es p .

Dadas las consideraciones anteriores es necesario que la velocidad de la partícula y la presión del fluido satisfagan las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.15a)$$



$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.15b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.15c)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (3.15d)$$

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad \text{para } z = 0 \quad (3.16)$$

$$w = 0, \quad \text{para } z = -d \quad (3.17)$$

$$p = p_a, \quad \text{para } z = 0 \quad (3.18)$$

La ecuación (3.15a) es la condición de irrotacionalidad. La ecuación (3.15b) es la condición de continuidad. Las ecuaciones (3.15c) y (3.15d) constituyen las ecuaciones de conservación de momentos, también conocidas como ecuaciones de movimiento y Euler. Las ecuaciones (3.16) y (3.18) son las condiciones de frontera en la superficie y la ecuación (3.17) es la condición de frontera en el fondo. La superficie libre es definida por $z = \eta$.

Matemáticamente las ecuaciones (3.15) a (3.18) representan un problema lineal que admite ondas armónicas simples con una solución posible.

Tomando:

$$\eta = A \cos(kx - \omega t) \quad (3.19)$$

Quedaría

$$u = A \omega \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (3.20)$$

$$w = A \omega \frac{\sinh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (3.21)$$

$$p = p_a - \rho g z + \rho g A \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (3.22)$$

donde, $-\rho g z$ es la componente hidrostática de la presión.



Las ecuaciones (3.19) a (3.22) satisfacen las ecuaciones (3.15) a (3.17). Estas ecuaciones también satisfacen las condiciones (3.16) y (3.18), llevando a que el número de ola y frecuencia satisfagan la relación:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (3.23)$$

sabiendo que la velocidad es definida por:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \quad (3.24)$$

se tiene que:

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd) \quad (3.25)$$

En la siguiente tabla se resumen los resultados de la teoría lineal.

Parámetro	Fórmula
Perfil de la superficie	$\eta = A \cos(kx - \omega t)$
Velocidad horizontal de la partícula	$u = \frac{2\pi A}{T} \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t)$
Velocidad vertical de la partícula	$w = \frac{2\pi A}{T} \frac{\sinh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$
Aceleración horizontal de la partícula	$\dot{u} = \frac{4\pi^2 A}{T^2} \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$
Aceleración vertical de la partícula	$\dot{w} = \frac{4\pi^2 A}{T^2} \frac{\sinh k(z+d)}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t)$
Presión dinámica	$p = \rho g A \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t)$
Celeridad de la ola	$c = \left[\frac{g}{k} \tanh(kd) \right]^{\frac{1}{2}}$
Velocidad de grupo	$c_g = c \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right]$

– Tabla 3.2 –
Cuadro resumen de la teoría lineal.



3.2.5 Teorías no lineales

3.2.5.1 Teoría Trocoidal

Gerstner (1802) e Rankine (1863) desarrollaron la teoría de olas Trocoidal independiente. La suposición básica de esta teoría es que la órbita de la partícula es circular, lo que conduce a una solución exacta para olas de amplitud finita con perfil de superficie Trocoidal. Esta situación es una mera coincidencia dado que no existe a priori una razón para que la órbita de las partículas sea circular.

La explicación teórica de esta teoría pierde interés en los objetivos de este trabajo; sirviendo apenas como una introducción histórica de otras teorías no lineales.

De este modo, la teoría Trocoidal sirve de ligación con la teoría de olas oscilatorias de amplitud finita desarrollada por Stokes (1845), Levi-Cevite (1926), Struik (1926), Havelock (1914) entre otros (Myers et al., 1969; Gaythwaite, 1981; Sarpkaya & Isaacson, 1981).

3.2.5.2 Teoría de amplitud finita de Stokes

La suposición base en el desarrollo de esta teoría es que el movimiento del fluido es irrotacional; la cual puede ser justificada físicamente si la viscosidad del fluido es muy pequeña.

De esta forma, las ecuaciones que describen el movimiento pueden ser escritas de la misma forma que para la teoría lineal.

$$\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (3.26a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.26b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.26c)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (3.26d)$$

Las ecuaciones (3.26a) y (3.26b) expresan la condición de continuidad, ya que las expresiones (3.26c) y (3.26d) son las respectivas a la conservación de momento.



Una vez estimado el campo de velocidades, se podrá también estimar el campo de presiones. La condición de frontera del campo de presiones está definida dado que la superficie de presión es constante.

$$p(x, \eta, t) = p_a = ctt \quad (3.27)$$

En general, $p = p(x, z, t)$ lo que implica

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + w \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (3.28)$$

Stokes (1847) y otros, resolvieron las ecuaciones (3.26) a (3.28) a través de aproximaciones sucesivas donde la solución fue formulada en términos de series con términos de orden creciente.



Algunas de las soluciones de la teoría de amplitud finita de segundo orden son presentados en la siguiente tabla (Sarpkaya & Isaacson, 1981):

Parámetro	Fórmula
Perfil de la superficie	$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{H^2}{8} \left(\frac{\pi}{\lambda} \right) \frac{\cosh kd}{\sinh^3 kd} \times$ $\times [2 + \cosh(2kd) \cdot \cos[2(kx - \omega t)]]$
Velocidad horizontal de la partícula	$u = H \frac{\pi}{T} \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) +$ $+ \frac{3}{4} H^2 \left(\frac{\pi^2}{T\lambda} \right) \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh^4(kd)} \cos[2(kx - \omega t)]$
Velocidad vertical de la partícula	$w = H \left(\frac{\pi}{T} \right) \frac{\sinh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) +$ $+ \frac{3}{4} H^2 \left(\frac{\pi^2}{T\lambda} \right) \frac{\sinh 2k(z+d)}{\sinh^4(kd)} \sin[2(kx - \omega t)]$
Aceleración horizontal de la partícula	$\dot{u} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) +$ $+ 3H^2 \left(\frac{\pi^3}{T^2 \lambda} \right) \frac{\cosh 2k(z+d)}{\sinh^4(kd)} \sin[2(kx - \omega t)]$
Aceleración vertical de la partícula	$\dot{w} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\sinh k(z+d)}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) +$ $+ 3H^2 \left(\frac{\pi^3}{T^2 \lambda} \right) \frac{\sinh 2k(z+d)}{\sinh^4(kd)} \cos[2(kx - \omega t)]$
Presión dinámica	$p = \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t) +$ $+ \frac{3}{4} H^2 \left(\frac{\rho g \pi}{\lambda} \right) \left[\frac{1}{\sinh(2kd)} \right] \times \left[\frac{\cosh 2k(z+d)}{\sinh^2 kd} - \frac{1}{3} \right] \times$ $\times \cos[2(kx - \omega t)]$
Celeridad de la ola	$c = \left[\frac{g}{k} \tanh(kd) \right]^{\frac{1}{2}}$

– Tabla 3.3 –
Cuadro resumen. Teoría de amplitud finita de Stokes.

Las expresiones de orden superior son simplemente aquellas en las cuales las aproximaciones de los efectos de los términos correctivos son desarrolladas hasta el término de orden correspondiente. En principio la teoría de Stokes es usada en un orden suficientemente elevado, debe ser adecuada en la descripción de olas para cualquier valor de profundidad. En la práctica esto es solamente posible para olas en aguas profundas. En aguas poco profundas los términos correctivos son extensos, provocando así que la



convergencia sea lenta; es necesario un gran número de términos para obtener un grado de precisión uniforme.

Ursell (1953) estudió la precisión de la teoría de segundo orden comparando la amplitud del término de segundo orden con la amplitud del término de primer orden. Ursell generalizó la comparación y la expresó en función de los términos del parámetro de Ursell, U_r , dado por:

$$U_r = \frac{\eta_0}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{d} \right)^3 \quad (3.29)$$

donde η_0 es la elevación máxima encima del nivel medio del agua.

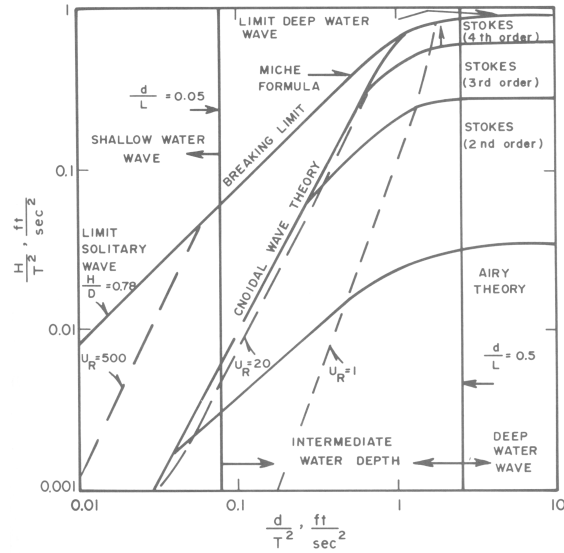
Cuando el parámetro de Ursell es muy bajo, la teoría lineal de pequeña amplitud es válida. A pesar del parámetro de Ursell ser de utilidad, no constituye una medida única en la determinación de la importancia relativa de los términos no lineales. En aguas poco profundas, por ejemplo, la amplitud relativa, H/d , se convierte en el parámetro más importante.

Existen otras formulaciones clásicas que necesitan menos términos para obtener la precisión deseada, pero se escapan de los objetivos de este trabajo.

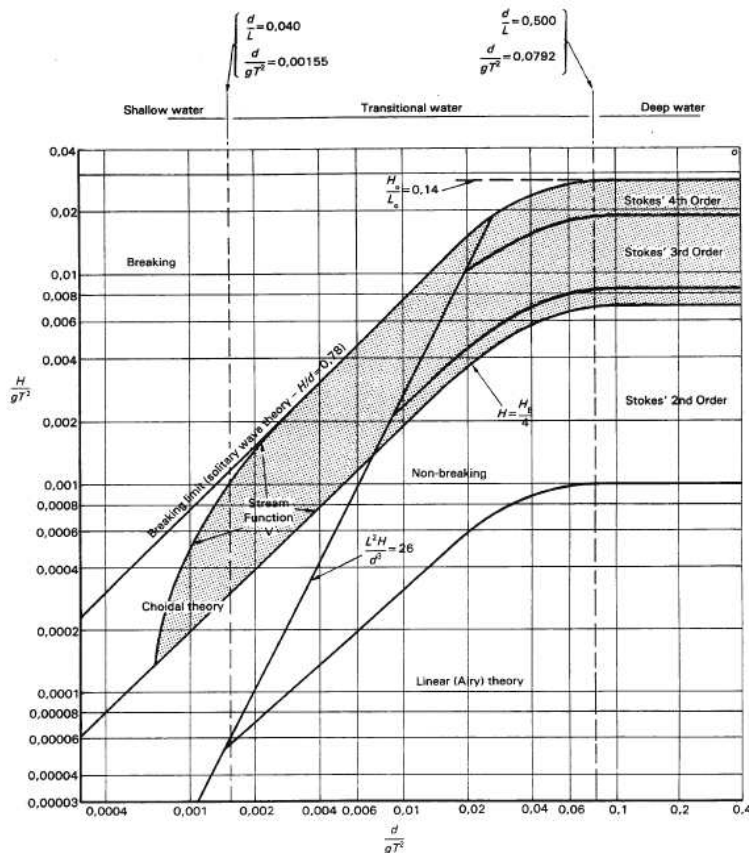
3.2.6 Dominios de validez de las teorías de olas

El problema que muchas veces se presenta es cual es la mejor teoría para una dada situación. El gráfico propuesto por Le Mehaute (1976) es bastante práctico y cubre toda la gama de olas de forma permanentemente posibles, a pesar de que es basado en consideraciones subjetivas. El gráfico de Le Mehaute es bastante útil en los cálculos preliminares dado que apunta inmediatamente para la aplicabilidad de determinada teoría (Sarpkaya & Isaacson, 1981).

En la figura 3.6 se presenta un gráfico que resulta de la sobre posición del gráfico de Le Mehaute con el de Dean (1974) y es actualmente uno de los más aceptados para la verificación de la validez de determinada teoría de olas. Puede fácilmente realizarse una comparación con la figura 3.5, teniendo en cuenta que se encuentran en sistemas de unidades diferentes.



- Figura 3.5 -
Límites de validad según Le Mehaute.



- Figura 3.6 -
Límite de validad de las teorías de olas de Le Mehaute sobrepuesta a la propuesta por Dean



3.2.7 Fuerzas en las estructuras debidas a las olas

Una de las formas utilizadas para estimar las fuerzas máximas de olas sobre las estructuras es hacer los cálculos basados en una única ola de diseño. Para una teoría de ola en particular, con una altura y período de ola seleccionados de acuerdo con la localización de la estructura, se determina el campo de presiones y la componente horizontal de la velocidad y aceleración de la partícula. Con estas informaciones de movimiento, se determina la distribución de los dos parámetros que gobiernan el movimiento, R_e (número de Reynolds) y KC (número de Keulegan-Carpenter) para las varias componentes estructurales; el régimen de escurrimiento es determinado; los coeficientes de arrastre, inercia y difracción son convenientemente escogidos (Sarpkaya & Isaacson, 1981; Gaythwaite, 1981).

En 1950 Morison y algunos colegas, a través de observaciones experimentales en laboratorio formularon la conocida ecuación de Morison:

$$f = C_M \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \dot{u} + \frac{1}{2} C_D \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot D \cdot u \cdot |u| \quad (3.30)$$

En el caso en que la ola pasa alrededor de un obstáculo, el desvío local del flujo de agua produce efectos muy semejantes a los del viento; es decir, el flujo se separa del obstáculo creando áreas de arrastre y de succión dando lugar a una fuerza de arrastre global que es función del área expuesta, de la densidad del fluido y del cuadrado de la velocidad, así como de un coeficiente que depende, a su vez, de la forma del objeto (Barros, 1999-b).

La fuerza de arrastre por unidad de altura de objeto (perpendicular a la dirección de la ola) es definida como:

$$f_D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot D \cdot u \cdot |u| \quad (3.30a)$$

donde,

C_D = coeficiente de arrastre.

γ = peso volumétrico del agua.

g = aceleración de la gravedad.

D = diámetro del tubo o eje de la sección expuesta al flujo

u = velocidad horizontal para la cual tendería la partícula de fluido en el punto en estudio si no existiese el obstáculo.



La continua aceleración y desaceleración de las partículas de agua induce también sobre el obstáculo a una fuerza de inercia que depende de la aceleración del agua en el punto en estudio, de la densidad del agua y del volumen de agua desplazado por el objeto; la fuerza de inercia por unidad de altura del objeto es dada por:

$$f_M = C_M \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} \quad (3.30b)$$

donde,

C_M = coeficiente de masa o inercia, que depende de la forma del objeto.

\dot{u} = aceleración del agua en el punto.

La fuerza de inercia es en realidad compuesta por dos términos, la fuerza de masa hidrodinámica y la fuerza de Fraude-Krylov (Wilson, 1984).

$$f_M = \underbrace{C_m \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}}_{\text{Fuerza de masa hidrodinámica}} + \underbrace{\frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}}_{\text{Fuerza de Fraude-Krylov}} = \underbrace{(C_m + 1)}_{C_M} \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} \quad (3.31)$$

La suma de los efectos (arrastre e inercia) proporciona la presión total de la ola en un punto sobre el objeto. La fuerza sobre el objeto será la integral de las presiones a lo largo de su longitud.

La ecuación de Morison es empírica, pero recurriendo a la ley de conservación del momento lineal de fluidos y haciendo suposiciones se puede llegar a una expresión que se aproxima a la ecuación (3.30).

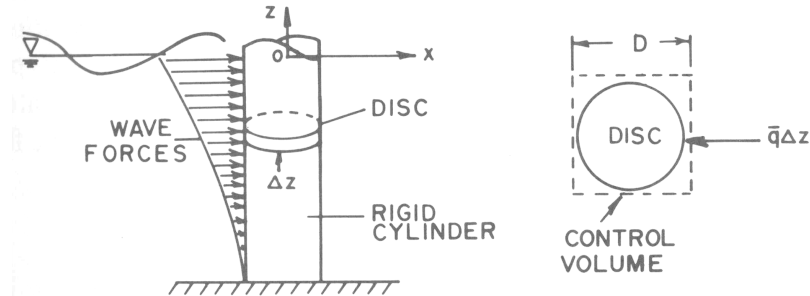
3.2.7.1 Conservación del momento lineal de un fluido

La conservación del momento lineal de un fluido es basada en la segunda ley de Newton, aplicada a un fluido de volumen V , en cualquier instante. En este caso el volumen es seleccionado como el espacio delimitado por un paralelepípedo que rodea una parcela elemental de un cilindro. Así, $V = D^2 \cdot \Delta z$, donde D es el diámetro del disco y Δz es la altura elemental. Considerando ρ la densidad del agua y u la velocidad horizontal según la dirección x ; el esfuerzo en la dirección perpendicular al cilindro es:

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u \, dV + \int_{A_0} \rho u \cdot u \, dA_0 \quad (3.32)$$



Definiendo \bar{q} como la fuerza de reacción por unidad de longitud del cilindro, se tiene que $\sum F_x = -\bar{q} \cdot \Delta z$. Cabe destacar que el signo negativo representa que la fuerza es de reacción (Sarpkaya & Isaacson, 1981).



– Figura 3.7 –
Esquema de aplicación de las fuerzas.

Por aproximación se tiene que la primera integral es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u dV \cong -\rho D^2 \Delta z \dot{u} \quad (3.33)$$

El signo negativo es utilizado en este caso dado que el fluido acelera negativamente dentro del volumen que rodea al disco. La segunda integral representa el flujo de momento en x, o la diferencia entre el momento exterior y el momento interior a través del área $A_0 = D \cdot \Delta z$. Así:

$$\int \rho u \cdot u dA_0 = \int_{ext} \rho u \cdot u dA_0 - \int_{int} \rho u \cdot u dA_0 = 0 - \rho u \cdot |u| \cdot D \cdot \Delta z \quad (3.34)$$

donde, $|u|$ es el valor absoluto de la velocidad

Sustituyendo las ecuaciones (3.33) y (3.34) en la ecuación (3.32) se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} -\bar{q} \cdot \Delta z &\cong -\rho \cdot D^2 \cdot \Delta z \cdot \dot{u} - \rho \cdot D \cdot u \cdot |u| \cdot \Delta z \\ &\Leftrightarrow \\ \bar{q} &\cong \rho \cdot D^2 \cdot \dot{u} + \rho \cdot D \cdot u \cdot |u| \end{aligned} \quad (3.35)$$

De esta forma se obtiene una fórmula idéntica a la ecuación empírica de Morison.



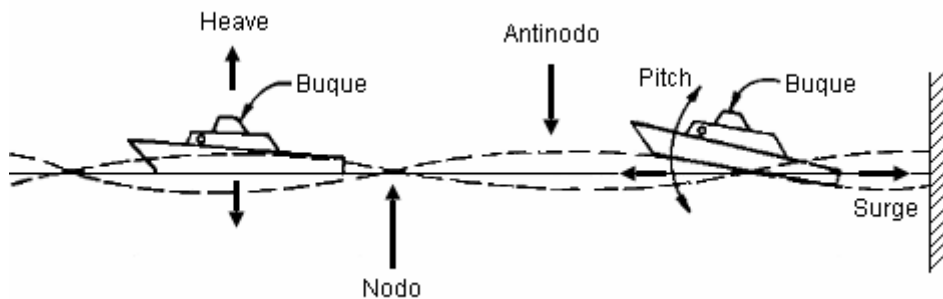
Es importante recordar que la fuerza total depende de dos factores, el de arrastre y el de inercia, y ambos no toman su máximo para la misma posición de ola; en la cresta la fuerza de arrastre es máxima y la de inercia es nula. Se debe, por lo tanto, investigar diversas posiciones de la ola, calcular en cada una la integral de presiones sobre la altura del objeto y determinar la posición en que la fuerza total es máxima. Este tipo de cálculos resulta lento y difícil, requiriendo así el uso de computadores y software específicos.

3.3 SEICHE

3.3.1 Respuesta del puerto

Seiche es definida como la oscilación de onda estacionaria de un cuerpo en el agua, en un lugar cerrado, que continúa después que la fuerza que originó el movimiento ha cesado, la cual pudo haber sido sísmica o atmosférica. Seiche es un fenómeno asociado a las ondas del océano que tienen períodos en exceso comparados con la situación normal del mar. Tales ondas, conocidas comúnmente como "ondas largas," tienen períodos a partir de 20 segundos a varias horas. El efecto Seiche ocurre dentro de un puerto o de una bahía durante ciertos períodos críticos de la onda en que el período de la ola incidente es igual al período de resonancia del puerto o bahía. El resultado es un sistema de onda estacionaria que abarca las alturas de onda reforzadas mayores que las de la onda incidente (Naval Facilities Engineering Command, NFEC, 1981).

La superficie del agua exhibe una serie de nodos y de antinodos con respecto a la columna del agua. Los antinodos son regiones donde el movimiento vertical es máximo y las velocidades horizontales son mínimas. Donde la longitud de la onda es suficientemente mayor que la longitud del buque, el buque atracado en el antinodo experimentará una subida apacible y caerá con el período de onda estacionaria. En el nodo, el buque estará conforme a una acción de movimiento longitudinal (surge) horizontal periódica debido a las corrientes. La figura 3.8 ilustra un sistema unidimensional de onda estacionaria típico (NFEC, 1981).



– Figura 3.8 –
Sistema unidimensional de onda estacionaria.



3.3.2 Respuesta del buque

El buque conjuntamente con sus cabos de amarre se comporta como un sistema formado por una masa unida a un resorte que, cuando está excitado, pueda resonar en ciertas gamas de frecuencia crítica. Durante la acción de seiche, el movimiento horizontal del buque situado cerca de un nodo puede interferir con las operaciones del cargamento y, en casos severos, causar la rotura de los cabos de amarre (NFEC, 1981).

3.3.3 Análisis de las características de respuesta del buque

El objetivo del análisis de la respuesta es determinar la amplitud de las fuerzas de los cabos de amarre para un buque actuante por un movimiento de seiche con una amplitud dada.

El procedimiento básico es comparar la sumatoria de fuerzas en el buque con su aceleración total. Se pueden escribir seis ecuaciones para las aceleraciones a lo largo y alrededor de los tres ejes perpendiculares, los cuales definen los seis grados de libertad que posee el sistema.

El problema general consiste en solucionar los seis movimientos acoplados del buque amarrado bajo la carga del oleaje y comportamiento no lineales de los cabos y de defensas que lo sujetan. Cuando un buque está sometido a la acción de seiche, aunque la amplitud de seiche es generalmente baja, el buque experimenta un mayor movimiento en la dirección longitudinal (surge). Así en la práctica solamente los movimientos surge (longitudinal al eje) y sway (transversal al eje) son normalmente importante para los propósitos del diseño de la amarradura (NFEC, 1981).

En cualquier dirección la ecuación general de la fuerza viene dada por la forma

$$F_w + F_D + F_m + F_I = 0 \quad (3.36)$$

donde,

F_w = Fuerza de la ola (por diferencia de presión)

F_D = Fuerza de fricción.

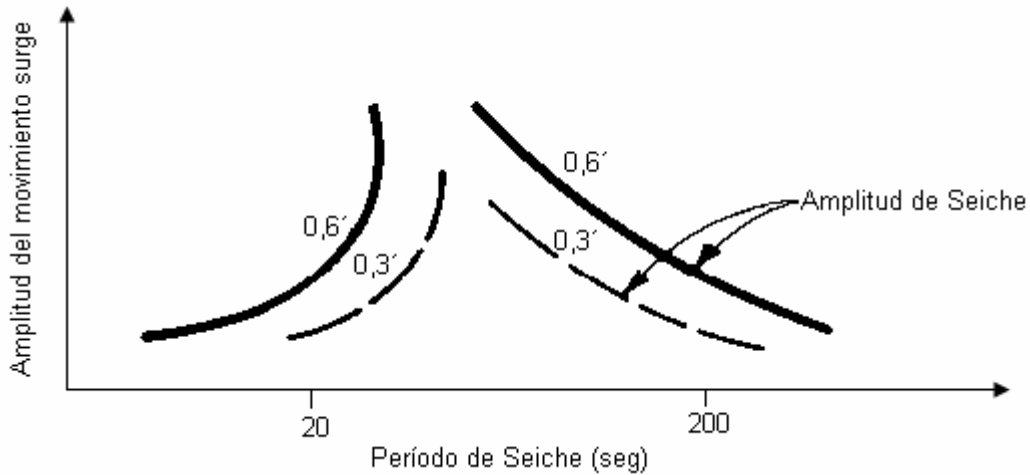
F_m = Fuerza de amarre.

F_I = Fuerza de inercia.

La solución de la ecuación (3.36) es un procedimiento complicado que implica la suposición de varias simplificaciones y el cual es posible con el uso de modelos numéricos.



Los resultados de tal análisis se pueden presentar en una figura similar a la figura 3.9; en esta figura la amplitud de movimiento de la oleada del buque se traza contra el período de seiche para una amplitud dada. Según lo demostrado en la figura, el buque puede resonar en los períodos críticos del seiche, causando movimientos grandes en oleada. Después de la determinación de la magnitud de movimiento de la oleada, se pueden cuantificar los daños posibles del sistema, buque y cabos.



– Figura 3.9 –
Amplitud del movimiento Surge de un buque sujeto a la acción seiche
(NFEC, 1981)

Una aproximación para la ecuación básica del movimiento desacoplado surge fue presentada por Barros (1997) y proviene de la segunda ley de Newton

$$m\ddot{x} = f_s + f_d + c_m m(\dot{u} - \ddot{x}) \quad (3.37)$$

donde,

\ddot{x} = Aceleración del centro de masa del buque.

m = masa del buque.

f_s = Fuerza longitudinal no lineal (rigidez longitudinal) para cabos de amarre de popa y proa.

$$f_s = c \cdot x^n$$

donde,

c = Coeficiente de rigidez no lineal.

x = Traslación en la dirección surge del centro de masa.

n = Exponente positivo.

f_d = Fuerza amortiguadora en la dirección longitudinal.

$$f_d = b \cdot (u - \dot{x})$$



donde,

b = Coeficiente del amortiguamiento por viscosidad.

$(u - \dot{x})$ = Velocidad relativa.

c_m = Coeficiente de masa añadida del casco sumergido.

$$c_m = \frac{0,26 \cdot \pi \cdot B}{L}$$

donde,

B es el ancho del buque.

L es la longitud del buque entre perpendiculares.

$(\dot{u} - \ddot{x})$ = Aceleración relativa.

Asumiendo que la oscilación de seiche es armónica, que la velocidad de amplitud es U y que la frecuencia angular es ω_s , se tiene que $u(t) = U \cdot \cos(\omega_s t)$; sustituyendo en la ecuación (3.37) se obtiene

$$a \ddot{x} + b \dot{x} + c x^n = bU \cos(\omega_s t) - c_m m \omega_s U \sin(\omega_s t) \quad (3.38)$$

donde, a es la masa virtual total (masa del buque más masa añadida), expresada como $a = (1 + c_m)m$

De acuerdo con Barros (1997) la ecuación no lineal (3.38) puede ser expresada con el operador diferencial $E[x(t)]$

$$E[x(t)] = \ddot{x} + 2 \cdot D \cdot \omega \cdot \dot{x} + \omega^2 \cdot x^n + \frac{U \cdot c_m}{1 + c_m} \cdot \omega_s \cdot \sin(\omega_s t) - 2 \cdot D \cdot \omega \cdot U \cdot \cos(\omega_s t) = 0 \quad (3.39)$$

donde,

$$D = \frac{b}{2 \cdot a \cdot \omega}$$

$\omega^2 = c/a$: Frecuencia no lineal pseudo natural.

La solución a la ecuación (3.39) es de la forma

$$x(t) = X_v \cdot \cos(\omega_s t - \varepsilon) \quad (3.40)$$



donde, X_V es la amplitud del buque provocada por el movimiento surge inducido por seiche y ε es el ángulo de fase.

Utilizando el método de Ritz-Galerkin se obtiene la siguiente expresión

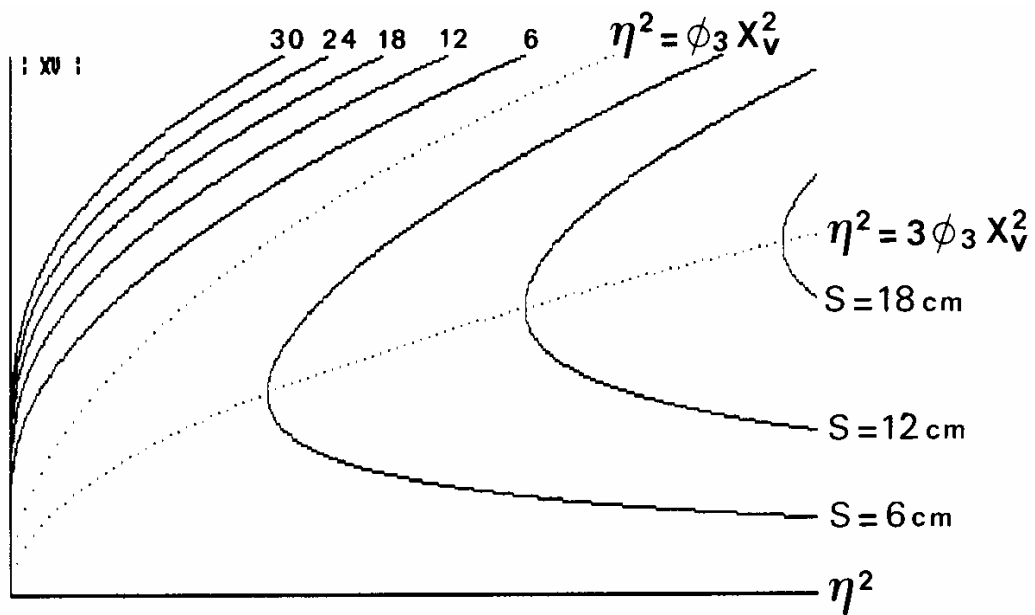
$$\left(X_V^{n-1} \phi_n - \eta^2\right)^2 + (2 \cdot D \cdot \eta)^2 = \left(\frac{U}{\omega \cdot X_V}\right)^2 \left\{ (2 \cdot D)^2 + \left(\frac{c_m}{1+c_m}\right)^2 \eta^2 \right\} \quad (3.41)$$

Para un determinado sistema de amarre, el análisis del movimiento en surge puede ser aproximado mediante la siguiente metodología seguida por Barros (1997, 2001-b):

- ▶ Seleccionar un valor de n apropiado;
- ▶ Para cada valor de la amplitud de seiche S , determinar (U/ω) a ser utilizado en la ecuación (3.41)
- ▶ Para cada valor del parámetro de la frecuencia η , determinar la amplitud del buque X_V correspondiente a la amplitud de seiche S ; permitiendo así caracterizar la curva de respuesta del movimiento longitudinal del buque.

A modo de ejemplificar la metodología expuesta, se presenta a continuación un caso real estudiado por Barros (1997); el cual consiste en la simulación de la respuesta del movimiento surge para un tanque de aceite ubicado en el puerto de Leixoes, Portugal. Observaciones realizadas indicaron que el periodo de las ondas de seiche en dicho puerto varían entre 2 a 4 minutos aproximadamente con amplitudes que no exceden los 20 cm. Se analizó el movimiento longitudinal (surge) del tanque de aceites en el intervalo de periodos de seiche entre 15 a 120 segundos; donde para una situación típica la profundidad del agua es de 13,5 m, el tanque en estudio es de 100.000 DWT y se considera amarrado por medio de 18 cabos no lineales. Se supone un valor de $n = 3$ y para el intervalo de periodos de seiche considerado el intervalo de valores de η^2 es (1,04 ; 66,55).

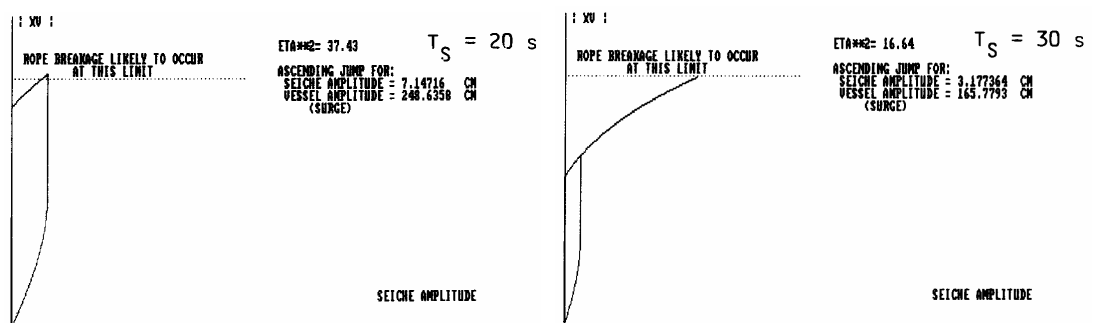
La curva de respuesta para el movimiento surge se presenta en la figura 3.10 en la cual el valor absoluto de las amplitudes $|X_V|$ es planteado como una función del parámetro de frecuencia η . El parámetro de la curva de respuesta es la amplitud de seiche S .



– Figura 3.10 –
Curva de respuesta para un tanque de aceite en situación standard (Barros, 1997)

Es sabido que para periodos pequeños del buque, corresponden altas velocidades en las partículas de la onda debido a las grandes amplitudes de seiche. Para pequeñas amplitudes de seiche, el periodo del buque es afectado por la velocidad de las partículas de onda larga, aunque la resonancia en surge ocurra, sus consecuencias son menos importantes porque las fuerzas en los cabos de amarre son pequeñas (Barros, 1997; 2001-b).

La figura 3.11 ilustra la curva de respuesta para el movimiento surge de un buque para las amplitudes de seiche correspondiente a los periodos $T = 20$ y 40 segundos. En el gráfico se incluye también el valor límite para la amplitud en surge del buque (2,40 m) en donde probablemente ocurre la ruptura de los cabos de amarre. Una característica evidenciada en los diagramas es la respuesta cíclica debido al aumento y disminución de las amplitudes de seiche, posibles para cada periodo de seiche.

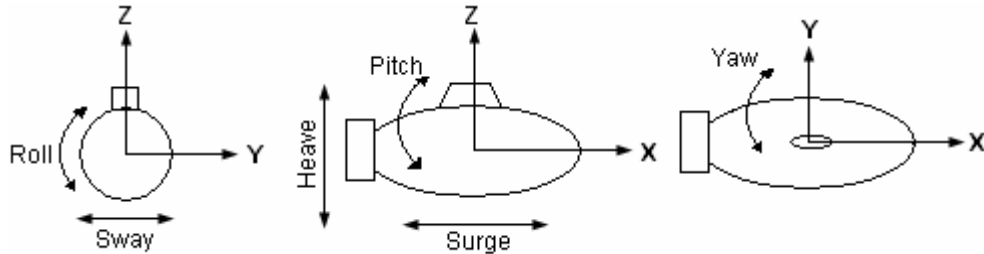


– Figura 3.11 –
Respuesta cíclica para periodos peligrosos de sieche (Barros, 1997)



3.4 MOVIMIENTOS ACOPLADOS HEAVE Y PITCH

El movimiento de un cuerpo flotante es caracterizado por seis grados de libertad, tres movimientos rectilíneos (heave, surge, sway) y tres rotaciones (pitch, roll, yaw) como se indica en la figura 3.12



– Figura 3.12 –
Seis grados de libertad de un cuerpo flotante.

Un análisis completo del movimiento del buque requiere la solución simultánea de seis ecuaciones. Dado que el buque no posee doble simetría, el plano de flotación es asimétrico transversalmente y el buque tiende a rotar surgiendo así la necesidad de estudiar de forma acoplada ambos movimientos, heave y pitch. Estos últimos son los únicos movimientos acoplados del sistema porque para los movimiento sway, surge y yaw no hay descompensación hidrostática, es decir, para estos movimientos no hay variación del centro de masa del buque.

El movimiento acoplado heave e pitch ha sido estudiado por varios autores y recientemente aplicado por Barros (1999-a, 2001) en la caracterización de la respuesta aleatoria de boyas para determinados espectros de olas.

El método de análisis utilizado en esta sección está basado en la teoría presentada por Mc. Cormick conocido como la teoría de tiras o elemento diferencial (strip theory).

La suposición básica de esta teoría es que el flujo dependiente del tiempo adyacente a la superficie flotante de las secciones verticales de un cuerpo flotante es bidimensional. Entonces se asume que las fuerzas y momentos resultantes en estas secciones o elementos diferenciales se pueden sumar a lo largo de la longitud total del cuerpo para obtener las fuerzas y momentos totales. Además, estas dos suposiciones se juntan con la hipótesis de que los movimientos de un cuerpo no alteran los movimientos de la partícula en la ola superficial, aunque los movimientos de la partícula influyen los movimientos del cuerpo.



Un cuerpo flotante, como el ilustrado en la figura 3.12, está sujeto a las siguientes fuerzas: F_1 , reacción de inercia del fluido; F_2 , fuerza de restauración hidrostática; F_3 , fuerza de amortiguamiento; y F_4 , fuerza inducida por la onda superficial. La fuerza F_4 es de hecho un caso especial de las fuerzas de inercia e hidrostáticas y actúa como la función de fuerzas del sistema.

Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento vertical del cuerpo flotante se obtiene la siguiente expresión para el movimiento heave

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (3.42)$$

Juntamente con el movimiento rectilíneo heave, las fuerzas ocasionan un movimiento angular pitch descrito por

$$I_Y \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 \quad (3.43)$$

donde,

I_Y = Momento de inercia

M_i = Momento en pitch debido a la fuerza F_i

3.4.1 Fuerza y momento inducidos por el movimiento

Puesto que el líquido adyacente al buque está acelerado, la reacción de inercia del fluido actúa como una fuerza externa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{d\xi} &= -\frac{D}{Dt} [m_w(\xi)w_b] \\ \frac{dF_1}{d\xi} &= -\frac{\partial}{\partial t} [m_w(\xi)w_b] - (-V_i + v_j + w_k) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \xi} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \right) [m_w(\dot{z} + \xi\dot{\theta} - V\theta)] \\ \frac{dF_1}{d\xi} &= -m_w(\ddot{z} + \xi\ddot{\theta} - 2V\dot{\theta}) + V \frac{dm_w}{d\xi} (\dot{z} + \xi\dot{\theta} - V\theta) \end{aligned} \quad (3.44)$$

donde,

$m_w(\xi)$ = Masa añadida por unidad de longitud para la sección transversal del cuerpo.

$$\xi \approx \dot{\xi} \approx 0$$



El desarrollo teórico de la derivada de la expresión de la masa añadida para varias secciones transversales se escapa de los objetivos de este trabajo.

El momento alrededor del centro de gravedad del cuerpo flotante resultado de la fuerza de movimiento inducido es:

$$\frac{dM_1}{d\xi} = \xi \frac{dF_1}{d\xi} \quad (3.45)$$

Integrando las ecuaciones (3.44) y (3.45), respectivamente, a través de toda la longitud del cuerpo se obtiene la fuerza y el momento totales.

$$F_1 = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dF_1}{d\xi} d\xi$$

$$F_1 = - \int_{-L/2}^{L/2} m_w d\xi \ddot{z} - \int_{-L/2}^{L/2} \xi m_w d\xi \ddot{\theta} + V \int_{-L/2}^{L/2} \left(\xi \frac{dm_w}{d\xi} + 2m_w \right) d\xi \dot{\theta} \quad (3.46)$$

por el principio de conservación de la materia,

$$\int_{-L/2}^{L/2} \frac{dm_w}{d\xi} d\xi = 0$$

Y,

$$M_1 = \int_{-L/2}^{L/2} \xi \frac{dF_1}{d\xi} d\xi$$

$$M_1 = - \int_{-L/2}^{L/2} \xi m_w d\xi \ddot{z} - \int_{-L/2}^{L/2} \xi^2 m_w d\xi \ddot{\theta} + V \int_{-L/2}^{L/2} \xi \frac{dm_w}{d\xi} d\xi \dot{z} +$$

$$+ V \int_{-L/2}^{L/2} \left(\xi^2 \frac{dm_w}{d\xi} + 2\xi m_w \right) d\xi \dot{\theta} - V^2 \int_{-L/2}^{L/2} \xi \frac{dm_w}{d\xi} d\xi \theta \quad (3.47)$$

Para ilustrar el uso de las ecuaciones (3.46) y (3.47), considere una esfera medio sumergida como se muestra en la figura 3.13. La tira (o el elemento diferencial) tiene la forma de un disco semicilíndrico, cuya expresión para masa añadida es:

$$m_w(\xi) = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \left(\frac{B'}{2} \right)^2$$



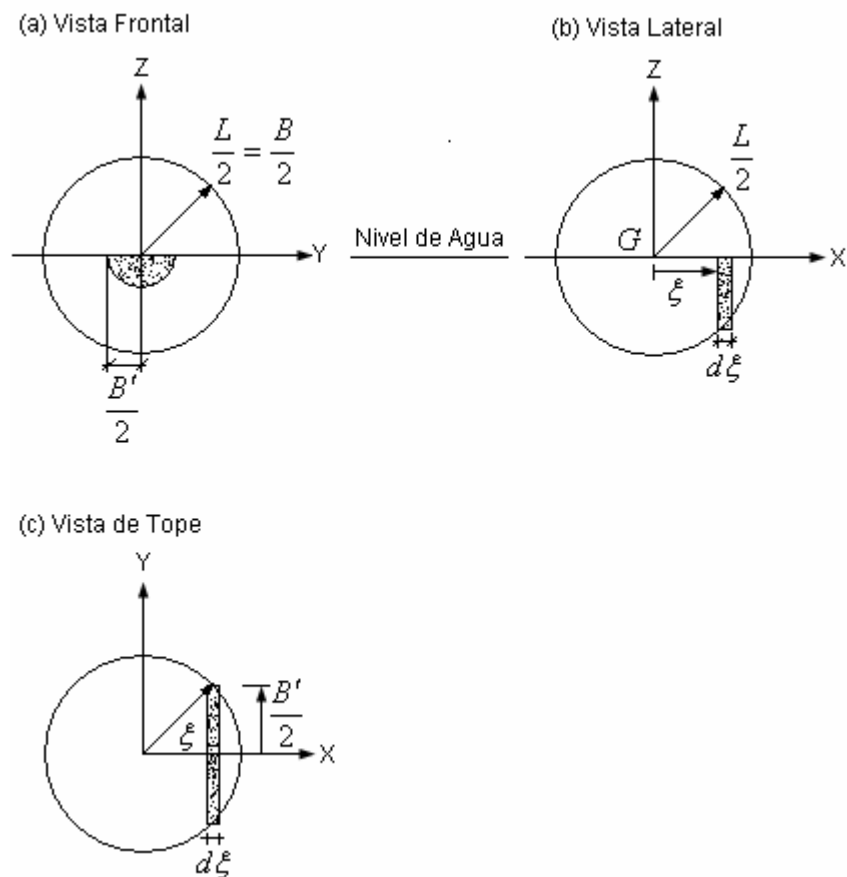
donde, según la figura 3.13(c), $B'(\xi) = 2\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \xi^2}$

Así,

$$m_w = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \xi^2 \right]$$

Y,

$$\frac{dm_w}{d\xi} = -\rho \cdot \pi \cdot \xi$$



– Figura 3.13 –
Esfera semi sumergida.

La fuerza de movimiento inducido en la esfera, aplicando la ecuación (3.46) será:

$$F_1 = -\frac{1}{12} \cdot \pi \cdot \rho \cdot L^3 \cdot \ddot{z} + \frac{1}{12} \cdot V \cdot \pi \cdot \rho \cdot L^3 \cdot \dot{\theta}$$



Aplicando la ecuación (3.47) al cuerpo esférico resulta la siguiente expresión para el momento

$$M_1 = -\frac{1}{12} \cdot \rho \cdot \pi \cdot L^3 \left[\left(\frac{L^2}{20} \right) \ddot{\theta} + V \dot{z} - V^2 \cdot \theta \right]$$

3.4.2 Fuerza y momento hidrostáticos

Cuando la tira se desplaza de su posición de equilibrio, hay un cambio en la fuerza debido al aumento o pérdida del volumen desplazado. Dado que el cambio en la dislocación es negativo, la fuerza hidrostática resultante en la tira es:

$$\frac{dF_2}{d\xi} = -\rho \cdot g \cdot B'(\xi) \zeta \quad (3.48)$$

El uso de la ecuación (3.48) requiere de la suposición que para el cuerpo no existe curvatura en el plano del agua Y – Z sobre la superficie libre; esta suposición es válida para cuerpos que presentan curvaturas moderadas al nivel del agua pero que experimentan pequeños desplazamientos.

El momento debido a la fuerza es dado por:

$$M_2 = \xi \frac{dF_2}{d\xi} \quad (3.49)$$

La fuerza y el momento hidrostáticos totales se obtienen integrando las ecuaciones (3.48) y (3.49), respectivamente, a lo largo de la longitud del cuerpo flotante en estudio. Así

$$F_2 = -\rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} B'(\xi) d\xi \zeta - \rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} \xi B'(\xi) d\xi \theta \quad (3.50)$$

$$M_2 = \int_{-L/2}^{L/2} \xi \frac{dF_2}{d\xi} d\xi$$

$$M_2 = -\rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} \xi B'(\xi) d\xi \zeta - \rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} \xi^2 B'(\xi) d\xi \theta \quad (3.51)$$



Aplicando las ecuaciones (3.50) y (3.51) al ejemplo de la esfera semi sumergida mostrado en la figura 3.13 se obtienen las siguientes expresiones:

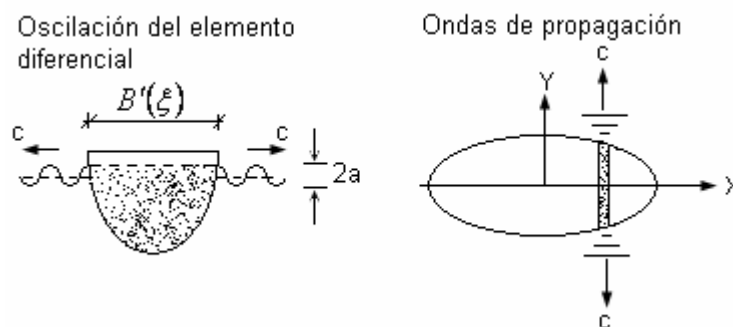
$$F_2 = -\frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot L^2 \cdot z}{4}$$

$$M_2 = -\frac{1}{64} \pi \cdot \rho \cdot g \cdot L^4 \cdot \theta$$

3.4.3 Amortiguamiento

El amortiguamiento del movimiento de un cuerpo flotante es debido a la viscosidad y energía perdida en la creación de la onda. Dado que la viscosidad por amortiguamiento es considerada de segunda orden para movimientos leves, en este apartado se desarrollará únicamente la pérdida de energía.

Considerando que el elemento diferencial oscila en el plano vertical, como se muestra en la figura 3.14; las olas superficiales irradiadas se forman en ambos lados de dicho elemento debido a una inclinación en los lados de la línea de agua, la adherencia del agua al casco, o un cambio en el desplazamiento del cuerpo. La suposición básica de esta teoría es que no hay curvatura de la superficie del cuerpo en la superficie libre. Además, se asume que el fluido es no viscoso y no tiene tensión superficial; por lo tanto las ondas de amortecimiento son producidas debido al cambio de volumen causado por el desplazamiento de subida y descenso del cuerpo.



– Figura 3.14 –
Onda de amortiguamiento.

La energía transmitida a la onda (por ciclo) es representada por el flujo de energía de la onda expresada por:

$$\dot{E} d\xi = \frac{\rho \cdot g \cdot a_d^2 \cdot c_g}{2} d\xi \quad (3.52)$$



donde, c_g es la velocidad de grupo de olas. En este caso asumiendo aguas profundas, se

$$\text{tiene que } c_g = \frac{c}{2} = \frac{\omega_n}{2 \cdot k} \quad \text{en que, } k \rightarrow \frac{\omega_n^2}{g}$$

donde ω_n es la frecuencia del cuerpo la cual es igual a la frecuencia de la ola cuando el cuerpo es excitado por ondas superficiales. La energía transmitida en aguas profundas es entonces

$$\dot{E} d\xi = \frac{\rho \cdot g^2 \cdot a_d^2}{4 \cdot \omega_n} d\xi \quad (3.53)$$

La energía perdida es igual al producto de la fuerza de amortiguamiento y la velocidad vertical del cuerpo; es decir, si $A_b(\xi)$ es la amplitud del movimiento del cuerpo en la posición ξ , entonces para un período de onda, la energía perdida por el cuerpo será:

$$dF_d \bar{w}_b = dF_d \left(\frac{4 \cdot A_b}{T} \right) = dF_d \left(\frac{2 \cdot A_b \cdot \omega_n}{\pi} \right) \quad (3.54)$$

donde,

T = Período del cuerpo y de la ola.

\bar{w}_b = Velocidad promedio.

Las amplitudes de la ola y del cuerpo no son necesariamente iguales.

Dado que la energía perdida por el cuerpo debe ser igual a la energía ganada por el agua, las expresiones (3.53) y (3.54) pueden ser utilizadas para expresar la igualdad

$$dF_d \bar{w}_b = 2 \cdot \dot{E} d\xi \quad (3.55)$$

donde el factor 2 es debido a los dos conjuntos de olas generadas (incidente y transmitida).

Por la combinación de las ecuaciones (3.52), (3.53) y (3.54) y simplificando el resultado, se obtiene la expresión para la fuerza de amortiguamiento por unidad de longitud.

$$\frac{dF_d}{d\xi} = \frac{2 \cdot \dot{E}}{\bar{w}_b} = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A_b (a_b/A_b)^2}{4 \cdot \omega_n^2} \quad (3.56)$$



Dado que la fuerza es dependiente de la velocidad vertical se divide la ecuación (3.56) por la velocidad promedio $\bar{w}_b = 4A/T$ para obtener la ecuación de la fuerza de amortiguamiento por unidad de velocidad vertical, para el elemento diferencial.

$$\frac{dF_d}{d\xi} \frac{1}{\bar{w}_b} = \frac{dN}{d\xi} = \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2 (a_d/A_b)^2}{8 \cdot \omega_n^3} \quad (3.57)$$

donde, $N(\xi)$ es la fuerza de amortiguamiento por unidad de velocidad vertical.

La fuerza de amortiguamiento para el elemento diferencial es:

$$\frac{dF_3}{d\xi} = -\frac{dN}{d\xi} w_b \quad (3.58)$$

El momento alrededor del centro de gravedad debido a la fuerza de amortiguamiento es

$$\frac{dM_3}{d\xi} = \xi \frac{dF_3}{d\xi} = -\xi \frac{dN}{d\xi} w_b \quad (3.59)$$

La fuerza y el momento de amortiguamiento totales en el cuerpo se obtienen integrando las ecuaciones (3.58) y (3.59) a lo largo de la longitud L.

$$F_3 = - \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{dN}{d\xi} \right) w_b d\xi$$

$$F_3 = - \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \bar{A}^2(\xi) \cdot w_b d\xi \quad (3.60)$$

$$M_3 = - \int_{-L/2}^{L/2} \xi \left(\frac{dN}{d\xi} \right) \cdot w_b d\xi$$

$$M_3 = - \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot \bar{A}^2(\xi) \cdot w_b d\xi \quad (3.61)$$

donde,

$\bar{A}(\xi) = \frac{a_d}{A_b}$: Razón entre la amplitud de la onda y la amplitud de movimiento del elemento

diferencial.



Cabe destacar que el análisis presentado para la fuerza de amortiguamiento es bi-dimensional, por lo que las ondas generadas por cada tira viajan solamente en la dirección Y, como se ilustra en la figura 3.14. Obviamente esto es una simplificación dado que se pueden observar ondas en todas las direcciones cuando un agua calma es perturbada. Para el propósito de este análisis se considera $\bar{A}(\xi)$ constante.

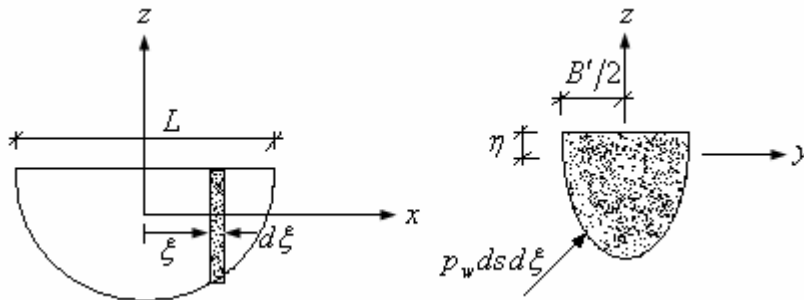
Ahora, si se asume que \bar{A} es independiente de la posición, la fuerza y el momento de amortiguamiento totales para cualquier cuerpo flotante son

$$F_3 = -\frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \bar{A}^2 \cdot L(\dot{z} - V\theta) \quad (3.62)$$

$$M_3 = -\frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{96 \cdot \omega_n^3} \bar{A}^2 \cdot L^3 \dot{\theta} \quad (3.63)$$

3.4.4 Fuerza y momento inducidos por la onda

Las fuerzas actuantes en un cuerpo flotante que son inducidas por las olas son de naturaleza inercial e hidrostática, sin embargo, difieren de las descritas en los apartados 3.4.1 y 3.4.2 porque en sus expresiones está explícita de dependencia del tiempo (son independientes del movimiento del cuerpo)



– Figura 3.15 –
Cuerpo flotante.

Para el caso de la figura 3.15, la fuerza de presión en el área de la tira es

$$p_w ds d\xi = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} ds d\xi \quad (3.64)$$



donde s es la coordenada curvilínea a lo largo del perímetro mojado del elemento diferencial. Entonces se tiene que:

$$ds = dy \sin(\alpha) + dz \cos(\alpha) \quad (3.65)$$

De la figura 3.15. la componente vertical de la fuerza de presión es:

$$p_w ds \sin(\alpha) = p_w (dy) d\xi \quad (3.66)$$

donde $dy/dz = \tan(\alpha)$. Así la componente vertical de la fuerza de presión hidrostática inducida por la onda actuante en la tira es:

$$\begin{aligned} \frac{dF_{4a}}{d\xi} &= \int_{-B'/2}^{B'/2} p_w dy \\ \frac{dF_{4a}}{d\xi} &= \rho \cdot a_w \cdot g \cdot \cos(k\xi - \omega t) \int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy \end{aligned} \quad (3.67a)$$

donde la integral es a través del perímetro mojado.

La segunda fuerza inducida por la ola es el cambio hidrostático debido al paso de la ola, siendo expresada por la forma

$$\begin{aligned} \frac{dF_{4b}}{d\xi} &= \rho \cdot g \cdot B' \cdot \eta \\ \frac{dF_{4b}}{d\xi} &= \rho \cdot g \cdot B' \cdot a \cdot \cos(k\xi - \omega t) \end{aligned} \quad (3.67b)$$

donde, el ancho del elemento diferencial es función de la posición.

La fuerza total inducida por la ola en el elemento diferencial es obtenida por la suma de las ecuaciones (3.67a) y (3.67b):

$$\begin{aligned} \frac{dF_4}{d\xi} &= \frac{d}{d\xi} (F_{4a} + F_{4b}) \\ \frac{dF_4}{d\xi} &= \rho \cdot g \cdot a_w \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} + B' \right) [\cos(k\xi) \cdot \cos(\omega t) + \sin(k\xi) \cdot \sin(\omega t)] \end{aligned} \quad (3.68)$$



El momento alrededor del centro de gravedad debido a la fuerza F_4 es:

$$\frac{dM_4}{d\xi} = \xi \frac{dF_4}{d\xi} \quad (3.69)$$

La fuerza y el momento totales inducidos por la ola son obtenidos mediante la integración de las ecuaciones (3.68) y (3.69), respectivamente, a través de la longitud del casco mojado.

$$F_4 = \rho \cdot g \cdot a_w \int_{-L/2}^{L/2} \left[\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B'(\xi) \right] \cdot [\cos(k\xi) \cdot \cos(\omega t) + \sin(k\xi) \cdot \sin(\omega t)] d\xi \quad (3.70)$$

$$M_4 = \rho \cdot g \cdot a_w \int_{-L/2}^{L/2} \xi \left[\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dz + B'(\xi) \right] \cdot [\cos(k\xi) \cdot \cos(\omega t) + \sin(k\xi) \cdot \sin(\omega t)] d\xi \quad (3.71)$$

Como ejemplo de aplicación se utiliza nuevamente la esfera ilustrada en la figura 3.13. La expresión para el perímetro de la sección semi circular es:

$$z = -\left(\frac{B'}{2}\right) \sin(\alpha) = y \cdot \tan(\alpha)$$

$$\text{donde, } B' = 2\sqrt{(L/2)^2 - \xi^2}$$

3.4.5 Ecuaciones de movimiento Heave y Pitch

Sustituyendo en las ecuaciones (3.70) y (3.71), resolviendo las integrales y asumiendo que la longitud de la ola es mucho más larga que el ancho máximo del cuerpo, se obtiene

$$F_4 = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot a_w \cdot L^2}{2} \left(1 - \frac{k \cdot L}{6}\right) \cos(\omega t)$$

$$M_4 = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot a_w \cdot k \cdot L^4}{32} \sin(\omega t)$$

En los apartados anteriores se describieron las ecuaciones de fuerza y momento de un cuerpo flotante. Con estos resultados se pasa a formular las ecuaciones de movimiento del cuerpo.



Las ecuaciones (3.46), (3.50), (3.60) y (3.70) son combinadas con la ecuación (3.42) para obtener la ecuación del movimiento heave

$$m\ddot{z} + a\dot{z} + b\dot{z} + cz + d\ddot{\theta} + e\dot{\theta} + h\theta = F_A \cdot \cos(\omega t) + F_B \cdot \sin(\omega t) = F_0 \cdot \cos(\omega t + \gamma) \quad (3.72)$$

donde los coeficientes hidrodinámicos, para grandes profundidades, son:

$$\begin{aligned} a &= \int_{-L/2}^{L/2} m_w d\xi \\ b &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dN}{d\xi} d\xi = \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \bar{A}^2 d\xi \\ c &= \rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} B' d\xi \\ d &= \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot m_w d\xi \\ e &= -V \int_{-L/2}^{L/2} \left(\xi \frac{dm_w}{d\xi} + 2 \cdot m_w \right) d\xi + \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot \bar{A}^2 d\xi \\ h &= \rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot B' d\xi - \frac{V \cdot \pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \bar{A}^2 d\xi \\ F_A &= \rho \cdot g \cdot a_w \int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) \cos(k\xi) d\xi \\ F_B &= \rho \cdot g \cdot a_w \int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) \sin(k\xi) d\xi \\ F_0 &= \sqrt{F_A^2 + F_B^2} \\ \gamma &= \tan^{-1} \left(\frac{-F_B}{F_A} \right) \end{aligned}$$

Las ecuaciones (3.47), (3.51), (3.61) y (3.71) son combinadas con la ecuación (3.43) para obtener la ecuación del movimiento pitch

$$I_y \ddot{\theta} + A\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + C\theta + D\ddot{z} + E\dot{z} + Hz = M_A \cos(\omega t) + M_B \sin(\omega t) = M_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (3.73)$$



donde los coeficientes, para grandes profundidades, son:

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{-L/2}^{L/2} \xi^2 \cdot m_w d\xi \\
 B &= -V \int_{-L/2}^{L/2} \xi \left(\xi \frac{dm_w}{d\xi} + 2 \cdot m_w \right) d\xi + \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \xi^2 \cdot \bar{A}^2 d\xi \\
 C &= V^2 \int_{-L/2}^{L/2} \xi \frac{dm_w}{d\xi} d\xi + \rho \cdot g^4 \int_{-L/2}^{L/2} \xi^2 \cdot B' d\xi - \frac{V \cdot \pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot \bar{A}^2 d\xi \\
 D &= d \\
 E &= -V \int_{-L/2}^{L/2} \xi \frac{dm_w}{d\xi} d\xi + \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2}{8 \cdot \omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot \bar{A}^2 d\xi \\
 H &= \rho \cdot g \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot B' d\xi \\
 M_A &= \rho \cdot g \cdot a_w \int_{-L/2}^{L/2} \xi \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) \cos(k\xi) d\xi
 \end{aligned}$$

Utilizando los resultados obtenidos en las secciones anteriores y asumiendo \bar{A} constante, podemos escribir las ecuaciones de movimiento heave y pitch para la esfera del ejemplo representada en la figura 3.13.

Movimiento heave:

$$\begin{aligned}
 \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot a_w \cdot L^2}{2} \left(1 - \frac{k \cdot L}{6} \right) \cos(\omega t) &= \left(m + \frac{\pi \cdot \rho \cdot L^3}{12} \right) \ddot{z} + \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2 \cdot \bar{A}^2 \cdot L}{8 \cdot \omega_n^3} \dot{z} + \\
 + \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot L^2}{4} z - \frac{V \cdot \pi \cdot \rho \cdot L^3}{12} \dot{\theta} - \frac{V \cdot \pi^2 \cdot \rho \cdot g^2 \cdot \bar{A}^2 \cdot L}{8 \cdot \omega_n^3} \theta
 \end{aligned}$$

Movimiento pitch:

$$\begin{aligned}
 \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot a_w \cdot k \cdot L^4}{32} \left(1 - \frac{2}{15} k \cdot L \right) \sin(\omega t) &= \left(I_y + \frac{\pi \cdot \rho \cdot L^5}{240} \right) \ddot{\theta} + \frac{\pi^2 \cdot \rho \cdot g^2 \cdot \bar{A}^2 \cdot L^3}{96 \cdot \omega_n^3} \dot{\theta} + \\
 + \left(\frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot L^4}{64} - \frac{V^2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot L^3}{12} \right) \theta + \frac{V \cdot \pi \cdot \rho \cdot L^3}{12} \dot{z}
 \end{aligned}$$

Así, para la esfera semi sumergida, $d = D = H = 0$. La razón por la cual estos coeficientes son cero es porque el cuerpo, en este caso la esfera, posee simetría respecto al plano $y - z$.



Del análisis de los coeficientes se pueden generalizar los siguientes casos:

CASO 1

Para cuerpos con simetría en el plano $y - z$ se obtienen los siguientes resultados

$$\int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot m_w d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot B' d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} \xi^2 \frac{dm_w}{d\xi} d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot \bar{A}^2 d\xi = 0$$

CASO 2

Si la razón $\bar{A} = a_d / A_b$ entre la amplitud de la ola amortiguadora y la amplitud de movimiento vertical es constante, entonces

$$\int_{-L/2}^{L/2} \xi \cdot \bar{A}^2 d\xi = \bar{A}^2 \int_{-L/2}^{L/2} \xi d\xi = 0$$

CASO 3

Cuando el cuerpo es simétrico y no existe corriente o no hay movimiento adelante del cuerpo, entonces $e = E = 0$

CASO 4

Cuando el cuerpo está completamente sumergido, $c = H = 0$ y también cualquier término que tenga B' en la integral es cero excepto en los límites de las integrales para $F_A ; F_B ; M_A ; M_B$

CASO 5

Para cuerpos simétricos con \bar{A} constante y $V = 0$ los movimientos heave y pitch son independientes desde que $d = e = h = D = E = H = 0$. En este caso las ecuaciones de movimiento son desacopladas.

3.5 ANÁLISIS DINÁMICO VS ANÁLISIS ESTÁTICO

Las cargas en los elementos de amarre pueden ser evaluadas mediante métodos de análisis estático o dinámico. El análisis estático es apropiado cuando el sistema (buque y sus elementos de amarre) no experimentará movimientos dinámicos significativos para las acciones consideradas en el diseño. Por otro lado, el análisis dinámico es necesario cuando se prevé que el sistema estará sujeto a grandes movimientos. Desafortunadamente, es difícil determinar, a priori, si el sistema experimentará cargas dinámicas importantes; por lo



que esta determinación debe ser hecha para cada problema en particular, considerando las condiciones ambientales del lugar, el tipo de buque y el arreglo de amarre (Tsinker, 1995).

Generalmente, los sistemas experimentan cargas dinámicas significativas cuando están localizados en mar abierto, dado que están expuestos al ataque de olas oceánicas. Dentro del puerto, el sistema (buque y sus elementos de amarre) puede o no experimentar movimientos dinámicos significativos, dependiendo del tamaño relativo de las olas respecto al buque y amarres (Tsinker, 1995).

En la tabla 3.4 se resume los casos más comunes de problemas dinámicos y estáticos de modo a asistir al ingeniero proyectista en identificar cuando será necesario un análisis dinámico; recordando que esta tabla es simplemente una guía.

Análisis Estático	Análisis Dinámico
Sistema de amarre con múltiples cabos, expuesto a fuerzas de viento y corriente moderadas.	Sistemas de amarre con un cabo, expuestos a fuertes fuerzas de viento y corriente.
Sistemas de amarre con un cabo, expuesto a fuerzas de viento y corriente moderadas.	Sistemas de amarre expuestos a olas oceánicas (mar abierto)
Muelles flotantes expuestos a fuerzas de viento y corriente.	Sistemas de amarre expuestos al impacto de grandes objetos.
	Muelles o astilleros flotantes sujetos a olas moderadas.

– Tabla 3.4 –

Casos de problemas comunes, estáticos y dinámicos (Tsinker, 1995).

Como se encuentra estipulado en las hipótesis, en el presente trabajo se asume que el buque se encontrará amarrado en un puerto resguardado y siendo además un estudio del buque ya amarrado y no del proceso de atraque y amarre, se concluye que el desarrollo y análisis efectuado será estático.

Sin embargo, el presente capítulo es de importancia en el sentido que enriquece la tesis con miras a posterior utilización en desarrollos futuros.



SISTEMAS DE DEFENSAS

Cuando un buque llega a un muelle, es prácticamente imposible evitar el choque entre ambos; surge entonces la necesidad de un sistema de defensas, el cual tiene como función principal prevenir el contacto directo del buque con el muelle para evitar daños en ambos durante el proceso de atraque y amarre, y absorber la energía de impacto (Tsinker, 1986).

Sin embargo, las defensas no son solamente para proteger al sistema del impacto, también sirven como protección tanto para el buque como para el muelle mientras el buque está amarrado a este.

4.1 TIPOS

Diversos tipos de defensas se utilizan para disipar la energía de impacto cuando un buque atraca a un muelle. Los sistemas de defensa para proteger muelles son, entre otros:

- ▶ Defensas de madera.
- ▶ Sistemas de pilares.
- ▶ Defensas de goma.
- ▶ Sistemas hidráulicos e hidroneumáticos.
- ▶ Resortes.

4.1.1 Defensas de madera

Las defensas de madera son el sistema de defensas más simple que existe; consisten en troncos de madera con fibra de alta dureza y resistencia al impacto. La energía de absorción se traduce en el aplaste de las fibras y la flexión del grupo de troncos. La pérdida de fuerza puede ser causada por una mala construcción provocando que la madera se astille o por consideraciones de altas energías (Tsinker, 1986).

Este sistema es frecuentemente combinado con otro tipo de sistema para proveer mayor área de contacto incrementando así la eficiencia del sistema. Deben ser utilizadas superficies de goma para proteger al buque de posibles daños ocasionados por el muelle durante el proceso de atraque o de posibles daños ocasionados por el movimiento relativo con otros barcos mientras se encuentran amarrados (Tsinker, 1986).

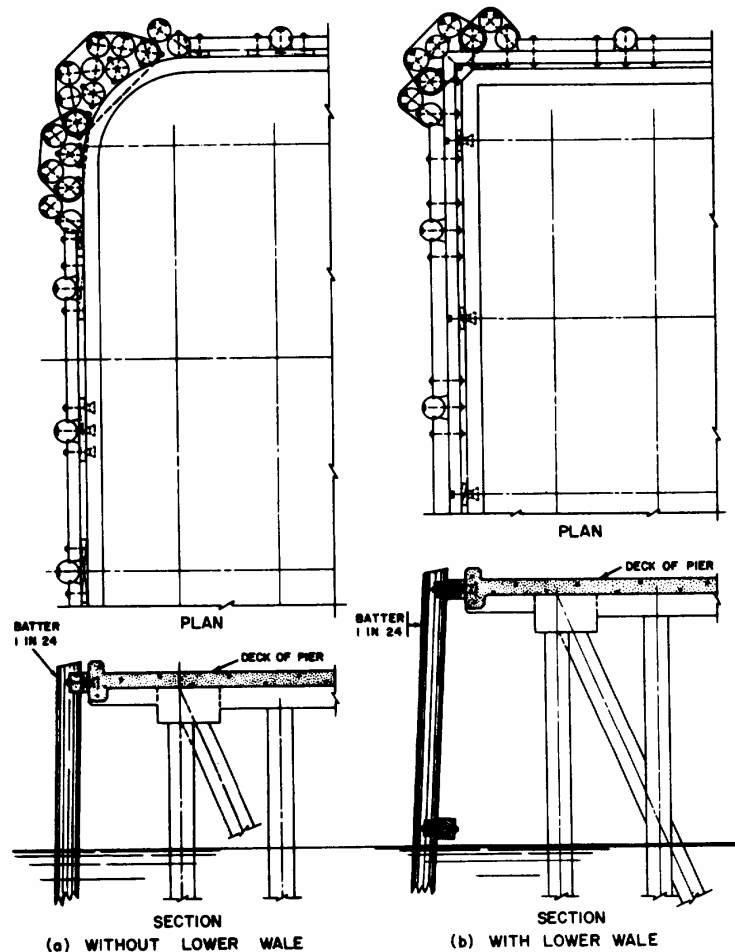


4.1.2 Sistema de pilares

4.1.2.1 Pilares de madera

Este sistema emplea pilares de madera dirigidos a lo largo del muelle; el tope de los pilares puede estar sin apoyo lateral o apoyado en varios niveles de fijación por medio de apoyos y de cuñas. El uso de uno o varios apoyos depende de la longitud del pilar y de la variación de la marea (Derucher & Heins, 1979).

La energía de impacto es absorbida por deflexión y limitada por la compresión de los pilares. Los pilares de madera tienen un costo inicial reducido ya que se encuentran en abundancia, pero son susceptibles a daños mecánicos y deterioración biológica, estos efectos reducen su capacidad de absorción de energía y traen como consecuencia un alto costo de mantenimiento o de reemplazo. Este sistema es empleado para el atraque de barcos pequeños.

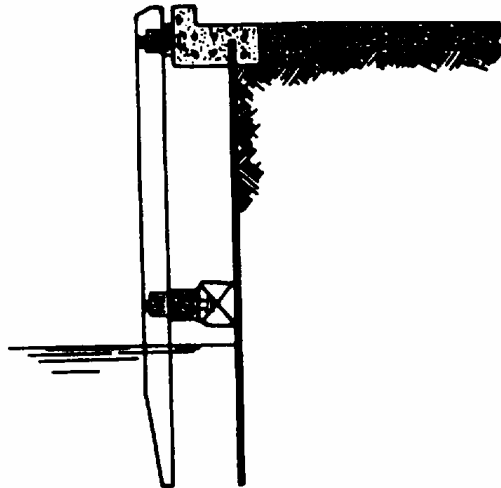


– Figura 4.1 –
Sistema de pilares de madera.



4.1.2.2 Madera colgada

Este sistema consiste en miembros de madera sujetos rígidamente a la cara del muelle; formando un marco de contacto que distribuye las cargas de impacto. Este tipo de sistemas presenta la ventaja de tener un costo inicial muy bajo y menos peligro del biodeterioro. Por otro lado, las desventajas son su baja capacidad de absorción de energía y poca adaptación para las localizaciones con marea significativa y efectos de corrientes.



– Figura 4.2 –
Sistema de defensa de Madera Colgante.

4.1.2.3 Pilares de acero

Los pilares de acero son ocasionalmente utilizados cuando la profundidad del agua es superior a 12 metros o cuando las solicitaciones debido a las fuerzas son elevadas. Estos sistemas tienen como ventaja una mayor resistencia ante grandes fuerzas y cuando las condiciones del suelo son adversas, este tipo de pilares suele presentarse como solución. Las desventajas son, vulnerabilidad a la corrosión y alto costo.

4.1.2.4 Pilares de concreto

Los pilares de concreto reforzado no son una práctica común debido a su limitada capacidad para resistir las fuerzas de tracción; sin embargo, se han utilizado pilares de concreto pretensado con refuerzos intermedios de goma en el nivel superior. La ventaja es que estos pilares resisten la deterioración natural y biológica. Las desventajas son su baja resistencia a tracción y la corrosión limitada del acero de refuerzo a través de las grietas.

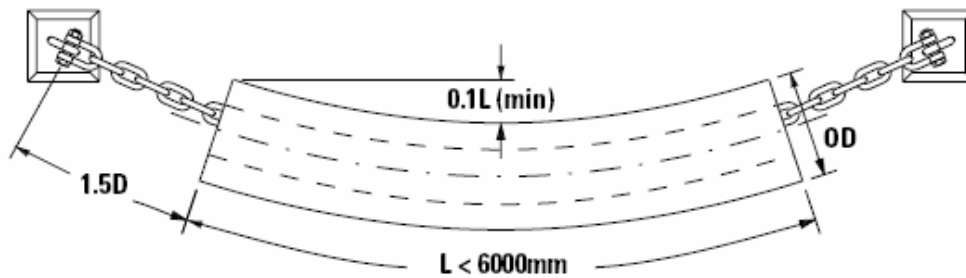


4.1.3 Sistemas de goma

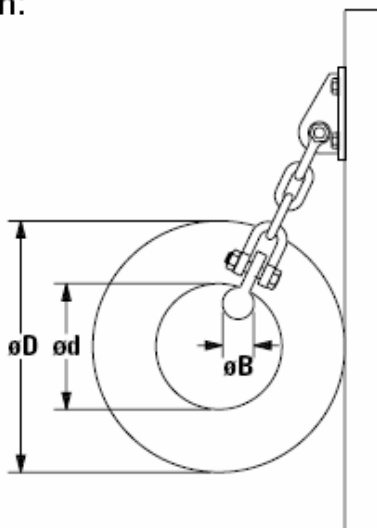
4.1.3.1 Defensas en compresión:

Consisten en una serie tubos de goma cilíndricos o rectangulares instalados detrás de un sistema estándar de pilares de defensas; los cuales podrán ser comprimidos en la dirección axial o radial; un arreglo típico de defensas de goma en compresión radial es mostrado en la figura 4.3. La energía de absorción viene dada por la deflexión de la defensa o por las características internas del material (goma) fuerza-deformación; la capacidad de absorción depende del tamaño del amortiguador y de la desviación máxima. En el diseño es necesario considerar una viga de madera para la transmisión de las fuerzas de impacto del barco al muelle (Derucher & Heins, 1979).

Elevación:



Sección:



– Figura 4.3 –
Defensa Cilíndrica (Fentek, catalogo)

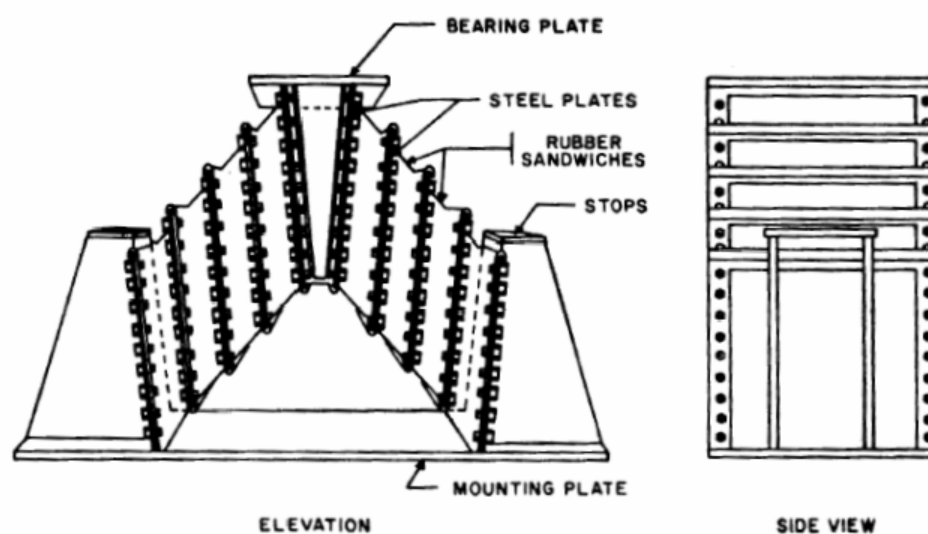


Los tubos de goma cubiertos que cuelgan de los tabiques herméticos sólidos del buque se pueden utilizar como sistema de defensa en compresión. La capacidad de absorción de energía de tal sistema puede ser variada usando los tubos en capas solas o dobles, o variando el tamaño del tubo. La absorción de la energía de un tubo cilíndrico es casi directamente proporcional a la fuerza del buque hasta que la deflexión iguale aproximadamente mitad del diámetro externo; después de esto, la fuerza aumenta mucho más rápidamente que la absorción de energía. Por lo tanto, debe ser utilizada una defensa suficientemente grande de modo que la energía de ataque sea absorbida sin requerir una desviación de tal magnitud que dé lugar a un aumento desproporcionado de la fuerza.

Las ventajas del sistema de defensa en compresión incluyen la simplicidad y adaptabilidad eficaces con un costo razonable. Por otro lado existen desventajas como, altas fuerzas concentradas, se pueden desarrollar fuerzas de fricción si las defensas de goma entran en contacto directo con el casco del buque y el costo inicial es más elevado que en sistemas de pilares sin unidades resistentes.

4.1.3.2 Defensas en corte:

Consisten en una serie de bloques de goma entre láminas de acero formando una especie de sándwich que será montado en un soporte de acero que se une a las placas mediante agujeros y otra placa de acero en el tope que sirve de amortiguador de la energía de impacto. Las defensas en corte tienen una capacidad de absorción de energía de 100%, el único problema es que son muy rígidas para pequeñas embarcaciones y las placas de acero tienen a corroerse; sin embargo, dada su elevada capacidad de absorción de energía son ideales para grandes buques (Derucher & Heins, 1979), (Tsinker, 1986).



– Figura 4.4 –
Defensa en corte tipo Raykin



Algunas ventajas de este tipo de defensas son: Capacidad de amortiguar el impacto de ataque proveniente de direcciones laterales, longitudinales y verticales; protección en muelles de esquina; alta capacidad de absorción de energía para grandes embarcaciones y costo inicial favorable para muelles muy resistentes.

Estos tipos de defensas, especialmente las denominadas Raykin, poseen una rigidez muy elevada lo que trae como desventaja no poder ser utilizadas para embarcaciones pequeñas; otras desventajas son la posible corrosión de las placas de acero y problemas con el enlace entre la placa y la goma.

4.1.3.3 Flexibles

Este sistema consiste en un bloque de goma arqueado enlazado entre dos placas de acero. Pueden ser instalados en muelles abiertos (más flexibles) o muelles reforzados (más rígidos), duques de ataque, o incorporado en un sistema de pilares. La energía de impacto es absorbida doblando la columna de compresión arqueada; cuando se aplica una fuerza de impacto, se acumula una carga relativamente alta con una desviación pequeña; las hebillas todavía con desviaciones más pequeñas, mantienen una carga virtualmente constante sobre el rango de las deformaciones por el doblez

Las ventajas de este tipo de defensa son, su alta absorción de energía y que las fuerzas transmitidas al muelle son relativamente pequeñas. Estas defensas tienen como desventajas, posible destrucción de la ligación de contacto entre las placas de acero y la goma y problemas de fatiga del material.

4.1.3.4 Defensas de neumático

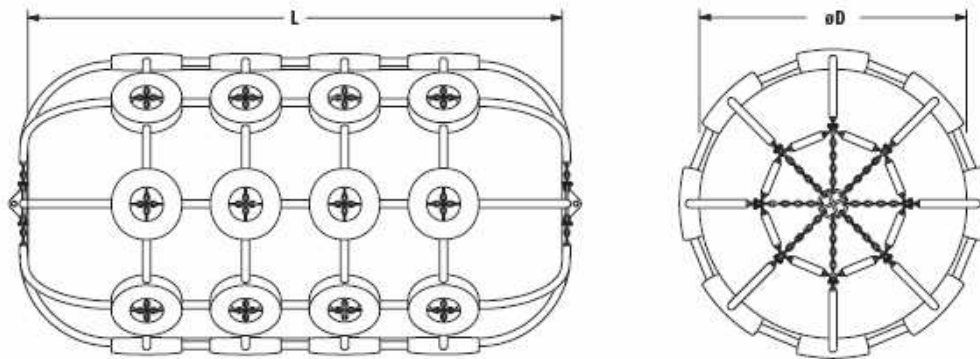
Estas defensas son diseñadas para absorber la energía de impacto, por compresión del aire contenido en ellas; y pueden ser utilizadas tanto en estructuras de ataque como defensas incorporadas en el buque. Consisten en un grupo de neumáticos de caucho y ruedas capaces de rodar libremente alrededor de un eje fijo o flotante; donde la parte fija es diseñada para la colocación de tabiques herméticos en concreto, la parte flotante consiste en dos a cinco neumáticos. La capacidad de absorción de energía y la resistencia a las fuerzas de impacto dependen del tamaño y número de neumáticos y de la presión de aire inicial en ellos instalada cuando son inflados.

Las defensas de neumáticos pueden ser aseguradas al muelle o duque de alba por medio de cabos o cadenas que son atadas a los anillos que se encuentran en los extremos, otra forma de asegurarlas al muelle es introduciendo la defensa en una red y colgarla por varios puntos a lo largo de su longitud. Cuando estas defensas son usadas en duques de



atraque o en muelles, la abrasión resultante de atracar y amarrar se puede prevenir atando los neumáticos a una red de cabos o cuerdas (Derucher & Heins, 1979), (Tsinker, 1986).

Las ventajas de este sistema es que es conveniente para ambos casos, atraque y amarre de buques; además de ser utilizados para la protección de las esquinas de los muelles. En contra partida presentan un alto costo de mantenimiento.



– Figura 4.5 –
Defensa de Neumático (Fentek, catalogo)

4.1.4 Sistemas hidráulicos e hidroneumáticos

4.1.4.1 Amortiguador hidráulico

Este sistema consiste en un cilindro lleno de aceite u otro fluido, dispuesto de tal forma que cuando es presionado el émbolo por el impacto, el líquido es desplazado a través de un orificio, no variable o variable, en un depósito situado a una cota superior. Cuando es disipada la energía de impacto, la alta presión dentro del cilindro crea una fuerza que coloca al émbolo de nuevo en su posición original y el líquido fluye nuevamente dentro del cilindro por gravedad. Este sistema se utiliza comúnmente donde existen viento severo, olas y corriente.

Estos amortiguadores hidráulicos poseen características de absorción de energía favorables para ambos casos, de atraque y amarre de buques. Una de las desventajas de este tipo de defensa es su alto costo inicial y de mantenimiento.

4.1.4.2 Defensa flotante hidroneumática

En este sistema, una defensa de goma es llenada de agua o agua y aire; absorbiendo así la energía de impacto, por resistencia viscosa o por la compresión del aire. Esta defensa cumple los requisitos de la defensa ideal pero es económicamente poco viable por su alto



costo inicial y de mantenimiento. Al igual que los amortiguadores hidráulicos, este tipo de defensa presenta características de absorción de energía favorables para los casos de atraque y amarre de buques.

4.1.5 Resortes

Este sistema consiste en colocar un resorte de acero entre la estructura de atraque y el sistema de defensas flexible. La configuración más usual es un conjunto de pilares de acero con un recubrimiento de madera y los resortes, los cuales están colocados en una caja de metal, con tapa removible para facilitar el mantenimiento. En estos sistemas el principal mecanismo de absorción de energía es la compresión de los resortes, teniendo una capacidad adicional proporcionada por la deflexión de los pilares. El tipo de montaje de los resortes hacen que este sistema sea apropiado para buques de tamaño uniforme (Derucher & Heins, 1979).

4.2 SELECCIÓN DEL TIPO DE SISTEMA DE DEFENSA

Existe una extensa variedad de factores que afectan la selección apropiada del sistema de defensa. Estos factores incluyen: el ambiente local de la marina, la exposición del puerto, clase y configuración del buque, velocidad y dirección del buque en el momento de atraque, ayuda disponible en el muelle, tipo de estructura de atraque, e incluso las habilidades del piloto o capitán del buque.

Se considera impráctico estandarizar los criterios de diseño del sistema de defensa, puesto que las condiciones en cada puerto son raramente idénticas.

4.2.1 Condiciones de exposición del puerto

En localizaciones expuestas es recomendable un sistema resistente, tal como son los sistemas de defensas de goma. En muelles abrigados se utiliza generalmente sistemas de pilares de madera o madera colgante.

4.2.2 Atraque versus Amarre

La selección de una defensa depende si su principal función es absorber la energía cinética de impacto al momento de atraque, o mantener amarrado con seguridad un buque, durante las operaciones de carga y descarga.

Para las localizaciones donde las operaciones de atraque sean peligrosas, es recomendable el uso de sistemas de defensas rígidas con alta capacidad de absorción de



energía, tales como las defensas tipo Raykin o los sistemas de defensas de goma en compresión axial. Este es el caso cuando el atraque ocurre bajo la acción de vientos, de corrientes y olas, sin la ayuda de remolcadores.

Para localizaciones donde el comportamiento del buque amarrado es el principal factor, son utilizadas defensas suaves combinadas con cabos de amarre obteniendo así una reducción en las fuerzas de amarre y minimización de los movimientos del buque. Un tipo de defensas suaves (flexible), como por ejemplo las defensas de goma en compresión radial, tiende a aumentar el período natural de oscilación del sistema de amarre, por eso la resonancia asociada a las olas de largo período o "seiches" puede ser evitado. Esto es aplicable en puertos en los cuales el atraque es auxiliado por remolcadores; pero la oscilación del agua en la zona protegida del puerto debido a la acción de los "seiches" es un factor importante en la selección de la defensa.

Donde las operaciones de atraque y el comportamiento del buque amarrado tienen igual importancia, es recomendable elegir una defensa de tipo intermedio, que actúe de forma rígida durante el proceso de atraque y suavemente cuando el buque se encuentre amarrado. Los sistemas de defensa Hidroneumáticos poseen características que satisfacen tales requisitos.

4.2.3 Distancia máxima permitida entre el buque y el muelle

La distancia requerida por el sistema de defensa debe ser limitada para evitar inconvenientes durante el proceso de carga y descarga; generalmente el límite máximo es de 1 a 1,5 metros. Sin existir ningún problema si el sistema de defensa es para un tanque petrolero que implique solamente una fuente de combustible.

4.2.4 Tipo de muelle

Para plataformas de amarre o atraque, es necesario un sistema de defensa resistente, ya que la longitud de la estructura disponible para la distribución de la fuerza de impacto es limitada.

Para un muelle abierto, cualquier tipo de sistemas de defensa puede ser aplicable. Para un muelle sólido, se debe considerar el uso de defensas resistentes de modo a reducir al mínimo daños en el buque.



Otros de los factores importantes en la selección de las defensas son:

- ▶ *Absorción de Energía:* Las defensas deben tener capacidad suficiente para absorber la energía de impacto.
- ▶ *Fuerza de reacción:* Es la fuerza ejercida en el buque y en el muelle al momento del ataque.
- ▶ *Presión en el casco:* Es la presión ejercida en el casco del buque por una unidad de defensa. El valor medio de la presión es definida como la fuerza de reacción dividida por el área de contacto o la huella de la defensa en compresión. La presión en el casco máxima permitida para un buque determinado depende del diseño estructural de este y de la posición del punto de carga.
- ▶ *Costo inicial y de mantenimiento:* Deben ser considerados los precios iniciales y de mantenimiento tanto del sistema de defensas como de la estructura del muelle.
- ▶ *Espaciamiento:* Es de gran importancia que las defensas estén suficientemente cerca para evitar que la proa del barco penetre en la zona entre defensas, para ángulos de aproximación de hasta 15°
- ▶ *Nivel de la marea:* Se debe colocar un sistema de defensa en un nivel mínimo cuando el nivel de la marea varía entre 1,5 a 2 metros.

4.3 CRITERIOS BASICOS DE DISEÑO

En el diseño del sistema de defensas se deben considerar factores como: tamaño, contorno, longitud, velocidad, y dirección de aproximación del buque; así como también las fuerzas de viento y las condiciones de marea, esperadas, durante el ataque y mientras el buque se encuentre amarrado al muelle. (Derucher & Heins, 1979).

En el diseño de los sistemas de defensa se debe considerar un factor de seguridad para el buque, muelle y defensa. El factor de seguridad que se aplicará debe considerar situaciones como: ataque anormal, posibles averías en el material y ejecución, incorrecto mantenimiento, entre otros. Mientras más graves sean las consecuencias que resultarían del daño de la defensa, mayor debe ser el factor de seguridad (Tsinker, 1986).

4.3.1 Procedimiento general de diseño

El diseño de un sistema de defensa se basa en la ley de la conservación de la energía. Se deben determinar la cantidad de energía que es introducida al sistema, así como el



proceso de absorción de energía dentro de las limitaciones de esfuerzo y tensiones que el casco del buque, la defensa y el muelle pueden soportar.

- ▶ Determinar la energía de impacto inicial que recibirá el muelle.
- ▶ Determinar la capacidad de absorción de energía del muelle. Para estructuras con comportamiento elástico lineal, la energía es mitad de la carga estática máxima. Si la estructura es sumamente rígida, se puede asumir que no absorbe ninguna energía.
- ▶ Sustraer a la energía absorbida por el muelle, la energía eficaz de impacto; para determinar la cantidad de energía que debe absorber la defensa.
- ▶ Seleccione una defensa capaz de absorber la cantidad de energía determinada en el paso anterior sin exceder la fuerza máxima permitida en el muelle.

4.3.2 Pilares de defensa

Coherentemente con los requisitos de fuerzas, el espaciamiento entre pilares debe ser de 3 a 3,5 metros en casos de servicio ligero; para cruceros y auxiliares el espacio debe estar entre 2 y 2,7 metros y para servicios pesados es recomendable espacios de 1,5 a 2 metros entre pilares.

Las esquinas externas y las expuestas deben ser protegidas con grupos de pilares de defensa. Para pequeñas embarcaciones, incluyendo destroyers hasta un máximo de 3.000 toneladas, estas esquinas son protegidas con grupos de 7 a 9 pilares dispuestos en dos filas. Para muelles donde atracan buques mayores, las esquinas expuestas se deben recubrir con pilares de defensa dispuestos en dos filas escalonadas en arco circular con radio de 4 metros; excepto en los casos donde los buques son mucho mayores y/o la estructura este localizada de forma tal que este sumamente expuesta, son necesarias tres o cuatro filas de pilares.

Las defensas tipo resorte o de goma pueden ser reforzadas con pilares de madera dispuestos en dos filas atornillados a otros elementos horizontales de refuerzo (*wale*) que soportan el sistema de absorción de energía. Si se utilizan defensas de goma tubulares, los pilares de defensa son dispuestos en dos filas separadas y ligados por cuerdas de acero en varias vueltas. El número de pilares varia entre 20 a 40, ligados por cadenas y cabos para restringir movimientos longitudinales o laterales del conjunto.

Establecer la profundidad de penetración de los pilares de acuerdo con la resistencia del suelo y con la posibilidad de futuros dragajes más profundos. Para suelos firmes debajo de la profundidad dragada, será suficiente una penetración de 3 metros; si en un futuro será



realizado un dragado mayor, debe realizarse una penetración mayor. Si existe una capa de material blando, con espesura inferior a 3 metros, por encima de un suelo firme, los pilares de defensa deben penetrar el suelo firme por lo menos 2,5 metros de profundidad. Para suelos firmes a gran profundidad, debajo de una capa espesa de material blando, los pilares deben alcanzar una penetración por lo menos igual a la determinada por el peso del martillo de penetración y debe asegurar una capacidad resistente de 2 a 3 toneladas (conforme a la fórmula de estacas). La experiencia indica que la capacidad resistente aumenta después de la conclusión de la penetración, de modo a asegurar la resistencia necesaria de los pilares. La inclinación de los pilares no debe exceder de 1/6 hacia el lado del muelle.

4.3.3 Sistemas de defensas resistentes

Para defensas tipo resorte o defensas de goma, consistentemente con los requisitos de fuerza, el espaciamiento vertical de estas defensas puede ser incrementado por encima de los límites de espaciamiento previamente nombrados para cada tipo de buque.

Para defensas tipo Raykin y tipo amortiguador, el espaciamiento debe ser conforme a la fuerza y requisitos de absorción de energía. Para defensas elásticas sin incluir dispositivos de goma, son necesarias superficies de metal o de madera (ambas con gran resistencia por fricción) para resistir las fuerzas transversales.



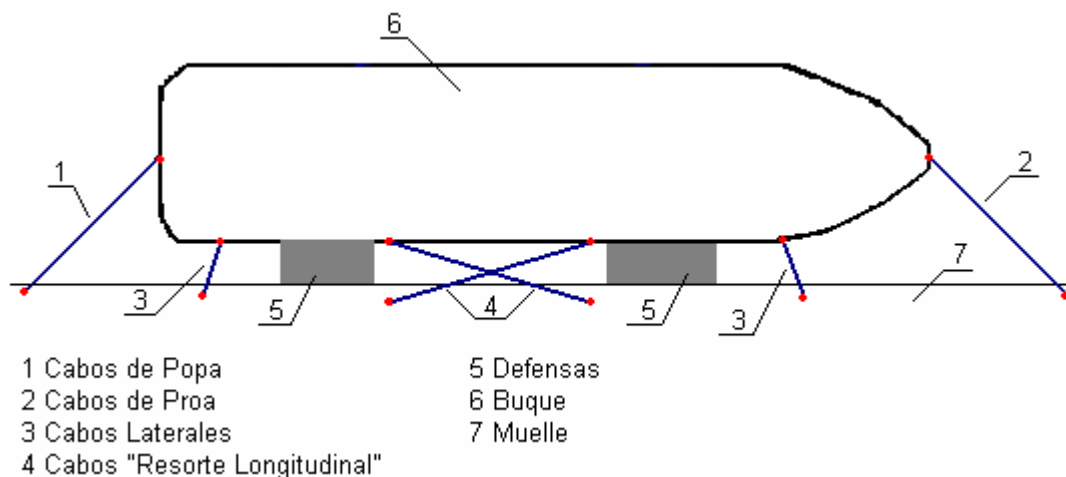
SISTEMAS DE AMARRE

Una vez que el buque llega al muelle es amarrado a este mediante un sistema de amarre para evitar que ocurran grandes desplazamientos relativos entre ambos. La elección de un sistema de amarre depende del tipo de rompeolas que se utilizarán y de las condiciones del sitio. Esta investigación está principalmente referida a los cabos usados en el sistema y no a las anclas. Se discuten los tipos de estructuras de amarre y atraque, la configuración de los cabos de amarre y las cadenas de anclaje.

5.1 DEFINICIÓN

Un sistema de amarre consiste en un o varios elementos estructurales, fijos, donde se amarra un buque. Estos elementos estructurales son básicamente: plataformas, duques de atraque, estacas aisladas de amarre u otras estructuras similares. Los sistemas de amarre también son constituidos por cabos, bitas, poleas, canales de poleas, separadores, defensas, rampas de acceso y otros dispositivos propios de la estructura o proporcionados por la estación para asegurar los buques al muelle. Los diversos dispositivos proporcionados por los buques no son parte del sistema de amarre (Naval Facilities Engineering Command, NFEC, 1986). En la figura 5.1 se muestra un Sistema típico de amarre.

Uno de los objetivos de los sistemas de amarre es evitar grandes desplazamientos entre el buque y las estructuras, los cuales están sometidos a fuerzas casi permanentes de viento y corriente.



– Figura 5.1 –
Sistema de Amarre



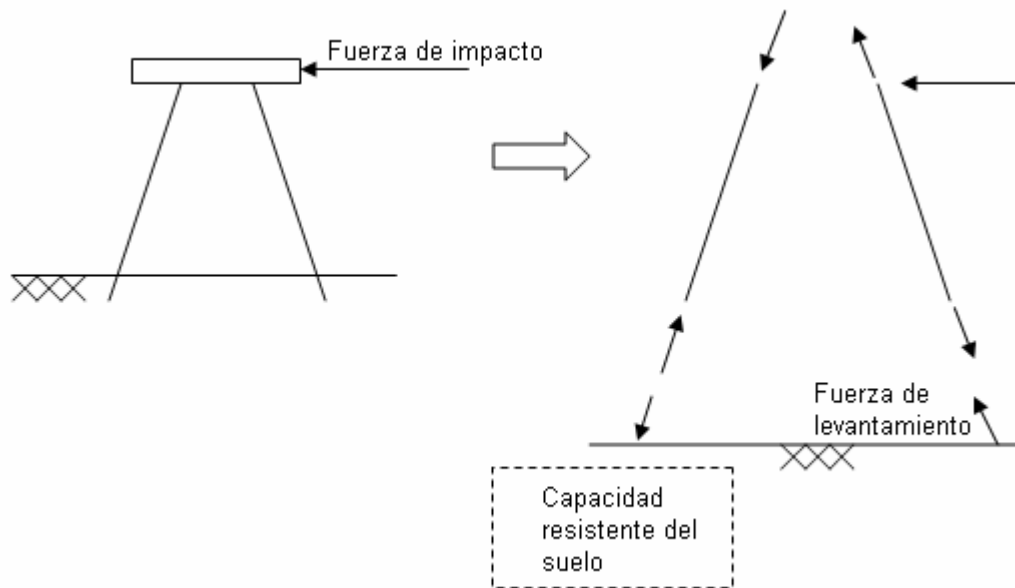
5.2 ESTRUCTURAS DE ATRAQUE Y AMARRE.

Las estructuras de amarre están diseñadas para soportar las cargas de amarre; mientras que las estructuras de atraque están diseñadas para resistir ambas sollicitaciones, las de amarre y las de impacto. Las estructuras más comunes en estos sistemas son: plataformas y duques de atraque. Las estacas aisladas de amarre son frecuentemente usadas como estructuras de amarre en muelles flotantes.

5.2.1 Plataformas

Consisten generalmente en una placa de concreto o acero apoyada en pilares de concreto o acero. Las plataformas pueden ser usadas tanto como una estructura de amarre como una estructura de defensa. Las plataformas en las estructuras de amarre no están diseñadas para resistir el impacto del atraque; por el contrario las plataformas en las estructuras de atraque tienen normalmente un sistema de defensas para absorber el impacto de los buques. Las plataformas pueden ser diseñadas para resistir grandes cargas laterales y así poder servir de estructura de atraque para grandes buques.

Las plataformas pueden presentar dos tipos de comportamiento, rígido o flexible. Las plataformas rígidas consisten en una placa de concreto soportada por un conjunto de pilares de concreto verticales e inclinados; esta estructura está diseñada para resistir grandes cargas laterales que se transfieren, en mayor parte, a los pilares inclinados. Cuando un buque atraca en estas plataformas, la carga de impacto es distribuida en los pilares inclinados de forma tal que los pilares que se encuentran en la parte posterior resisten cargas de compresión y los pilares frontales resisten cargas de tracción, provocando un efecto de levantamiento de estos (Ver figura 5.2). Debido a que la capacidad de los pilares para resistir el efecto de levantamiento es generalmente pequeña comparada con la capacidad del suelo para resistir las compresiones, es recomendable que la placa de concreto tenga una espesura suficiente de manera a resistir parte de la carga que tiende a levantar a los pilares; en consecuencia los pilares verticales son diseñados para resistir el peso de la placa. El sistema de defensas de estas plataformas consiste en pilares de madera dispuestos en fila en la parte frontal y en grupo en las esquinas; cabe recordar que en las plataformas rígidas toda la energía de impacto es absorbida por el sistema de defensas. En suelos poco resistentes es usual el uso de plataformas rígidas en vez de duques de atraque.



– Figura 5.2 –

Distribución de la fuerza de impacto en los pilares inclinados de una plataforma rígida.

Las plataformas flexibles están formadas por pilares tubulares de acero y por una placa que puede ser de acero o de concreto. Dado el carácter flexible de estas estructuras, los pilares de acero tienden a deformarse, absorbiendo así parte de la energía cinética; de esta forma las solicitaciones en las defensas son menores que en las plataformas rígidas, puesto que ahora las fuerzas de impacto son resistidas por el sistema de defensas y por la estructura (NFEC, 1986).

5.2.2 Duques de atraque

Los duques de atraque o duques de alba son estructuras aisladas, de amarre y/o de atraque, que se encuentran fuera del muelle. Como su nombre lo indica estas estructuras son comúnmente más usadas como estructuras de defensa, ya que son capaces de resistir grandes cargas de atraque, producidas al momento del impacto del buque con estas.

Los duques de atraque pueden ser flexibles o rígidos. Los duques de alba rígidos consisten en un único pilar tubular de acero o de concreto, relleno con material granular; que sirve de soporte a la placa de concreto provista con defensas de goma. Estos tipos de duques por ser rígidos requieren de un sistema de defensas capaz de absorber la energía de impacto. Y son diseñados para el atraque de grandes buques.

Los duques de atraque flexibles son formados por una serie de pilares de madera constructiva (tres, siete, diecinueve o más) y asegurados en el extremo superior con cuerdas. Uno de los pilares centrales posee una longitud mayor de manera que sirva de punto de amarre del cabo. Debido al carácter flexible de estas estructuras, no es necesario

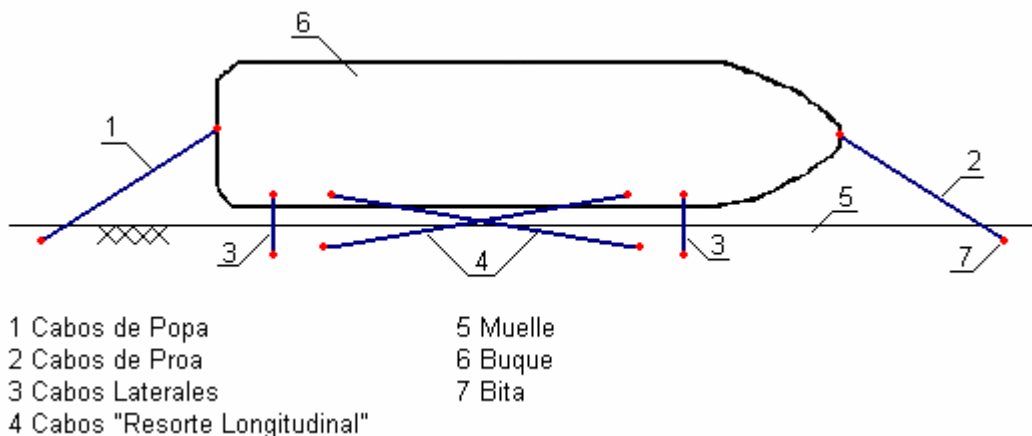


un sistema de defensas, sin embargo, la pérdida de uno de los pilares, por un impacto brusco del buque, causar una redistribución de las fuerzas en los demás pilares y la consecuente debilitación del sistema. Por tanto, no es recomendable el uso de este tipo de duques como estructura de atraque. Surge entonces otra modalidad de los duques flexibles, que consiste en una serie de pilares de acero, con un sistema de defensas de madera o de goma, logrando así una mayor resistencia a las cargas laterales. Estos duques son típicamente usados para el atraque de buques de menores proporciones.

5.3 CABOS DE AMARRE

5.3.1 Tipos

Los buques son asegurados al muelle mediante cabos de amarre; estos cabos son clasificados según el tipo de carga que resisten (longitudinal o lateral) y según su posición respecto al buque. Los cabos de proa, de popa y laterales resisten cargas laterales y momento. Los cabos "resortes longitudinales" (spring) resisten cargas longitudinales. Las cargas predominantes en un sistema de amarre son las laterales, en consecuencia existe un mayor número de cabos de proa, de popa y laterales que cabos "resorte longitudinal" (spring).



– Figura 5.3 –
Arreglo típico de los cabos en un buque.

5.3.2 Materiales

Existen cuatro tipos de cabos para asegurar un buque a un muelle; estos son de: Fibra natural, fibra sintética, alambre y cadena. Los más usados son los cabos de fibra natural y fibra sintética. Las cadenas son usadas para amarrar buques inactivos.

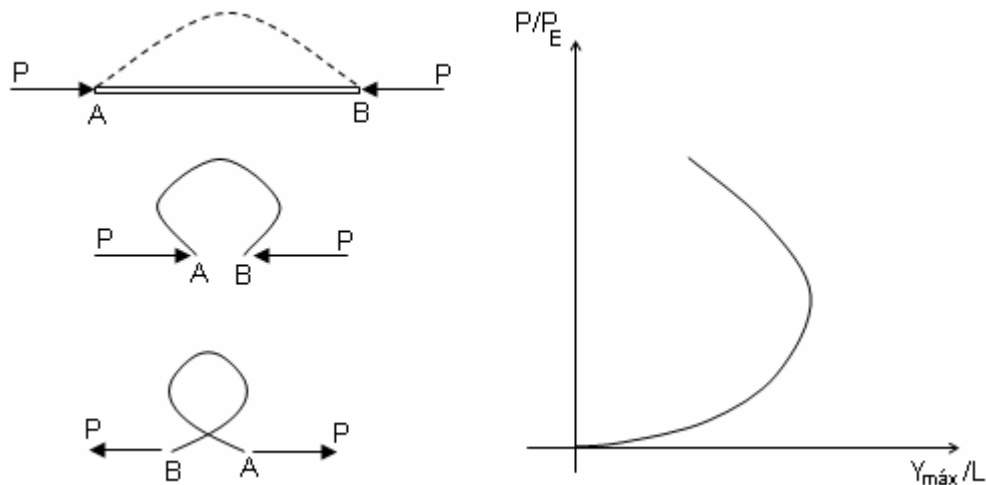


5.3.3 Características

Las características más importantes para los cabos son su resistencia, elasticidad y construcción.

- ▶ **Resistencia:** Para un mismo diámetro con distintos materiales, se tiene que los cabos de alambre son los más resistentes seguidos de los cabos de fibra sintética y luego los de fibra natural.
- ▶ **Elasticidad:** La elasticidad de los cabos se determina mediante un gráfico carga vs porcentaje de elongación. De los distintos tipos de cabos se tiene que los de alambre son considerablemente menos elásticos que los demás.
- ▶ **Construcción:** Los cabos sintéticos varían de acuerdo a su construcción. En general, los cabos de ocho cordones y doble trenza son preferibles (Flory et al., 1977). Los cabos de tres cordones no son recomendables, pues tienen tendencia a formar lazos, lo cual reduce gradualmente la fuerza del cabo, resultado de torcer un cabo puesto en la dirección opuesta a la dirección de configuración. Este efecto, es semejante a tener nodos en los cabos.

En la figura 5.4 se ejemplifica el fenómeno de “lazos” (Barros, 2004).



– Figura 5.4 –
Representación de la pérdida de rigidez de los cabos con tres cordones por formación de lazos.



5.4 CADENAS DE ANCLAJE

5.4.1 Comportamiento

Las cadenas de anclaje se comportan como catenarias; esta característica se traduce en un comportamiento flexible que proporciona una respuesta elástica ante las condiciones ambientales; de este modo, el buque amarrado absorbe y disipa la energía, debida a las acciones ambientales casi permanentes como viento y oleaje, por medio de un sistema elástico. Las ecuaciones de las catenarias son presentadas con detalle en el capítulo 6.

5.4.2 Materiales

Las cadenas son utilizadas en la mayoría de los casos de anclaje en comparación con otros tipos de cabos como fibra sintética, fibra natural, etc; porque las cadenas tienen una alta resistencia a la abrasión y presentan características favorables de absorción de energía.

5.4.2.1 Cadenas

En el cálculo de las catenarias se puede observar que las cadenas al tener un peso por unidad de longitud mayor que el de las cuerdas de alambre, poseen mayor capacidad de absorción de energía. Mientras que la cadena comportándose como catenaria tiene esta característica muy deseable de brindar buena capacidad de absorción de energía, presenta también la desventaja de ser tan fuerte como su eslabón lo permita.

Existen tres tipos principales de cadenas de anclaje; fundidas, soldadas (flash butt-welded), y dilok. Estos tipos difieren unos de otros en el método de manufactura y en su resistencia. Tanto las cadenas fundidas como las soldadas (flash butt-welded) son utilizadas en sistemas de amarre; mientras que las cadenas dilok son utilizadas principalmente como cadenas del buque.

- ▶ *Fundidas*: Este tipo de cadena presenta dos imperfecciones, pobre estructura (poor grain structure) y pobre superficie..... (and poor surface integrity commonly associated with the casting process). Estos defectos internos hacen que la cadena sea más vulnerable a la corrosión y degradación del mecanismo de resistencia. Esta vulnerabilidad puede ser minimizada mediante una inspección adecuada y técnicas de control de calidad adecuadas. Una de las ventajas de este tipo de cadenas es que el refuerzo siendo una parte integral del eslabón, no corre el riesgo de perderse (NFEC, 1985).



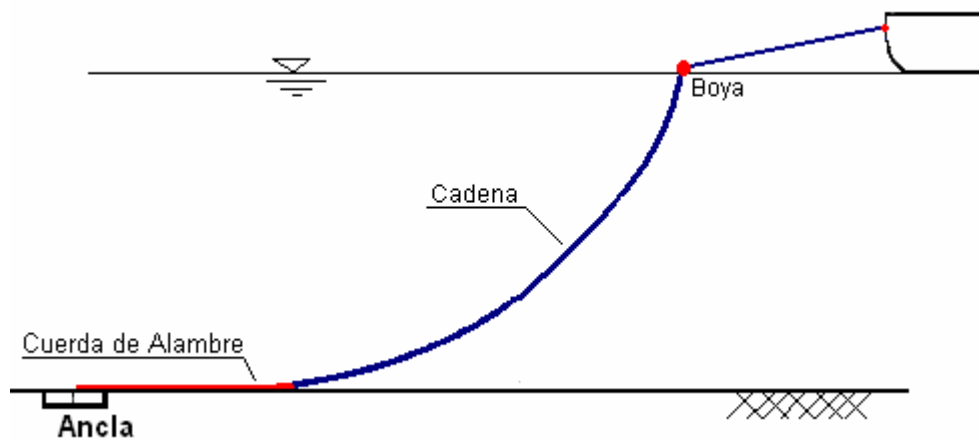
- ▶ *Soldadas (Flash Butt-Welded)*: El procedimiento general para la fabricación de las cadenas soldadas consiste en forjar una varilla de acero en la forma del eslabón y cerrar el eslabón en la junta; luego el refuerzo es insertado antes que el acero enfríe y el eslabón es presionado al refuerzo. El método de fabricación utilizado para este tipo de cadenas proporciona un eslabón de mejor calidad, con menos defectos internos que el eslabón de las cadenas fundidas (NFEC, 1985).
- ▶ *Dilok*: Este es un tipo de cadena forjada que no requiere soldadura o adhesión del metal durante la fabricación. Cada eslabón consiste en dos partes, un macho y una hembra, la fabricación consiste en perforar y calentar la parte hembra del eslabón; la parte macho es enlazada a través de la próxima conexión y es insertada fría en la hembra, que es martillada sobre la parte macho. De este proceso resulta una ligación de resistencia prácticamente uniforme siendo generalmente más resistente que las ligaciones por fundición o soldadura.

Es evidente que las cadenas tipo dilok son más susceptibles al fracaso que las cadenas fundidas o soldadas. La naturaleza de la construcción de este tipo de cadenas permite la posibilidad que el agua penetre a través de la junta de cierre, causando problemas de corrosión que no son detectados con una simple inspección visual.

5.4.2.2 Cuerdas de Alambre

Las cuerdas de alambre son una alternativa. Estos cabos de anclaje son más ligeros que las cadenas con la misma resistencia a tensión y en consecuencia también poseen una menor capacidad de absorción de energía, durante el comportamiento como catenarias. Sin embargo, las cuerdas de alambre son mucho más elásticas que las cadenas teniendo así una respuesta tan buena como la de una cadena de la misma fuerza.

Es posible construir cabos de anclaje combinando cadenas con cuerdas de alambre; colocando la parte del cabo hecho de cadena sujeto al buque y la parte hecha de cuerda de alambre conectada con el ancla. Este arreglo combina las cualidades catenarias de las cadenas y la elasticidad de las cuerdas y minimiza las fuerzas dinámicas. En estas circunstancias, para condiciones moderadas, la cuerda de alambre estará totalmente apoyada en el fondo marino, formando una tangente horizontal, y la cadena desarrolla el comportamiento completo de catenaria (ver figura 5.5).



– Figura 5.5 –
Cabo de anclaje compuesto por cadena y cuerda de alambre.

5.5 CRITERIOS BASICOS DE DISEÑO

5.5.1 Estructuras de amarre

Las estructuras de amarre deben estar simétricamente posicionadas respecto a la línea central transversal de amarre para obtener una distribución equilibrada de las cargas. Las estructuras de amarre deben ser localizadas de modo que los cabos de amarre sean paralelos a la carga que se refrenará. Para buques pequeños solamente es necesario dos estructuras de amarre, mientras que para buques más grandes son necesarias cuatro o más estructuras. Las plataformas de los sistemas de amarre se deben situar 1,5 metros sobre el nivel del agua más alto bajo condiciones operacionales (incluyendo mareas, tormentas, y las olas) (NFEC, 1986).

5.5.2 Estructuras de atraque

La posición de estas estructuras determina la cantidad de energía de impacto que el sistema de defensas debe absorber, esta energía transmitida a las defensas disminuye cuando la distancia entre el centro de gravedad del buque y el punto de contacto entre el buque y la densa, aumenta. Por lo tanto, las estructuras de atraque deben ser colocadas tan lejos como posible. Sin embargo, las defensas deben estar situadas de forma paralela con la parte media del buque (Tsinker, 1986).

El número mínimo de estructuras de atraque es dos; con un espaciamiento entre ellas del 22% al 50% de la longitud total del buque (NFEC, 1986).



5.5.3 Cabos de amarre

Los buques llevan normalmente sus propios cabos de amarre; por lo tanto, el diseño de un muelle raramente envuelve estos elementos. Sin embargo, el tamaño, la longitud, la composición, y el arreglo de los cabos afectan el diseño del muelle. Por lo tanto, es necesario determinar el tipo y el arreglo de los cabos del buque(s) para el cual se diseña el muelle.

La configuración de los cabos depende sobre todo del uso del muelle, espacio disponible para los cabos, tamaño de la embarcación, cargas de viento y oleaje, fuerzas de amarre y de impacto; tipo, número y tamaño de los cabos disponibles en el buque (Tsinker, 1994).

5.5.3.1 Cabos: de popa, de proa y laterales (resisten cargas laterales)

Para estos cabos, el ángulo vertical con la horizontal debe ser menor a 25°; este ángulo depende de la altura de la estructura de amarre y de la longitud de los cabos. Los cabos de popa, de proa y laterales resisten mejor las cargas laterales cuando el ángulo vertical es más pequeño (Ver figura 5.6).

Para los cabos de popa y de proa, el ángulo horizontal, con la línea central transversal del buque debe ser menor que 45°. Para los cabos laterales, este ángulo debe ser menos que 15° (Argeschou, 1984; OCIMF, 1997) Como se indica en la figura 5.6.

5.5.3.2 Cabos: “resorte longitudinal” (resisten cargas longitudinales)

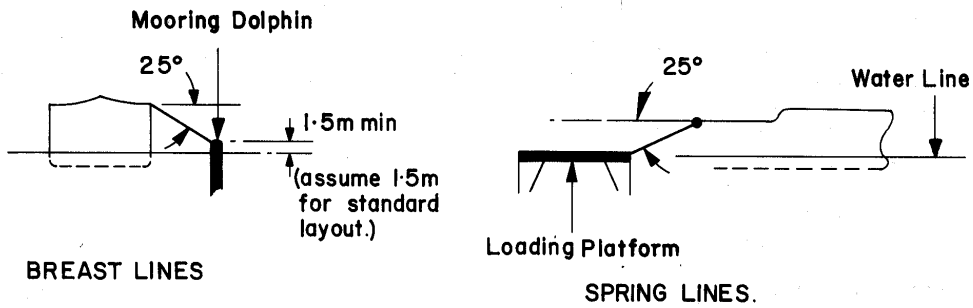
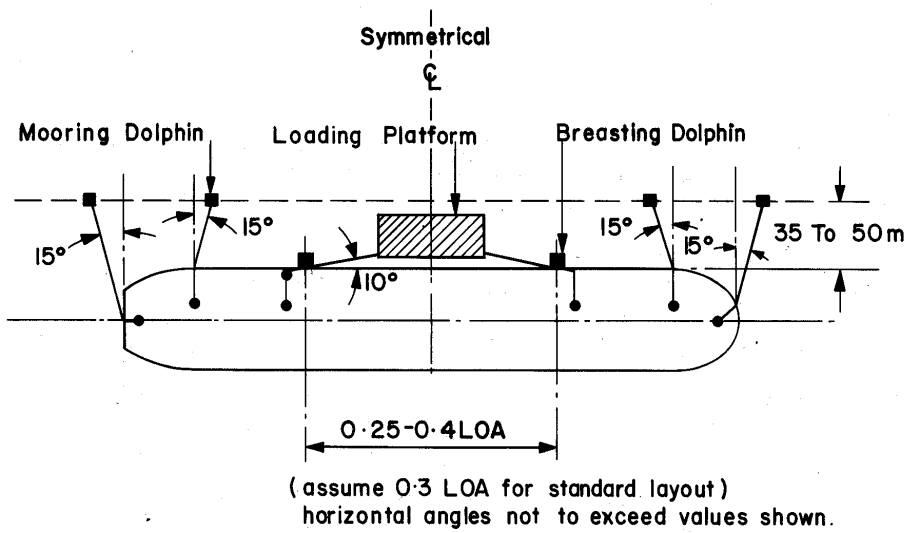
Para estos cabos, el ángulo vertical con la horizontal debe ser menor que 25°. A medida que este ángulo sea menor, los cabos “resorte longitudinal” son más eficientes porque resisten mejor las cargas longitudinales (Argeschou, 1984; OCIMF, 1997) (Ver figura 5.6).

El ángulo horizontal, con el eje longitudinal del buque debe ser menor que 10° (Ver figura 5.6)



Figure 7

IDEAL VLCC BERTH



vertical angles of lines (in true elevation) not to exceed values shown with vessel in least favorable load state.

- Figura 5.6 -

Ángulos horizontales y verticales para los cabos de amarre (OCIMF, 1997).



METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

6.1 METODO DE LA RIGIDEZ

El método de la rigidez es un método de análisis de desplazamientos que puede emplearse tanto para estructuras determinadas como indeterminadas. Para su utilización, primero se requiere la identificación de los grados de libertad de la estructura para luego, a partir de las ecuaciones de equilibrio, determinar los desplazamientos que ocurren. Una vez determinados los desplazamientos de la estructura, se procede a determinar las fuerzas desconocidas a partir de las relaciones de compatibilidad y de carga-desplazamiento (Hibbeler, 1997). En nuestro caso la estructura está compuesta por una embarcación a flote sujeta a un muelle rígido e inamovible por un conjunto de cabos y defensas.

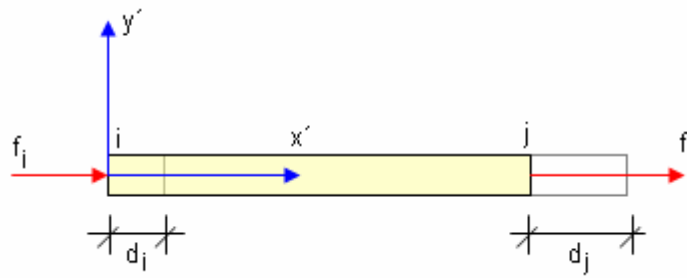
La aplicación del método de la rigidez requiere subdividir la estructura en una serie de elementos finitos e identificar sus puntos extremos como nodos. Para el análisis que nos concierne, los elementos finitos se representan por cada uno de los cabos y defensas que sujetan la embarcación; los nodos serán justamente los extremos de estos.

Inicialmente, para obtener las fórmulas necesarias para el cálculo, se aceptará que los elementos de sujeción (cabos y defensas) pueden resistir tanto tracción como compresión; más adelante, se explicará con detalle como esta falsa aceptación es remediada por un procedimiento en el análisis.

A continuación se determinarán las propiedades fuerza-desplazamiento de cada elemento para luego relacionarlas entre sí mediante ecuaciones de equilibrio planteadas en los nodos. Esas relaciones, para todos los miembros de la estructura, se agrupan luego en lo que se llama matriz K de rigidez de la estructura. Una vez establecida esta, los desplazamientos desconocidos de los nodos pueden determinarse para cualquier carga dada en la estructura. Cuando se conocen esos desplazamientos, las fuerzas externas e internas en la estructura pueden calcularse mediante las relaciones de fuerza-desplazamiento para cada miembro.

6.1.1 Matriz de rigidez de un miembro

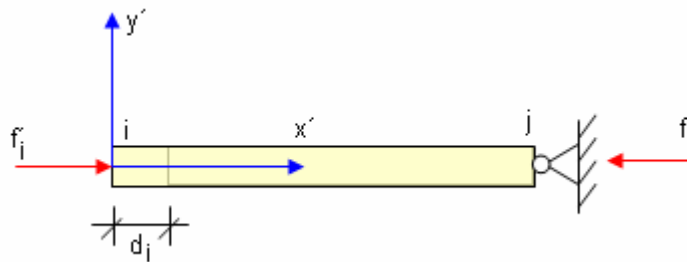
Para hallar la matriz de rigidez del miembro, que representa las relaciones fuerza-desplazamiento entre los extremos del mismo, se establece un sistema de coordenadas locales x' - y' ubicando su origen en el extremo del miembro y alineando el eje x' con el eje del miembro, el estado general de cargas y deformaciones para una barra se muestra en la figura 6.1



– Figura 6.1 –
Estado general de cargas y deformaciones para una barra.

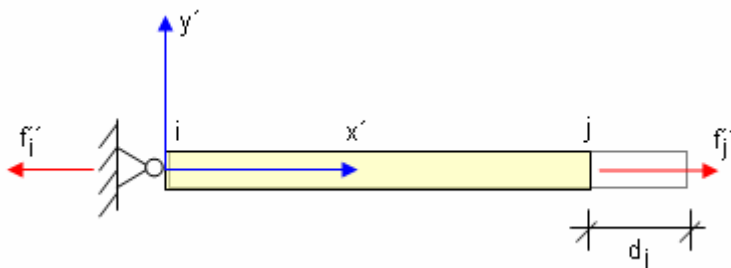
La matriz de rigidez establece las relaciones que existen entre las cargas y los desplazamientos, para ello, el caso general de carga será descompuestos en dos casos, cada uno asociado al desplazamiento de un extremo (Hibbeler, 1997).

Caso 1



– Figura 6.2 –
Desplazamiento permitido en el nodo *i* e impedido en el nodo *j*

Caso 2



– Figura 6.3 –
Desplazamiento permitido en el nodo *j* e impedido en el nodo *i*

Las ecuaciones de equilibrio obtenidas, para cada caso, son las siguientes

$$f'_i = \frac{A \cdot E}{L} d_i \tag{6.1a}$$



$$f_j' = \frac{-A \cdot E}{L} d_i \quad (6.1b)$$

$$f_i'' = \frac{-A \cdot E}{L} d_j \quad (6.2a)$$

$$f_j'' = \frac{A \cdot E}{L} d_j \quad (6.2b)$$

Por superposición de ambos casos obtenemos las siguientes ecuaciones

$$f_i = f_i' + f_i'' = \frac{A \cdot E}{L} d_i - \frac{A \cdot E}{L} d_j \quad (6.3a)$$

$$f_j = f_j' + f_j'' = -\frac{A \cdot E}{L} d_i + \frac{A \cdot E}{L} d_j \quad (6.3b)$$

Las cuales escritas en forma matricial son

$$\begin{vmatrix} f_i \\ f_j \end{vmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} d_i \\ d_j \end{vmatrix}$$

$$f = k' \cdot d \quad (6.4)$$

En donde la matriz de rigidez del miembro es

$$k' = \frac{EA}{L} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Llamando q_B y q_E a las fuerzas f_i y f_j , y a los desplazamientos d_i y d_j , d_B y d_E respectivamente, la ecuación matricial (6.4) quedaría de la siguiente manera

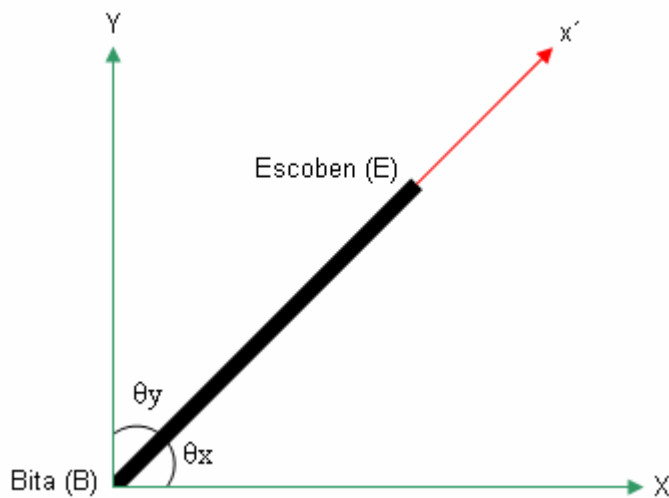
$$\begin{vmatrix} q_B \\ q_E \end{vmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} d_B \\ d_E \end{vmatrix}$$

$$q = k' \cdot d \quad (6.4a)$$



6.1.2 Matriz de transformación de desplazamientos y fuerzas

Como la estructura está compuesta de muchos miembros, es necesario transformar las fuerzas q y los desplazamientos d definidos en coordenadas locales $(x'; y')$ a un sistema de coordenadas globales $(X; Y)$ de la estructura. Los ángulos medidos entre los ejes X e Y globales positivos y el eje x' local positivo se designarán con θ_x y θ_y , respectivamente. Los cosenos de esos ángulos se usarán a menudo en el análisis matricial y se identificarán con λ_x al coseno θ_x y λ_y al coseno de θ_y (Hibbeler, 1997).



– Figura 6.4 –

Posición relativa del sistema de coordenadas locales respecto al sistema global.

$$\lambda_x = \cos \theta_x = \frac{X_E - X_B}{\sqrt{(X_E - X_B)^2 + (Y_E - Y_B)^2}} \quad (6.5a)$$

$$\lambda_y = \cos \theta_y = \frac{Y_E - Y_B}{\sqrt{(X_E - X_B)^2 + (Y_E - Y_B)^2}} \quad (6.5b)$$

donde:

$X_E = X$ escoben

$Y_E = Y$ escoben

$X_B = X$ bita

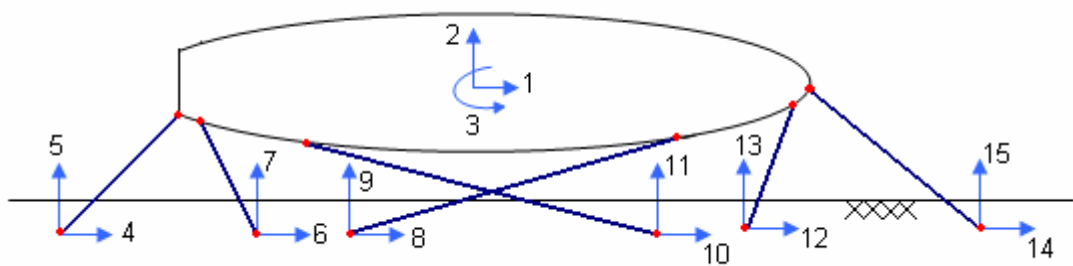
$Y_B = Y$ bita

Eligiendo siempre el sentido del eje x'^+ local hacia el barco.



6.1.3 Matriz de transformación de desplazamiento

Usualmente se establecen cuatro grados de libertad por miembro (dos desplazamientos en cada extremo) con lo que tendríamos por cada cabo dos grados de libertad en tierra y dos grados de libertad en el buque, sin embargo, en este caso, los grados de libertad de los cabos en sus extremos del buque no son independientes entre si, dado que el buque se comporta como cuerpo rígido y posee sólo tres grados de libertad, podemos concluir que los grados de libertad del conjunto viene dado por los tres grados de libertad del buque, dos traslaciones y una rotación, más dos traslaciones en los extremos del muelle de cada uno de los cabos, tal como se muestra en la figura 6.5.

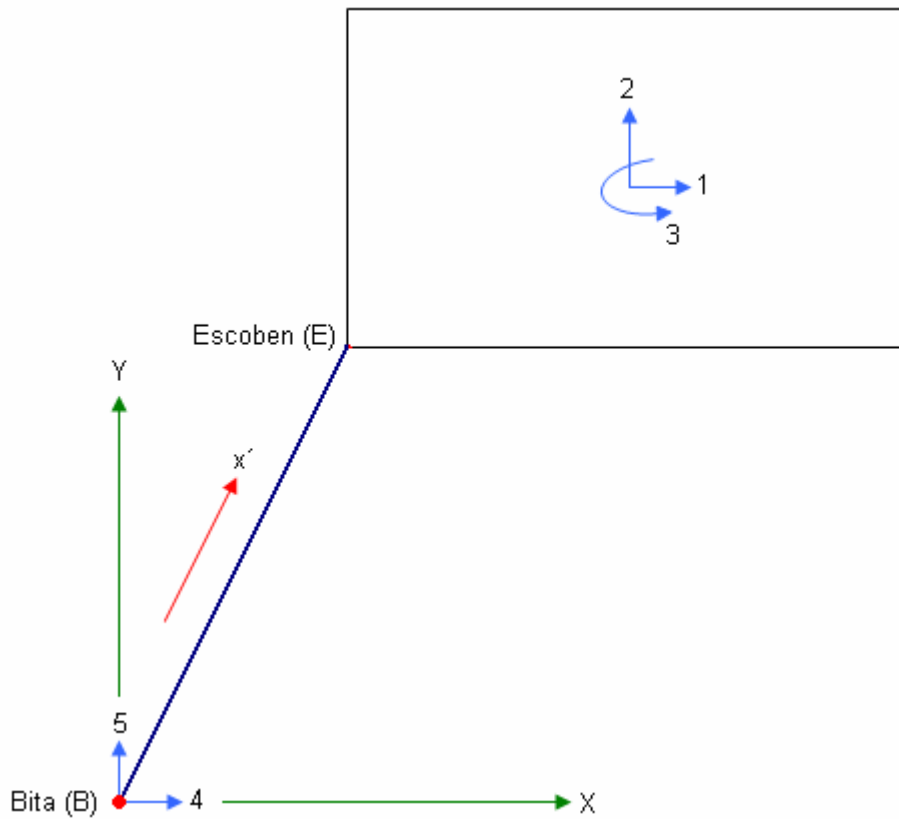


– Figura 6.5 –
Definición de los grados de libertad del sistema

De todos estos grados de libertad, realmente sólo son desconocidos los desplazamientos en 1, 2 y 3. Sabemos de antemano que los desplazamientos en los grados de libertad 4 en adelante son nulos por ser solidarios al muelle considerado rígido e inamovible.



Simplificando el modelo anterior, el problema se reduce a un miembro vinculado a un cuerpo rígido.



– Figura 6.6 –

Representación del modelo en análisis con sus grados de libertad, coordenadas globales y locales

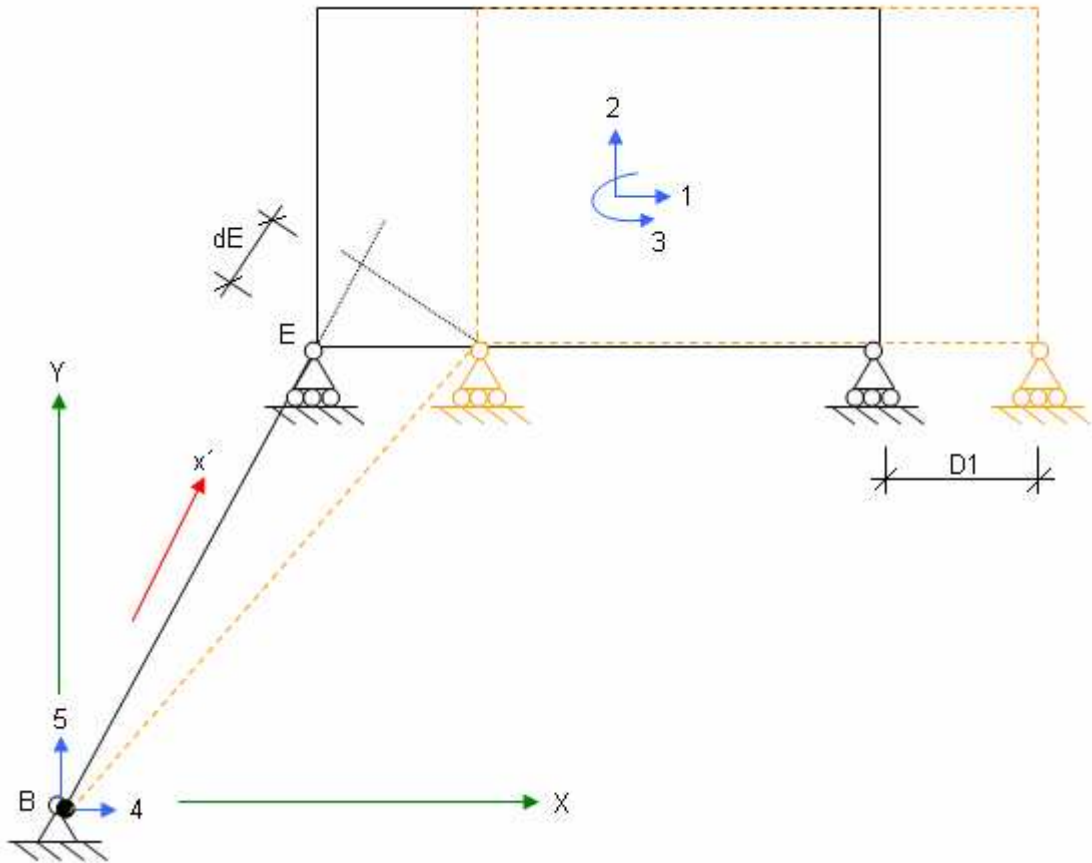
Considerando por separado cada uno de los desplazamientos globales se analizan los desplazamientos generados según las coordenadas locales.



1.- Restringiendo todos los grados de libertad mostrados exceptuando el 1, donde se permite un desplazamiento horizontal D_1 ; se obtiene:

$$d_E = D_1 \cdot \cos \theta_x$$

$$d_E = D_1 \cdot \lambda_x$$



– Figura 6.7 –

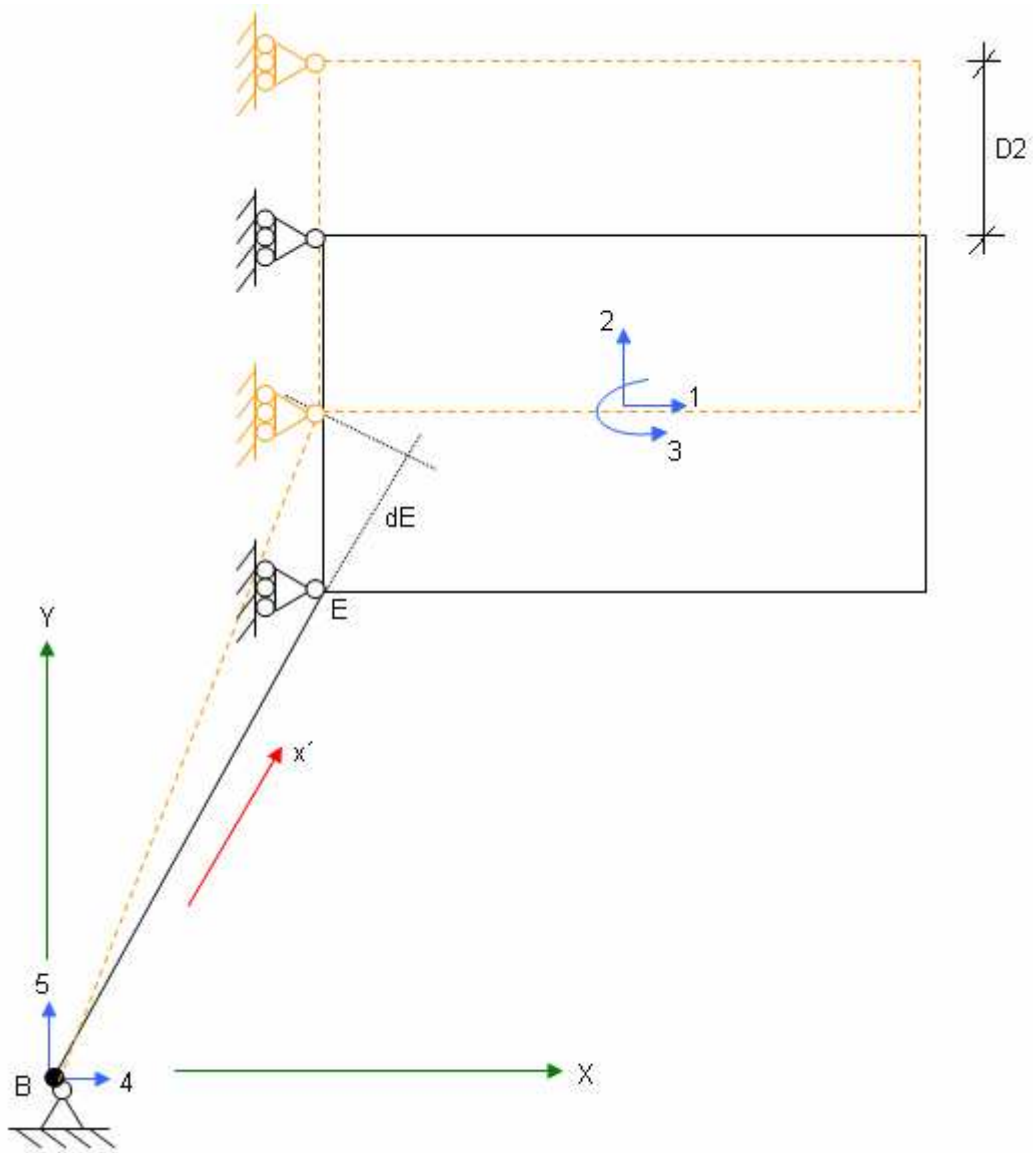
Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 1



2.- Restringiendo todos los grados de libertad mostrados exceptuando el 2, donde se permite un desplazamiento vertical D_2 ; se obtiene:

$$d_E = D_2 \cdot \cos \theta$$

$$d_E = D_2 \cdot \lambda_Y$$



– Figura 6.8 –
Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 2



3.- Restringiendo todos los grados de libertad mostrados exceptuando el 3, donde se permite una rotación D_3 al cuerpo rígido; se obtiene:

$$R \text{ sen} D_3 \sim R * D_3$$

$$d_E = R * D_3 * \text{sen} (\theta_x - \alpha_x)$$

$$d_E = R * D_3 (\text{sen} \theta_x \cdot \text{cos} \alpha_x - \text{cos} \theta_x \cdot \text{sen} \alpha_x)$$

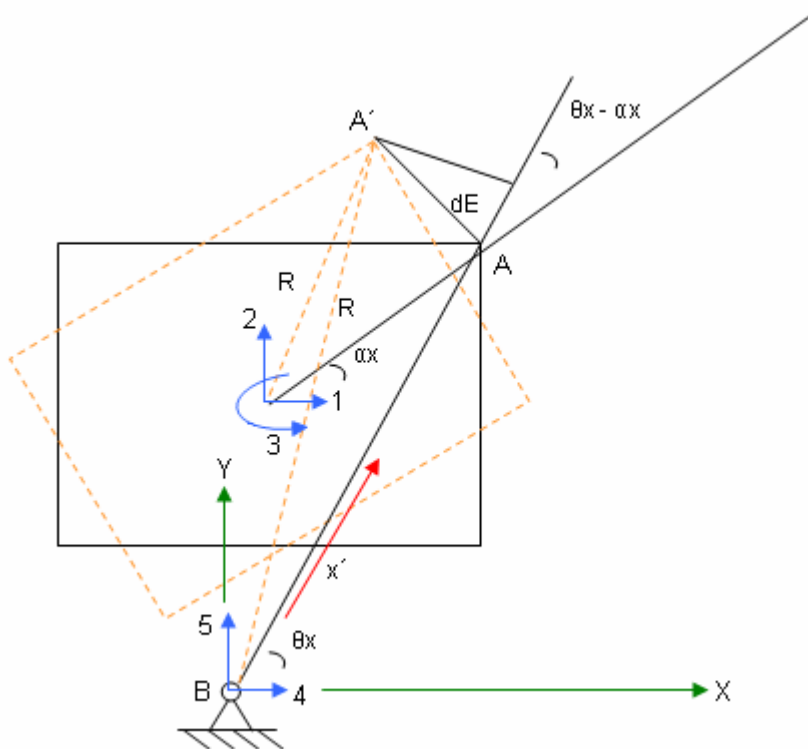
$$R \text{ cos} \alpha_x = x'_E$$

$$R \text{ sen} \alpha_x = y'_E$$

$$d_E = x'_E D_3 \text{ sen} \theta_x - y'_E D_3 \text{ cos} \theta_x$$

$$d_E = D_3 * (x'_E * \text{sen} \theta_x - y'_E * \text{cos} \theta_x)$$

$$d_E = D_3 * a$$



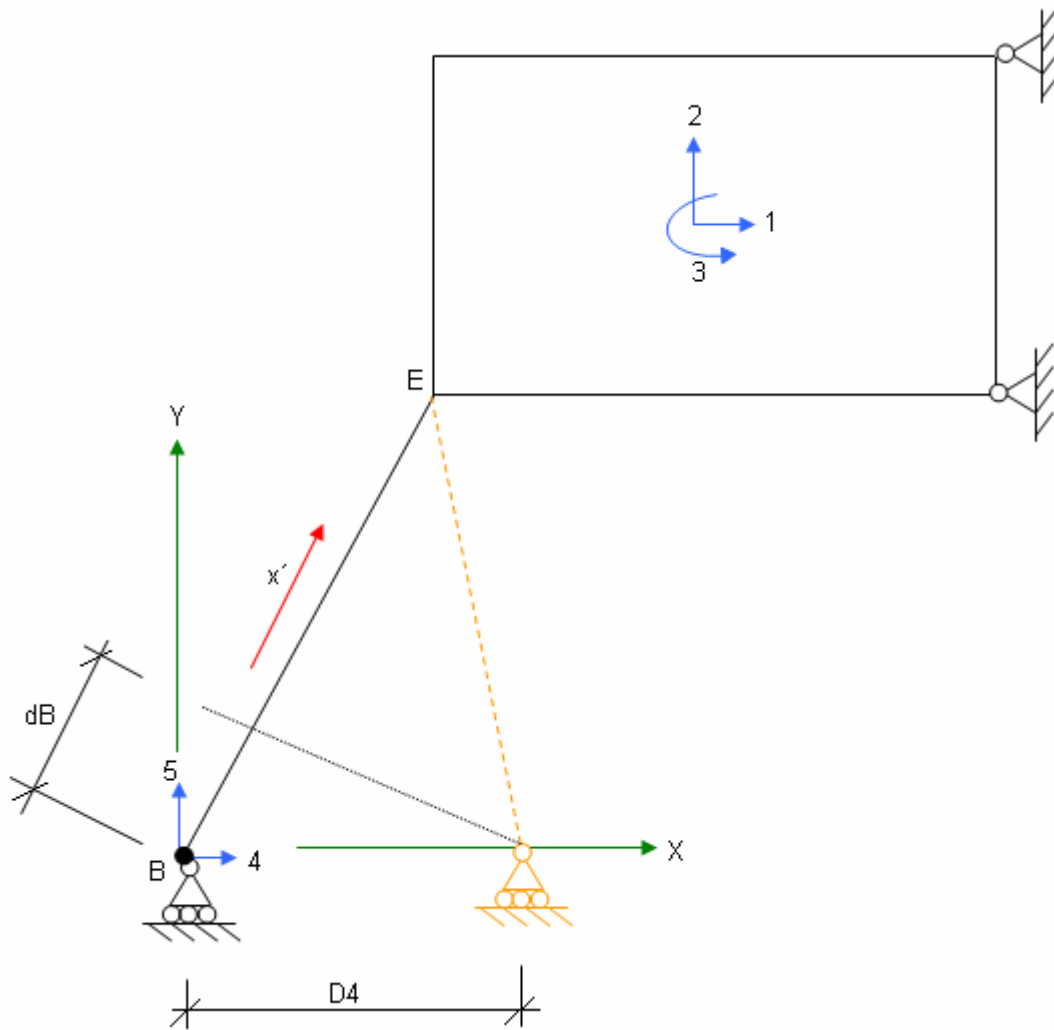
– Figura 6.9 –
Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto la rotación en 3



4.- Restringiendo todos los grados de libertad mostrados exceptuando el 4, donde se permite un desplazamiento D_4 ; se obtiene:

$$d_B = D_4 * \cos \theta_x$$

$$d_B = D_4 * \lambda_x$$



– Figura 6.10 –

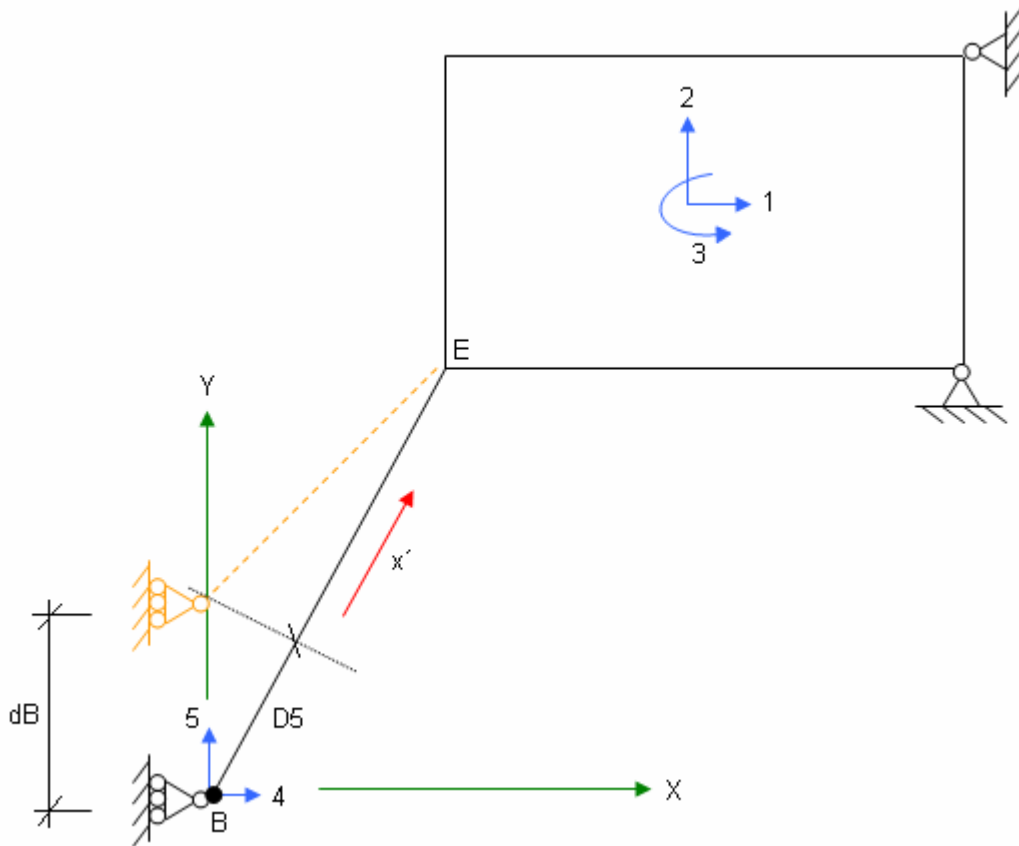
Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 4



5.- Restringiendo todos los grados de libertad mostrados exceptuando el 5, donde se permite un desplazamiento D_5 ; se obtiene:

$$d_B = D_5 \cdot \cos \theta$$

$$d_B = D_5 \cdot \lambda_Y$$



– Figura 6.11 –

Sistema con todos los grados de libertad impedidos, excepto el desplazamiento en 5

En definitiva, el efecto de los desplazamientos de la embarcación se puede expresar de la siguiente manera:

$$d_B = D_4 \cdot \lambda_X + D_5 \cdot \lambda_Y$$

(6.6a)

$$d_E = D_1 \cdot \lambda_X + D_2 \cdot \lambda_Y + D_3 \cdot a$$

(6.6b)



Escritas en forma matricial:

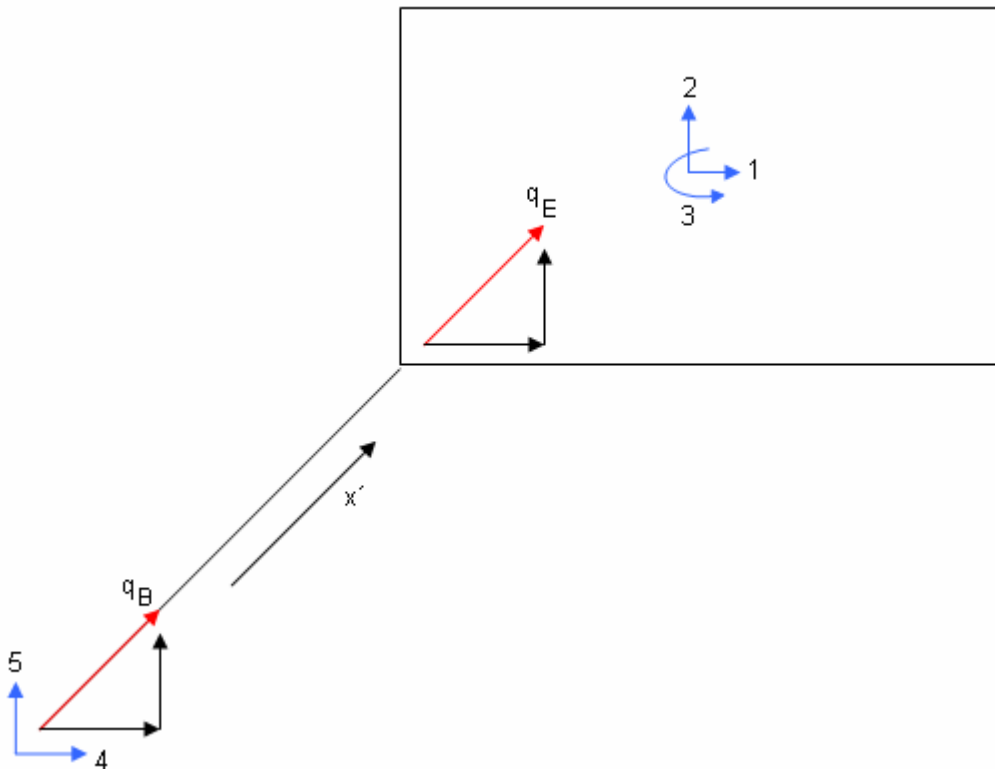
$$\begin{Bmatrix} d_B \\ d_E \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & a \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_4 \\ D_5 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}$$

$$d = T \cdot D \quad (6.7)$$

donde:

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & a \end{bmatrix}$$

6.1.4 Matriz de transformación de fuerzas



– Figura 6.12 –
Representación de las fuerzas en coordenadas locales del sistema.



Análogamente, considerando por separado cada una de las fuerzas aplicadas en los ejes locales y analizando sus componentes en coordenadas globales, se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$Q_4 = q_B \cdot \text{Cos} \theta_X \quad (6.8a)$$

$$Q_5 = q_B \cdot \text{Cos} \theta_Y \quad (6.8b)$$

$$Q_1 = F_X = q_E \cdot \text{Cos} \theta_X = q_E \cdot \lambda_X \quad (6.8c)$$

$$Q_2 = F_Y = q_E \cdot \text{Cos} \theta_Y = q_E \cdot \lambda_Y \quad (6.8d)$$

$$Q_3 = q_E \cdot (\lambda_Y \cdot x'e - \lambda_X \cdot y'e) = q_E \cdot a \quad (6.8e)$$

Las cuales escritas en forma matricial quedan de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} Q_4 \\ Q_5 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_X & 0 \\ \lambda_Y & 0 \\ 0 & \lambda_X \\ 0 & \lambda_Y \\ 0 & a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q_B \\ q_E \end{pmatrix}$$

$$Q = T^T \cdot q \quad (6.9)$$

Las defensas son consideradas como miembros que solo impiden el movimiento vertical en la coordenada X en que se encuentren, por lo tanto, sus cosenos directores serán siempre $\lambda_X = 0$; $\lambda_Y = 1$ y no serán capaces de transmitir momento a la embarcación.

6.1.5 Matriz de rigidez global de un miembro

Hasta el momento se han obtenido las siguientes expresiones:

$$q = k' \cdot d \quad (6.4a)$$

Expresión matricial que relaciona las fuerzas f aplicadas al miembro con los desplazamientos d que ocurren como consecuencia estas; ambas en coordenadas locales.

$$d = T \cdot D \quad (6.7)$$



Expresión matricial que relaciona los desplazamientos d expresados en coordenadas locales con los desplazamientos D expresados en coordenadas globales.

$$Q = T^T \cdot q \quad (6.9)$$

Expresión matricial que relaciona las fuerzas Q en coordenadas globales con sus respectivas componentes en coordenadas locales.

Con estas expresiones podemos obtener la relación entre las fuerzas y los desplazamientos, ambos en coordenadas globales para cada elemento.

Sustituyendo la ecuación (6.4a) en la ecuación (6.9), se tiene

$$Q = T^T \cdot k' \cdot d \quad (6.10a)$$

Luego, sustituyendo la ecuación 6.7 en esta última expresión se obtiene

$$Q = T^T \cdot k' \cdot T \cdot D \quad (6.10b)$$

Donde se define $k = T^T \cdot k' \cdot T$ como la matriz de rigidez global del elemento.

$$k = \begin{vmatrix} \lambda_x & 0 \\ \lambda_y & 0 \\ 0 & \lambda_x \\ 0 & \lambda_y \\ 0 & a \end{vmatrix} \times \frac{EA}{L} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & a \end{vmatrix}$$

Multiplicando las matrices:

$$K = \frac{EA}{L} \begin{vmatrix} \lambda_x^2 & \lambda_x \cdot \lambda_y & -\lambda_x^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & -a \cdot \lambda_x \\ \lambda_x \cdot \lambda_y & \lambda_y^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & -\lambda_y^2 & -a \cdot \lambda_y \\ -\lambda_x^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & \lambda_x^2 & \lambda_x \cdot \lambda_y & a \cdot \lambda_x \end{vmatrix}$$



Sustituyendo k

$$\begin{Bmatrix} Q_4 \\ Q_5 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{Bmatrix} \lambda_x^2 & \lambda_x \cdot \lambda_y & -\lambda_x^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & -a \cdot \lambda_x \\ \lambda_x \cdot \lambda_y & \lambda_y^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & -\lambda_y^2 & -a \cdot \lambda_y \\ -\lambda_x^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & \lambda_x^2 & \lambda_x \cdot \lambda_y & a \cdot \lambda_x \\ -\lambda_x \cdot \lambda_y & -\lambda_y^2 & \lambda_x \cdot \lambda_y & \lambda_y^2 & a \cdot \lambda_y \\ -a \cdot \lambda_x & -a \cdot \lambda_y & a \cdot \lambda_x & a \cdot \lambda_y & a^2 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_4 \\ D_5 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}$$

$$Q = k \cdot D \quad (6.11)$$

Subdividiendo las matrices, queda

$$\begin{Bmatrix} Q_B \\ Q_E \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{Bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} D_B \\ D_E \end{Bmatrix}$$

6.1.6 Matriz de rigidez de la estructura

Una vez obtenida la matriz de rigidez global de todos los elementos es necesario ensamblarlas en el orden apropiado para poder encontrar la matriz K de rigidez de la estructura entera. El proceso de combinar las matrices de miembro depende de una cuidadosa identificación de los elementos de cada matriz. La matriz de rigidez global de la estructura tendrá un orden que será igual al número de grados de libertad total que esta posea. Cuando se ensamblan las matrices k , cada uno de sus elementos se colocará en su misma posición de fila y columna en la matriz K de rigidez de la estructura (Hibbeler, 1993, 1997). En particular, cuando dos o más miembros están conectados al mismo nodo, entonces algunos de los elementos de cada una de las matrices k se asignaran a la misma posición en la matriz K , tal como en el problema en estudio donde todos los miembros convergen a un mismo cuerpo rígido que es la embarcación. Cuando esto ocurre, los elementos asignados a la posición común deben sumarse entre si algebraicamente.

Este proceso de ensamblaje de matrices de miembro para formar la matriz de rigidez de la estructura es tedioso cuando se hace a mano, sin embargo es un proceso algorítmico de fácil programación.

Matriz de rigidez K de la estructura: $K = \Sigma k$



$$\begin{array}{c}
 Q_4 \\
 Q_5 \\
 Q_6 \\
 Q_7 \\
 Q_8 \\
 Q_9 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 Q_n \\
 \hline
 Q_1 \\
 Q_2 \\
 Q_3
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 x \ x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 x \ x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ x \ x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ x \ x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x \ x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x \ x \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \cdot \ \cdot \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \cdot \ \cdot \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x \ x \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x \ x \\
 \hline
 x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \\
 x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \\
 x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x \ x
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 D_4 \\
 D_5 \\
 D_6 \\
 D_7 \\
 D_8 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 D_n \\
 \hline
 D_1 \\
 D_2 \\
 D_3
 \end{array}
 \quad (6.12)$$

$$Q = K \cdot D \quad (6.12)$$

Como hemos identificado los grados de libertad del buque seguidamente, podremos subdividir la expresión anterior $Q = K \cdot D$ de la siguiente manera

$$\begin{array}{c}
 Q_B \\
 Q_E
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 K_{11} \ K_{12} \\
 K_{21} \ K_{22}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 D_B \\
 D_E
 \end{array}$$

donde:

Q_E : Cargas externas conocidas.

D_B : Desplazamientos externos conocidos.

Q_B : Cargas desconocidas.

D_E : Desplazamientos desconocidos.

K : Matriz de rigidez de la estructura, la cual es subdividida en forma compatible con las subdivisiones de las matrices Q y D.

Desarrollando la expresión matricial se obtiene

$$Q_B = K_{11} D_B + K_{12} D_E \quad (6.13)$$

$$Q_E = K_{21} D_B + K_{22} D_E \quad (6.14)$$



Dado que el muelle es una estructura fija, y los desplazamientos en las bitas son cero ($D_B = 0$), las ecuaciones (6.13) y (6.14) quedan de la siguiente manera

$$Q_B = K_{12} D_E \quad (6.13a)$$

$$Q_E = K_{22} D_E \quad (6.14a)$$

Despejando D_E de la ecuación (6.14a)

$$D_E = K_{22}^{-1} Q_E \quad (6.14b)$$

Una vez conocidos los desplazamientos del buque, es fácil obtener las fuerzas generadas en el extremo de la bita a través de la ecuación (6.13a)

Para determinar las fuerzas en los elementos de amarre, se debe sustituir la ecuación (6.7) en la ecuación (6.4a) para cada miembro, donde D_4 y D_5 serán las componentes en X e Y en el extremo cercano a la bita; de esta manera se obtiene la expresión matricial

$$\begin{matrix} q_B \\ q_E \end{matrix} = \frac{EA}{L} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & a \end{vmatrix} \times \begin{matrix} D_4 \\ D_5 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{matrix} \quad (6.15)$$

De los resultados obtenidos con esta expresión, debido a la convención de eje local que hemos adoptado (Bita – Escoben), un valor positivo de q_E indica que el elemento está a tensión.

La expresión general (6.15) se aplica a todos los elementos por igual; donde D_4 y D_5 se refiere a los desplazamientos en los extremos cercanos a la bita para X e Y respectivamente. Como las bitas se encuentran fijas al muelle y no sufren ningún desplazamiento, la expresión (6.15) para el problema en estudio queda de la siguiente manera



$$\begin{pmatrix} q_B \\ q_E \end{pmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix}$$

6.1.7 Matriz K_{22}

Como la ecuación (6.14a) lo indica, es la matriz que relaciona las cargas aplicadas a la embarcación con los desplazamientos de la misma. Para hallar esta matriz es necesario calcular la matriz K_{22} de cada miembro y luego sumarlas: $K_{22} = \Sigma k_{22}$

$$K_{22} = \sum \frac{EA}{L} \begin{pmatrix} \lambda_x^2 & \lambda_x \cdot \lambda_y & a \cdot \lambda_x \\ \lambda_x \cdot \lambda_y & \lambda_y^2 & a \cdot \lambda_y \\ a \cdot \lambda_x & a \cdot \lambda_y & a^2 \end{pmatrix}$$

6.1.8 Matriz K_{12}

Como la ecuación (6.13a) lo indica, es la matriz que relaciona las reacciones en el extremo de la bita con los desplazamientos de la embarcación.

La matriz K_{12} esta compuesta por todas las matrices k_{12} de cada miembro escritas en forma de columna, es decir

$$K_{12} = \begin{pmatrix} K_{12}(\text{miembro "1"}) \\ K_{12}(\text{miembro "2"}) \\ K_{12}(\text{miembro "3"}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ K_{12}(\text{miembro "n"}) \end{pmatrix}$$

donde k_{12} de cada miembro es

$$k_{12} = \frac{EA}{L} \begin{pmatrix} -\lambda_x^2 & -\lambda_x \cdot \lambda_y & -a \cdot \lambda_x \\ -\lambda_x \cdot \lambda_y & -\lambda_y^2 & -a \cdot \lambda_y \end{pmatrix}$$



El problema a estudiar consiste, en esencia, en resolver la ecuación (6.14b) para así obtener los desplazamientos de la embarcación (D_E).

Una vez obtenidos los desplazamientos de la embarcación (D_E), es sencillo determinar las tensiones en los miembros con la ecuación (6.15) y las reacciones en el extremo cercano a la bita con la ecuación (6.13a).

Es importante señalar que tanto la matriz K_{22} como la K_{12} , son función únicamente de la geometría inicial del problema y de las características de los elementos de amarre: área (A) y módulo de elasticidad (E).

6.2 CATENARIAS

Una catenaria es la curva formada por un cable flexible de densidad uniforme que cuelga a partir de dos puntos sobre su peso propio. Ejemplos de estas curvas podemos observar en los cables de los puentes de suspensión y en los cables unidos a los postes del teléfono (<http://math.fullerton.edu/>)

Los cabos de anclaje asumen la forma geométrica de una catenaria entre el fondo marino y el escoben del buque (punto de amarre).

6.2.1 Ecuación general de la catenaria

La figura 6.13 representa la definición de las partes de una catenaria usadas para el análisis de estas curvas. Para cualquier punto (x, z) se cumple lo siguiente:

$$V = T \cdot \text{Sen} \theta \quad (6.16a)$$

$$H = T \cdot \text{Cos} \theta \quad (6.16b)$$

$$T = w \cdot z \quad (6.16c)$$

donde,

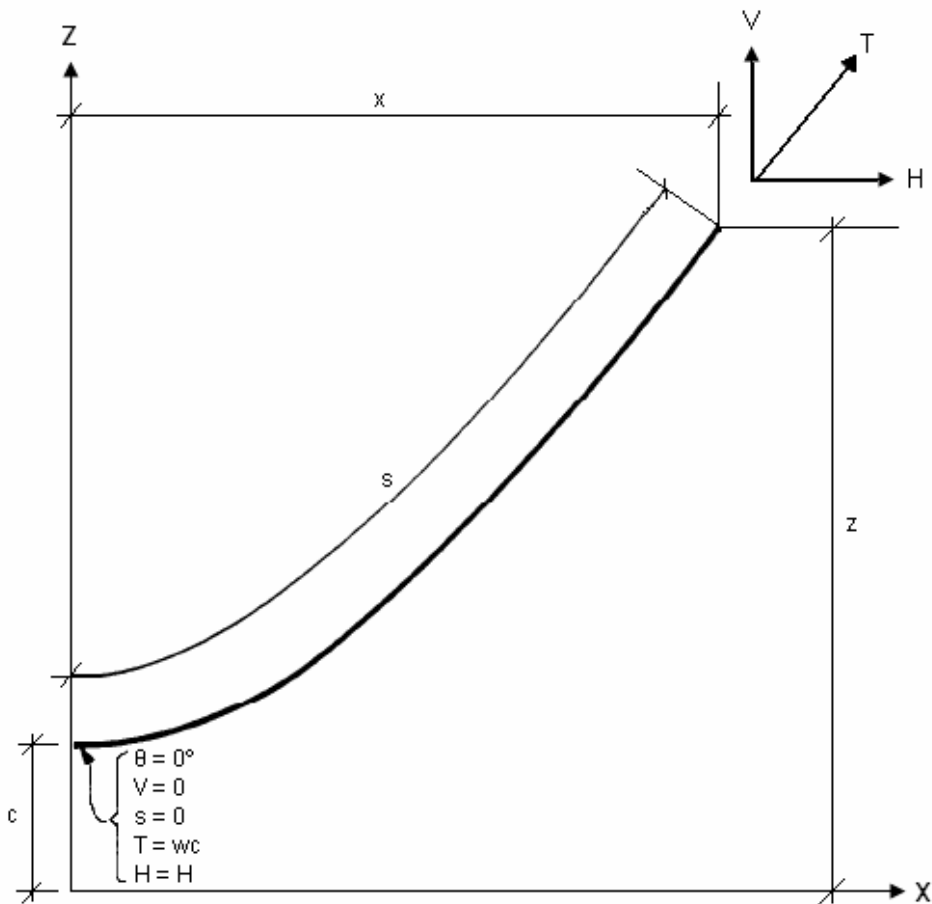
V = Fuerza vertical en el punto (x, z)

H = Fuerza horizontal en el punto (x, z)

T = Tracción en el punto (x, z)

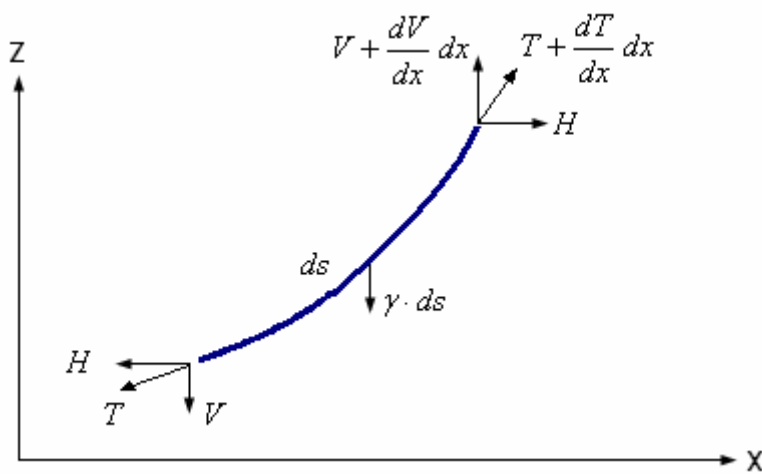
θ = Angulo del cabo de anclaje con la horizontal.

w = Peso sumergido por unidad de longitud.



– Figura 6.13 –
Definición de las partes de una catenaria, para el análisis (U.S. Navy, 1985).

A continuación se demuestra la deducción de la fórmula del trazado de la catenaria (Barros, 1990). La figura 6.14 representa una porción de una catenaria, con longitud “ ds ” e peso por unidad de longitud “ γ ”.



– Figura 6.14 –
Porción de un cabo de anclaje (catenaria)



Descomponiendo la fuerza de tracción en sus componentes horizontal y vertical, y del equilibrio en ambas direcciones, se obtiene que:

Según el equilibrio en la dirección horizontal (X):

$$\frac{dH}{dx} dx = 0 \quad (6.17)$$

de lo que se concluye que la fuerza horizontal (H) es constante a lo largo de todo el eje X.

Según el equilibrio en la dirección vertical (Y)

$$dV = \frac{dV}{dx} dx = \gamma \cdot ds \quad (6.18)$$

Luego, en el extremo inferior de la figura, se tiene que

$$V = H \frac{dz}{dx} \quad (6.19)$$

Derivando la ecuación (6.19), resulta

$$\frac{dV}{dx} = H \frac{d^2z}{dx^2} = \gamma \frac{ds}{dx} = \gamma \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \quad (6.19a)$$

Designando $t = \frac{dz}{dx}$ y sustituyendo en la ecuación (6.19a), queda

$$H \frac{dt}{dx} = \gamma \sqrt{1 + t^2} \quad (6.19b)$$

Ahora separando las variables e integrando, se obtiene

$$\frac{dt}{\sqrt{1+t^2}} = \frac{\gamma}{H} dx \quad \rightarrow \quad \text{arc sh } t = \frac{\gamma \cdot x}{H} + C_1$$

$$t = \frac{dz}{dx} = \text{sh} \left(\frac{\gamma \cdot x}{H} + C_1 \right) \quad (6.19c)$$



Integrando nuevamente, se obtiene la ecuación general de la catenaria

$$z(x) = \int t \, dx = \frac{H}{\gamma} \cdot \text{ch} \left(\frac{\gamma \cdot x}{H} + C_1 \right) + C_2 \quad (6.20)$$

donde las constantes C_1 y C_2 son determinadas con las condiciones de borde en el punto A del cabo de anclaje. Dependiendo de estas condiciones de borde, existen dos tipos de catenarias; catenaria completamente desarrollada y catenaria no completamente desarrollada. A continuación se explica con detalles cada una de estas catenarias (Barros, 1990).

6.2.2 Catenaria completamente desarrollada

Esta curva catenaria es tangente con el eje horizontal, es decir, el ángulo del cabo de anclaje con la horizontal es cero ($\theta = 0^\circ$). Por ende la componente vertical, de la fuerza de tracción, en el origen es nula ($V_0 = 0$). Sustituyendo estas condiciones de borde en la ecuación general de la catenaria (ec. 6.20) se tiene que:

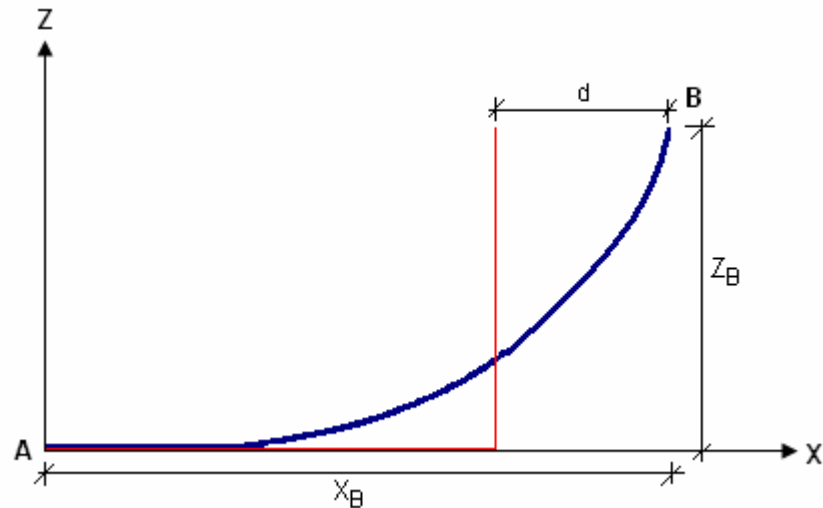
$$C_2 = -\frac{H}{\gamma} \quad (6.20a)$$

La ecuación de la catenaria completamente desarrollada será:

$$z(x) = \frac{H}{\gamma} \cdot \left[\text{ch} \left(\frac{\gamma \cdot x}{H} \right) - 1 \right] \quad (6.21)$$

6.2.2.1 Características geométricas y mecánicas

La figura 6.15 representa una curva catenaria entre los puntos A(0, 0) situado en el fondo marino y el punto B(x, z). Donde, la línea roja representa la catenaria límite y la línea azul representa una catenaria con determinado peso y tracción.



– Figura 6.15 –
Catenaria entre los puntos A y B.

La inclinación de la catenaria en el punto B (x, z) respecto a la horizontal es:

$$\operatorname{tg} \alpha(x) = \frac{dz}{dx} = \operatorname{sh} \frac{\gamma \cdot x}{H} = \frac{V}{H} \quad (6.21)$$

Como el punto A (0, 0) tiene tracción horizontal, porque es una catenaria completamente desarrollada, el equilibrio vertical asegura que la componente vertical en el punto B (x, z) sea igual al peso de la catenaria, esto es, $V = W = \gamma \cdot S_x$

La longitud de la catenaria entre el punto de origen A (0, 0) y el punto genérico B (x, z), es dada por:

$$S_x = \int_0^x ds = \int_0^x \sqrt{dx^2 + dz^2} = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx = \int_0^x \operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H} dx = \frac{H}{\gamma} \cdot \operatorname{sh} \frac{\gamma \cdot x}{H} \quad (6.22)$$

El centro de gravedad G de la catenaria está ubicado en

$$X_G = \frac{\int_0^x x ds}{S_x} = \frac{\int_0^x x \operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H} dx}{S_x} = \frac{x \cdot \frac{H}{\gamma} \cdot \operatorname{sh} \frac{\gamma \cdot x}{H} - \left(\frac{H}{\gamma}\right)^2 \cdot \left[\operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H}\right]_0^x}{S_x}$$

$$X_G = x - \frac{H}{\gamma} \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H} - 1}{\operatorname{sh} \frac{\gamma \cdot x}{H}} = x - \frac{H}{\gamma} \cdot \frac{\frac{\gamma \cdot z}{H}}{\frac{\gamma \cdot S_x}{H}} = x - \frac{H}{\gamma} \cdot \frac{z}{S_x}$$



$$X_G = x - \frac{H}{\gamma} \cdot \frac{z}{S_x} \quad (6.23a)$$

$$\begin{aligned} Z_G &= \frac{\int_0^x z \, ds}{S_x} = \frac{\int_0^x \frac{H}{\gamma} \cdot \left[\operatorname{ch}\left(\frac{\gamma \cdot x}{H}\right) - 1 \right] \cdot \operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H} \, dx}{S_x} = \frac{\int_0^x \frac{H}{\gamma} \cdot \operatorname{ch}^2 \frac{\gamma \cdot x}{H} \, dx - \int_0^x \frac{H}{\gamma} \cdot \operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H} \, dx}{S_x} \\ Z_G &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{H}{\gamma} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \frac{H}{\gamma} \cdot S_x \cdot \operatorname{ch} \frac{\gamma \cdot x}{H} - \frac{H}{\gamma} \cdot S_x}{S_x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{H}{\gamma} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \left(z + \frac{H}{\gamma} \right) \cdot S_x - \frac{H}{\gamma} \cdot S_x}{S_x} \\ Z_G &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{H}{\gamma} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \left(z + \frac{H}{\gamma} \right) \cdot S_x - \frac{H}{\gamma} \cdot S_x}{S_x} \quad (6.23b) \end{aligned}$$

La tracción de la catenaria en el punto B (x, z) es determinada a partir del equilibrio entre los puntos A y B:

$$H = T \cdot \cos \alpha = W \cdot \cot \alpha = \gamma \cdot S_x \cdot \cot \alpha$$

$$T = \frac{H}{\cos \alpha} = \frac{\gamma \cdot S_x}{\sin \alpha} \quad (6.24a)$$

donde,

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\operatorname{sh} \frac{\gamma \cdot x}{H} \right) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{V}{H} \right) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\gamma \cdot S_x}{H} \right)$$

La tracción de la catenaria en el punto genérico B (x, z) también puede ser expresada por:

$$T^2 = H^2 + V^2 = H^2 + (\gamma \cdot S_x)^2 = H^2 \cdot \left(1 + \operatorname{sh}^2 \frac{\gamma \cdot x}{H} \right) = H^2 \cdot \operatorname{ch}^2 \frac{\gamma \cdot x}{H} = H^2 \cdot \left(\frac{\gamma \cdot z}{H} + 1 \right)^2$$

por lo tanto,

$$T = H \cdot \left(\frac{\gamma \cdot z}{H} + 1 \right) = H + \gamma \cdot z \quad (6.24b)$$



De esta ecuación podemos concluir que la tracción en cualquier sección de la catenaria varia linealmente con la distancia vertical al punto de origen A (0, 0)

Una de las características mecánicas de fundamental importancia es su energía potencia, la cual viene expresada por

$$E_p = \int_0^{S_x} z \cdot \gamma \, ds = \gamma \int_0^{S_x} z \frac{ds}{dx} \, dx = \gamma \int_0^{S_x} \left(\frac{H}{\gamma} \cdot ch \frac{\gamma \cdot x}{H} - \frac{H}{\gamma} \right) \frac{d}{dx} \left(\frac{H}{\gamma} \cdot sh \frac{\gamma \cdot x}{H} \right) dx \quad (6.25)$$

Aplicando rigurosamente las fórmulas de integración y de características de las funciones hiperbólicas, permite realizar integrar la expresión, obteniendo

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot z \cdot S_x - \frac{1}{2} \cdot H \cdot (S_x - x) \quad (6.25a)$$

6.2.3 Catenaria no completamente desarrollada

Esta curva forma un ángulo con el eje horizontal diferente de cero ($\theta \neq 0^\circ$).

Para $x = 0$; $z = 0$; $\frac{dz}{dx} = \frac{V_0}{H}$. Sustituyendo en la ecuación (6.19c)

$$\frac{V_0}{H} = sh C_1 \quad \rightarrow \quad C_1 = arc \, sh \left(\frac{V_0}{H} \right) \quad (6.26a)$$

Ahora, sustituyendo C_1 en la ecuación (6.20), se obtiene C_2

$$0 = \frac{H}{\gamma} \cdot ch(C_1) + C_2$$

$$C_2 = -\frac{H}{\gamma} \cdot ch \left(arc \, sh \frac{V_0}{H} \right) = -\frac{H}{\gamma} \cdot \sqrt{1 + sh^2 C_1} = -\frac{H}{\gamma} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_0}{H} \right)^2}$$

$$C_2 = -\frac{H}{\gamma} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_0}{H} \right)^2} \quad (6.26b)$$



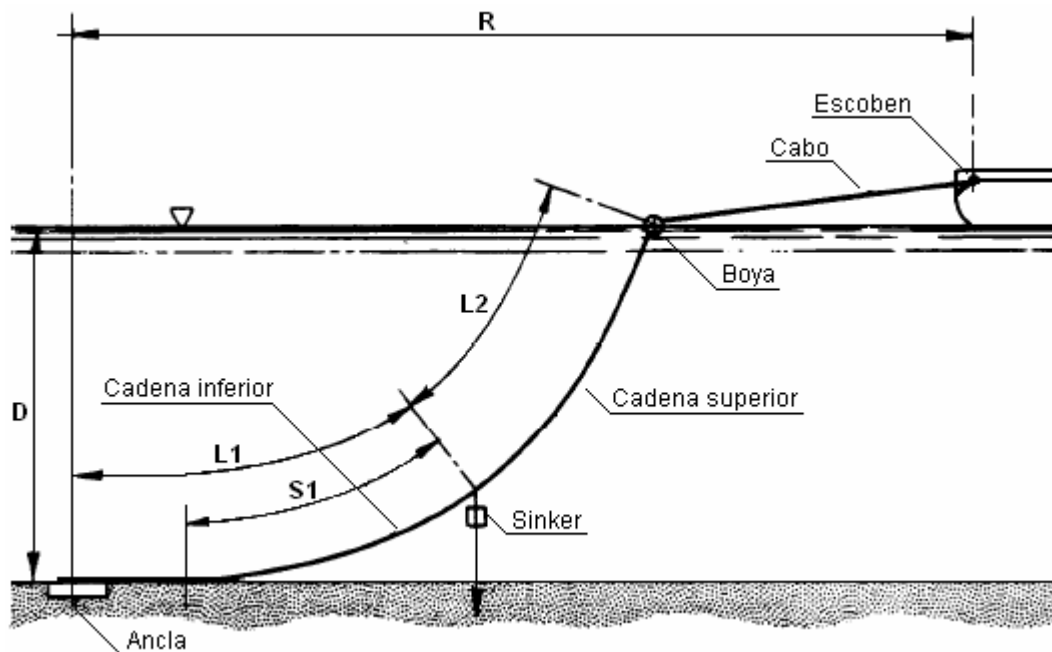
La ecuación de la catenaria no completamente desarrollada será:

$$z(x) = \frac{H}{\gamma} \cdot \left[ch \left(\frac{\gamma \cdot x}{H} + \text{arc sh } \frac{V_0}{H} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{V_0}{H} \right)^2} \right] \quad (6.27)$$

En este caso existe una componente vertical de la fuerza de tracción en el origen, actuando en el ancla o bloque de amarre. En general las fuerzas de amarre del ancla pueden ser consideradas pequeñas, incluso para componentes verticales menores que el peso del ancla, por lo que se recomienda limitar el ángulo de inclinación horizontal entre 3° a 6° (Barros, 1990).

6.2.4 Curva Fuerza horizontal vs Distancia horizontal

La curva Fuerza horizontal vs Distancia horizontal de los cabos de anclaje será computarizada con la ayuda de las ecuaciones de la catenaria. El sistema general consiste en dividir la cadena en dos secciones, una sección superior y una sección inferior, cada una con un peso por longitud diferente y donde el punto de conexión con el sinker indica la separación entre ambas secciones (Naval Facilities Engineering Command, NFEC, 1985).



– Figura 6.16 –
Definición de las variables de un cabo de anclaje, como catenaria (NFEC, 1985).



La distancia horizontal de la cadena para determinar la fuerza horizontal del sistema, puede ser calculada si se conocen la longitud de la cadena y la fuerza vertical en el ancla. Serán considerados cuatro casos (NFEC, 1985):

- ▶ Caso 1: Parte superior de la cadena en parte levantada.
- ▶ Caso 2: Parte superior de la cadena completamente levantada, pero el sinker en el fondo.
- ▶ Caso 3: Parte inferior de la cadena en parte levantada.
- ▶ Caso 4: Parte inferior de la cadena completamente levantada.

Las ecuaciones para determinar la distancia horizontal (R) en cada caso son presentadas a continuación

6.2.4.1 Caso 1

$$R = L_1 + L_2 - S_2 + C_2 \cdot \log\left(\frac{S_2}{C_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{S_2}{C_2}\right)^2 + 1} \quad (6.28a)$$

donde,

$$S_2 = \sqrt{D \cdot (D + 2 \cdot C_2)}$$

6.2.4.2 Caso 2

$$R = L_1 + C_2 \cdot \log\left(\frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 1}}{v + \sqrt{v^2 + 1}}\right) \quad (6.28b)$$

donde,

$$v = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{D}{C_2} \cdot \sqrt{\frac{4}{\left(\frac{S_2}{C_2}\right)^2} - \left(\frac{D}{C_2}\right)^2 + 1} - \frac{S_2}{C_2} \right]$$

$$a_1 = v + \frac{L_2}{C_2}$$

6.2.4.3 Caso 3

$$R = L_1 - S_1 + C_1 \cdot \log\left(\frac{S_1}{C_1} + \sqrt{\left(\frac{S_1}{C_1}\right)^2 + 1}\right) + C_2 \cdot \log\left(\frac{a_2 + \sqrt{a_2^2 + 1}}{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 1}}\right) \quad (6.28c)$$



donde,

$$a_1 = \frac{S_1}{C_1} + \frac{w}{H}$$

$$a_2 = a_1 + \frac{L_2}{C_2}$$

$$D = C_1 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{S_1}{C_1} \right)^2 + 1} - 1 \right) + C_2 \cdot \left(\sqrt{a_2^2 + 1} - \sqrt{a_1^2 + 1} \right)$$

Mediante el método de Newton-Raphson se determina el valor de S_1

6.2.4.4 Caso 4

$$R = C_1 \cdot \log \left(\frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 + 1}}{v + \sqrt{v^2 + 1}} \right) + C_2 \cdot \log \left(\frac{a_3 + \sqrt{a_3^2 + 1}}{a_2 + \sqrt{a_2^2 + 1}} \right) \quad (6.28d)$$

donde,

$$a_1 = v + \frac{L_1}{C_1}$$

$$a_2 = a_1 + \frac{w}{H}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{L_2}{C_2}$$

$$D = C_1 \cdot \left(\sqrt{a_1^2 + 1} - \sqrt{v^2 + 1} \right) + C_2 \cdot \left(\sqrt{a_3^2 + 1} - \sqrt{a_2^2 + 1} \right)$$

Mediante el método de Newton-Raphson se determina el valor de v

donde,

$a_1 ; a_2 ; a_3$ = Variables intermedias en la ecuación de la catenaria.

$C_1 ; C_2$ = Constantes de la catenaria.

D = Profundidad del agua.

H = Fuerza horizontal de la cadena de anclaje.

L_1 = Longitud de la sección inferior de la cadena.

L_2 = Longitud de la sección superior de la cadena.

R = Distancia horizontal entre el ancla y el escoben.

$S_1 ; S_2$ = Longitud de las secciones levantadas.

w = Peso sumergido del sinker.



6.3 APROXIMACIÓN POR MINIMOS CUADRADOS

El método de mínimos cuadrados asume que la mejor aproximación a una curva dada es otra que tiene la suma mínima de las desviaciones ajustadas (menor error cuadrado) de un sistema de datos.

Suponiendo que los puntos de la curva a aproximar son $(X_1, Y_1); (X_2, Y_2); \dots; (X_n, Y_n)$ donde X es la variable independiente e Y es la variable dependiente. La curva $f(X)$ que mejor se aproxima a los datos tiene como desviación (error) d de cada punto de referencia la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}d_1 &= Y_1 - f(X_1) \\d_2 &= Y_2 - f(X_2) \\&\dots \\d_n &= Y_n - f(X_n)\end{aligned}$$

De acuerdo con el método de mínimos cuadrados, la mejor curva de aproximación satisface la siguiente propiedad: La sumatoria de los cuadrados de las desviaciones tiene que ser mínima. (<http://www.efunda.com>)

$$\Pi = d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i)]^2 = \text{mínimo} \quad (6.29)$$

6.3.1 Regresión lineal

Dada la función $f(X) = a_0 + a_1 X$

Para aproximar una serie de datos (X_i, Y_i) a la mejor curva (recta) de aproximación se tiene que satisfacer que

$$R = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X_i)]^2 = \text{mínimo} \quad (6.30)$$

El valor mínimo de la sumatoria de los cuadrados de los residuos se obtiene haciendo cero la primera derivada del residuo respecto a los coeficientes a_0 y a_1

$$\frac{\partial R}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X_i)] = 0 \quad (6.31a)$$

$$\frac{\partial R}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X_i)] X_i = 0 \quad (6.32a)$$

Los coeficientes a_0 y a_1 son determinados por las expresiones

$$a_0 = \frac{\sum Y_i \cdot \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i \cdot Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (6.31b)$$

$$a_1 = \frac{n \sum X_i \cdot Y_i - \sum X_i \cdot \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (6.32b)$$

6.3.2 Ajuste a una parábola

Dada la función $f(X) = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$

El método de los mínimos cuadrados consiste en determinar los valores de los coeficientes a_0 , a_1 , a_2 de manera que hagan mínima la suma de los cuadrados de los residuos. Siendo el residuo expresado por

$$R = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X_i + a_2 X_i^2)]^2 = \text{mínimo} \quad (6.33)$$

La condición para que el residuo sea mínimo es: $\frac{\partial R}{\partial a_i} = 0$

$$\frac{\partial R}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X + a_2 X^2)] = 0 \quad (6.34)$$

$$\frac{\partial R}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X + a_2 X^2)] X = 0 \quad (6.35)$$

$$\frac{\partial R}{\partial a_2} = -2 \sum_{i=1}^n [Y_i - (a_0 + a_1 X + a_2 X^2)] X^2 = 0 \quad (6.36)$$

Ordenando en forma matricial

$$\begin{vmatrix} n & \sum X_i & \sum X_i^2 \\ \sum X_i & \sum X_i^2 & \sum X_i^3 \\ \sum X_i^2 & \sum X_i^3 & \sum X_i^4 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i \cdot Y_i \\ \sum X_i^2 \cdot Y_i \end{vmatrix}$$



de aquí se obtienen los valores de los coeficientes a_i

6.3.3 Otras aplicaciones

Aunque la aproximación por mínimos cuadrados usando polinomios, es el procedimiento más usado, ocasionalmente es apropiado aproximar el conjunto de datos a una función de la forma:

$$f(x) = b \cdot e^{a \cdot x} \quad (6.37)$$

o

$$f(x) = b \cdot x^a \quad (6.38)$$

La dificultad de aplicar el método de los mínimos cuadrados en este tipo de situaciones es cuando se intenta minimizar el residuo (error) que viene expresado por:

$$R = \sum_{i=1}^n (Y_i - b \cdot e^{a \cdot X_i})^2 \quad \text{Para el caso de la ecuación (6.37)}$$

$$R = \sum_{i=1}^n (Y_i - b \cdot X_i^a)^2 \quad \text{Para el caso de la ecuación (6.38)}$$

Dado que generalmente no se encuentra la solución exacta en cualquiera de los dos casos, el método normalmente usado cuando se sospecha que los datos están exponencialmente relacionados consiste en considerar el logaritmo de las ecuaciones de aproximación, quedando ahora, ambos casos, convertidos en un problema lineal. Los coeficientes a y b son determinados aplicando el método de los mínimos cuadrados a cada una de las rectas. Cabe destacar que la aproximación obtenida de esta manera no es la aproximación por el método de los mínimos cuadrados del problema original (Chapra & Canale, 1998).

6.3.3.1 Aproximación semi – logarítmica:

$$f(x) = b \cdot e^{a \cdot x} \quad (6.39)$$

Aplicando logaritmo neperiano en ambos lados de la ecuación (6.39), se obtiene la siguiente expresión

$$\text{Ln}(Y) = \text{Ln}(b) + a \cdot X \quad (6.39a)$$



Ahora el problema se reduce a un problema lineal. Los coeficientes a y b son determinados aplicando el procedimiento de regresión lineal por mínimos cuadrados, arriba descrito.

$$a = \frac{n \sum X_i \cdot \text{Ln}(Y_i) - \sum X_i \cdot \sum \text{Ln}(Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (6.40a)$$

$$\text{Ln}(b) = \frac{\sum \text{Ln}(Y_i) \cdot \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i \cdot \text{Ln}(Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (6.40b)$$

6.3.3.2 Aproximación logarítmica:

$$f(x) = b \cdot x^a \quad (6.41)$$

Aplicando logaritmo neperiano en ambos lados de la ecuación (6.41), se obtiene la siguiente expresión

$$\text{Ln}(Y) = \text{Ln}(b) + a \cdot \text{Ln}(X) \quad (6.41a)$$

Ahora el problema se reduce a un problema lineal. Los coeficientes a y b son determinados aplicando el procedimiento de regresión lineal por mínimos cuadrados, arriba descrito.

$$a = \frac{n \sum \text{Ln}(X_i) \cdot \text{Ln}(Y_i) - \sum \text{Ln}(X_i) \cdot \sum \text{Ln}(Y_i)}{n \sum \text{Ln}(X_i)^2 - [\sum \text{Ln}(X_i)]^2} \quad (6.42a)$$

$$\text{Ln}(b) = \frac{\sum \text{Ln}(Y_i) \cdot \sum \text{Ln}(X_i)^2 - \sum \text{Ln}(X_i) \cdot \sum \text{Ln}(X_i) \cdot \text{Ln}(Y_i)}{n \sum \text{Ln}(X_i)^2 - [\sum \text{Ln}(X_i)]^2} \quad (6.42b)$$

6.4 APROXIMACIÓN POR CUBIC SPLINE

El tipo de aproximación por trozos utilizando polinomios cúbicos entre cada par de puntos sucesivos se llama interpolación “*cubic spline*” y es una de las técnicas más populares actualmente usada. Debido a que en la forma general de un polinomio cúbico están involucradas cuatro constantes, se tiene suficiente flexibilidad en el procedimiento de interpolación por “*cubic spline*” para asegurar no sólo que la interpolación sea continua y derivable en el intervalo sino que también posea una derivada segunda continua. Vale la



pena recordar, sin embargo, que no se asume que las derivadas de la interpolación coincidan con las de la función (que se está aproximando) ni siquiera en los puntos sucesivos (Burden, et al., 1978).

Dada la función f definida en $[a, b]$ y una serie de puntos $a = X_0 < X_1 < X_2 < \dots < X_n = b$, la interpolación por “*cubic spline*” (S) para la función f satisface las siguientes condiciones:

S es un polinomio cúbico, denotado por S_j , en el intervalo $[X_j ; X_{j+1}]$ para cada $j = 0, 1, 2, \dots, n-1$

- i) $S(x_j) = f(x_j)$ para cada $j = 0, 1, 2, \dots, n$
- ii) $S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, 2, \dots, n-2$
- iii) $S'_{j+1}(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, 2, \dots, n-2$
- iv) $S''_{j+1}(x_{j+1}) = S''_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0, 1, 2, \dots, n-2$
- v) Una de las siguientes condiciones de frontera es satisfecha:
 - a. $S''(x_0) = S''(x_n) = 0$ → Free Condition
 - b. $S'(x_0) = f'(x_0)$ y $S'(x_n) = f'(x_n)$ → Clamped condition

Aunque las funciones de aproximación se pueden definir con otras condiciones de borde, las mencionadas anteriormente son suficientes para nuestros propósitos. Cuando son usadas las condiciones de borde libres, la función de “*cubic spline*” se llama “*natural spline*”. En general, las condiciones de borde clamped conducirán a aproximaciones más exactas debido al hecho de que incluyen más información sobre la función; sin embargo, para este tipo de condiciones de borde es necesario tener los valores de las derivadas en los puntos extremos de la función, o una aproximación exacta a esos valores. (Burden, et al., 1978)

Para realizar la interpolación de una dada función f se pueden aplicar las condiciones ya expuestas, a cada uno de los polinomios cúbicos, $S_j(x)$, los cuales serán escritos en la forma:

$$S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3 \quad (6.43)$$

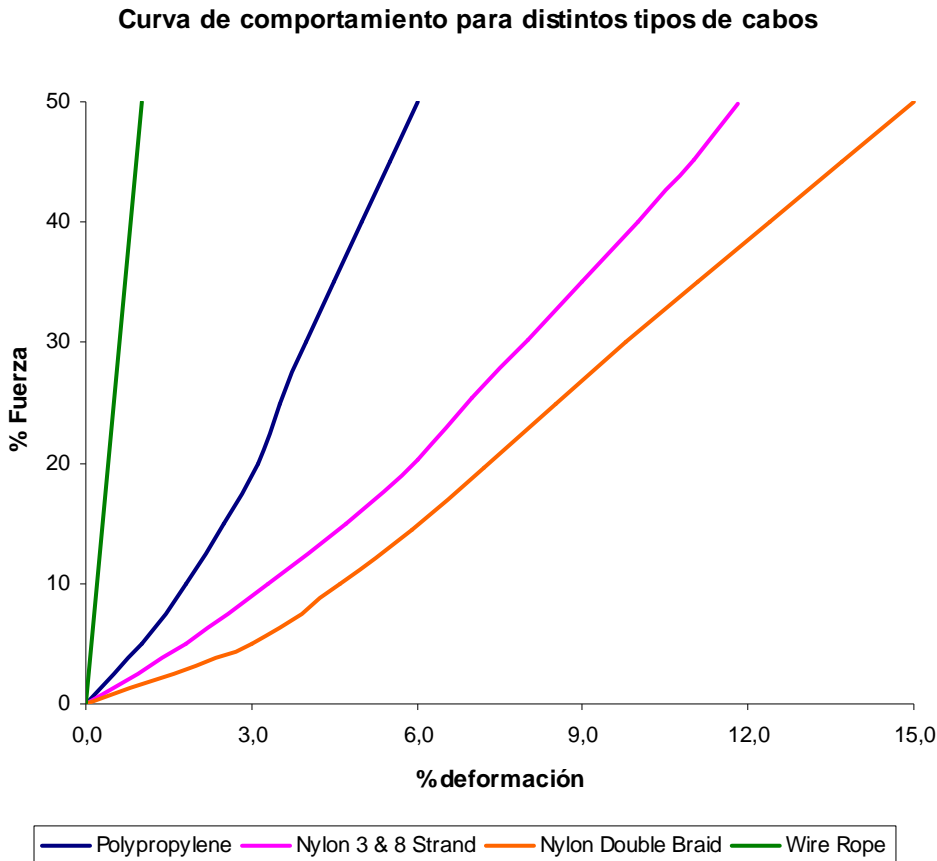
Para cada $j = 0, 1, 2, \dots, n-1$



6.5 DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ AXIAL DE LOS ELEMENTOS

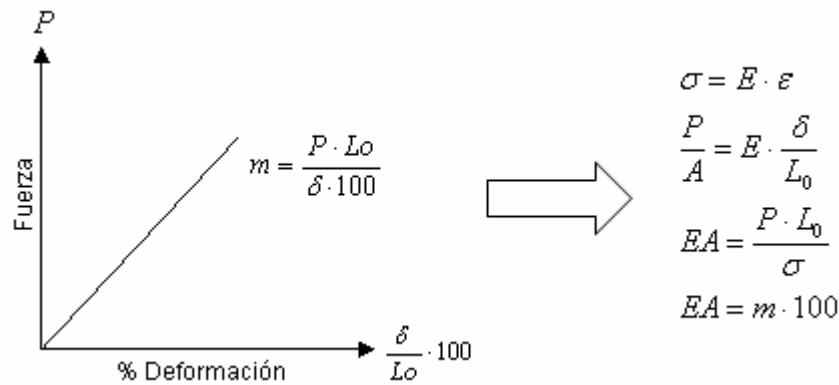
6.5.1 Cabos de amarre

Como se puede observar en la figura 6.19, la curva de comportamiento de los cabos de amarre tiene un comportamiento lineal o casi lineal, de esta forma para determinar la rigidez axial de estos elementos es suficiente con aproximar la curva a una recta.



– Figura 6.17 –
Curva Fuerza versus Deformación para distintos tipos de cabos de amarre.

Para determinar el valor de EA a ser utilizado en el análisis se debe recurrir a la ley de Hooke en la relación lineal de la curva de comportamiento, siendo entonces:



6.5.2 Defensas

Comúnmente el comportamiento de las defensas se expresa mediante un gráfico de Fuerza Vs. Porcentaje de deformación; el cual en la mayoría de los casos es una curva. Consecuentemente dichos elementos pueden trabajar tanto en el rango lineal como en el rango no lineal. Por lo tanto; para determinar la rigidez axial de las defensas, es necesario conocer la ley constitutiva de la curva de comportamiento; para conseguir esto se aproxima dicha curva mediante los métodos expuestos en los puntos 6.3 y 6.4 para así determinar su derivada y con esto la rigidez en cada punto.

6.5.2.1 Aproximación parabólica por mínimos cuadrados:

Dados los datos (δ/L ; F) de la curva de comportamiento, estos son aproximados mediante la utilización del método de mínimos cuadrados a un polinomio de 2do grado.

$$F = a_0 + a_1 \cdot \left(\frac{\delta}{L}\right) + a_2 \cdot \left(\frac{\delta}{L}\right)^2 \quad (6.46)$$

Derivando la expresión anterior, se obtiene la rigidez axial del elemento

$$\frac{\partial F}{\partial(\delta/L)} = EA = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot \left(\frac{\delta}{L}\right) \quad (6.46a)$$

en el instante inicial $\left(\frac{\delta}{L}\right) = 0 \rightarrow EA_0 = a_1$

Para que esta aproximación tenga validez física, a_1 debe ser positivo.



6.5.2.2 Aproximación semi – logarítmica:

Dados los datos (δ/L ; F) de la curva de comportamiento, estos son aproximados a una ecuación exponencial del tipo:

$$F = b \cdot e^{a \left(\frac{\delta}{L} \right)} \quad (6.47)$$

Aplicando logaritmo a ambos lados de la ecuación (6.47) se obtiene la siguiente expresión, la cual tiene la forma de la ecuación de una recta permitiendo de esta manera se determinan los coeficientes a y b utilizando el método de mínimos cuadrados.

$$\ln(F) = \ln(b) + a \cdot \left(\frac{\delta}{L} \right) \quad (6.47a)$$

Después de obtener los coeficientes a y b queda definida la expresión de aproximación que caracteriza el comportamiento del elemento.

Derivando la ecuación (6.47) se obtiene la rigidez axial,

$$\frac{\partial F}{\partial (\delta/L)} = EA = b \cdot a \cdot e^{a \left(\frac{\delta}{L} \right)} \quad (6.47b)$$

$$\text{para el instante inicial } \left(\frac{\delta}{L} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad EA_0 = b \cdot a$$

Esta aproximación sólo tiene validez física cuando el producto $b \cdot a$ es positivo.

6.5.2.3 Aproximación logarítmica:

Dados los datos (δ/L ; F) de la curva de comportamiento, estos son aproximados a una ecuación exponencial del tipo

$$F = b \cdot \left(\frac{\delta}{L} \right)^a \quad (6.48)$$

Aplicando logaritmo a ambos lados de la ecuación (6.48) se obtiene la siguiente expresión, la cual tiene la forma de la ecuación de una recta permitiendo de esta manera se determinan los coeficientes a y b utilizando el método de mínimos cuadrados.

$$\ln(F) = \ln(b) + a \cdot \ln\left(\frac{\delta}{L}\right) \quad (6.48a)$$

Después de obtener los coeficientes a y b queda definida la expresión de aproximación que caracteriza el comportamiento del elemento.

Derivando la ecuación (6.48) se obtiene la rigidez axial,

$$\frac{\partial F}{\partial(\delta/L)} = EA = b \cdot a \cdot \left(\frac{\delta}{L}\right)^{(a-1)} \quad (6.48b)$$

$$\text{para el instante inicial } \left(\frac{\delta}{L}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad EA_0 = 0$$

Esta aproximación no tiene sentido físico, ya que la rigidez axial de un elemento no puede ser nula, por tanto queda descartada esta hipótesis de aproximación.

6.5.2.4 Aproximación usando la interpolación por Cubic Spline:

Mediante la interpolación por cubic spline se obtienen los polinomios cúbicos de aproximación para cada par de puntos de la curva de comportamiento previamente definida con los datos $(\delta/L ; F)$. De esta manera la rigidez axial del material es definida por la primera derivada de cada uno de estos polinomios.

Para cada intervalo $[(\delta/L)_i ; (\delta/L)_{i+1}]$ se tiene:

$$S_i(\delta/L) = a_i + b_i [(\delta/L) - (\delta/L)_i] + c_i [(\delta/L) - (\delta/L)_i]^2 + d_i [(\delta/L) - (\delta/L)_i]^3$$

Para simplificar la expresión anterior, se denominará $(\delta/L) = x$

Ordenando,

$$S_i(x) = a_i + b_i \cdot x - b_i \cdot x_i + c_i (x^2 - 2 \cdot x \cdot x_i + x_i^2) + d_i \cdot (x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot x_i + 3 \cdot x \cdot x_i^2 - x_i^3)$$

$$S_i(x) = a_i + b_i \cdot x - b_i \cdot x_i + c_i \cdot x^2 - c_i \cdot 2 \cdot x \cdot x_i + c_i \cdot x_i^2 + d_i \cdot x^3 - d_i \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x_i + d_i \cdot 3 \cdot x \cdot x_i^2 - d_i \cdot x_i^3$$

$$S_i(x) = (a_i - b_i \cdot x_i + c_i \cdot x_i^2 - d_i \cdot x_i^3) + (b_i - 2 \cdot c_i \cdot x_i + 3 \cdot d_i \cdot x_i^2) \cdot x + (c_i - 3 \cdot d_i \cdot x_i) \cdot x^2 + d_i \cdot x^3$$

Derivando:

$$S'(x) = b_i - 2 \cdot c_i \cdot x_i + 3 \cdot d_i \cdot x_i^2 + 2 \cdot (c_i - 3 \cdot d_i \cdot x_i) \cdot x + 3 \cdot d_i \cdot x^2$$



Sustituyendo x por (δ/L) :

$$EA_{(\delta/L)} = b_i - 2 \cdot c_i \cdot x_i + 3 \cdot d_i \cdot x_i^2 + 2 \cdot (c_i - 3 \cdot d_i \cdot x_i) \cdot (\delta/L) + 3 \cdot d_i \cdot (\delta/L)^2$$

para el instante inicial:

$$\left(\frac{\delta}{L}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} EA_0 &= b_0 - 2 \cdot c_0 \cdot x_0 + 3 \cdot d_0 \cdot x_0^2 \\ EA_0 &= b_0 \end{aligned}$$

Esta aproximación es válida físicamente, cuando:

- ▶ Para el caso de Clamped Spline, es válida siempre ya que $b_0 = f'(x_0)$ y por tanto $EA_0 = f'(x_0)$, en conclusión, el valor de EA inicial va a ser exactamente el valor de la derivada de la función en el instante inicial.
- ▶ Para el caso de Natural Spline, el valor de b_0 es dado por:

$$b_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} - \frac{(x_1 - x_0) \cdot (c_1 + 2 \cdot c_0)}{3}$$
$$b_0 = \frac{y_1}{x_1} - \frac{x_1 \cdot (c_1 + 2 \cdot c_0)}{3}$$

Para que la aproximación tenga validez físicamente, se tiene que cumplir que:

$$b_0 > 0$$

$$\frac{y_1}{x_1} - \frac{x_1 \cdot (c_1 + 2 \cdot c_0)}{3} > 0$$

$$3 \cdot y_1 - x_1^2 \cdot (c_1 + 2 \cdot c_0) > 3 \cdot x_1 > 0$$

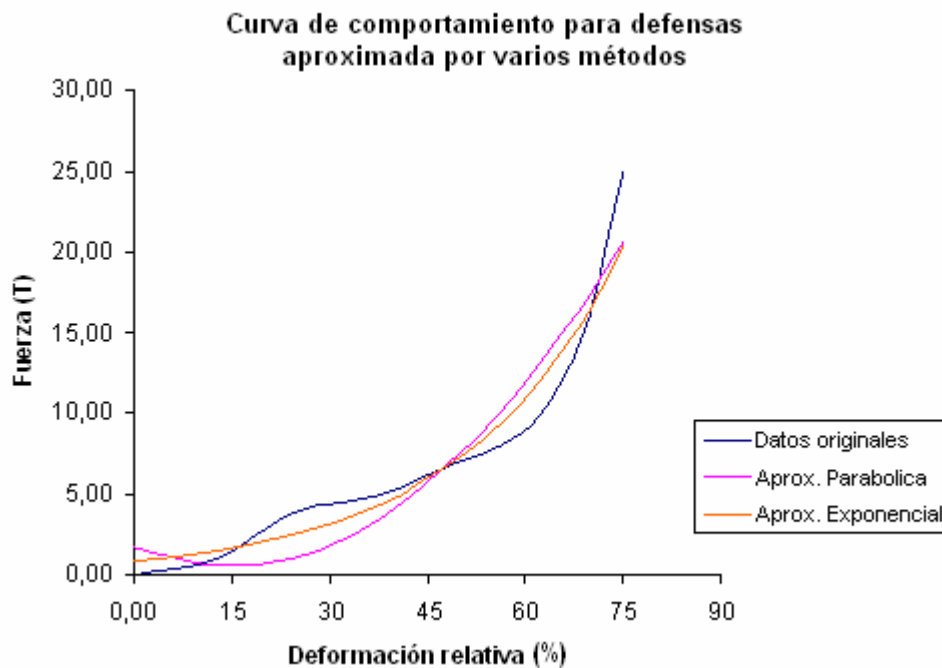
$$3 \cdot y_1 > x_1^2 \cdot (c_1 + 2 \cdot c_0)$$

$$(c_1 + 2 \cdot c_0) < \frac{3 \cdot y_1}{x_1^2}$$



6.5.2.5 Conclusión:

En la figura 6.20 se presenta una curva para defensas la cual fue aproximada a una parábola por mínimos cuadrados y también aproximada exponencialmente según la aproximación semi-logarítmica. Pudiéndose observar las limitaciones de dichos métodos de aproximación.



– Figura 6.18 –

Curva de comportamiento para defensas aproximada por varios métodos.

En conclusión, la manera más exacta de aproximar los datos de las curvas de comportamiento es mediante la interpolación por cubic spline, ya que no asemeja la nube de datos a una función aproximada, sino que determina una función polinómica de tercer grado para cada par de puntos logrando así definir de forma real el comportamiento de cada elemento. Pero presenta el inconveniente de que eventualmente se obtengan valores negativos de b_0 , perdiendo este método su validez.

Por lo tanto, en el programa *Amarre* los datos de las curvas de comportamiento de los cabos y defensas son aproximados por trozos rectos, para cada par de puntos, determinando así la rigidez axial instantánea de cada elemento. Cabe destacar, que la aproximación por rectas, a pesar de ser algo menos exacta, ofrece valores de EA inicial siempre positivos; lo cual no sucede siempre con las aproximaciones por cubic spline.



6.6 CONSIDERACIONES ESPECIALES EN CABOS Y DEFENSAS

El método de la rigidez mediante el análisis matricial en el que se basa la resolución del problema en estudio concibe los elementos como barras articuladas en los extremos tal que sólo pueden soportar tracción o compresión pero nunca corte ni momento.

Evidentemente que los cabos son elementos que si bien no resisten corte ni momento, tampoco son capaces de resistir compresión. Por otro lado las defensas sólo trabajan a compresión.

La incapacidad de los cabos para resistir compresión y de las defensas para resistir tracción hace necesario un procedimiento particular de cálculo para adaptar el método de la rigidez a este tipo de problemas.

Dicho procedimiento de cálculo consiste básicamente en eliminar cualquier cabo que se encuentre a compresión y cualquier defensa que se encuentre a tracción para el momento de equilibrio. Esta eliminación de elementos se logra haciendo nula su matriz de rigidez para que de esta manera el elemento eliminado no aporte ninguna rigidez al sistema.

Un algoritmo de eliminación de cabos y defensas rige este procedimiento y será explicado con detalle en capítulos posteriores.

6.7 CONSIDERACIÓN DEL TENSADO INICIAL EN LOS CABOS DE AMARRE

El problema original se divide en un problema primario para considerar el tensado inicial y un problema secundario para considerar las cargas externas de viento y oleaje.

6.7.1 Problema Primario

Este problema consiste en restringir los movimientos del barco con la ayuda de vínculos ficticios ubicados en el centro de masa y colocar los cabos con sus respectivas fuerzas de tensión inicial.

De la resolución de este caso de carga se obtienen las reacciones generadas por el tensado de los cables en los vínculos ficticios y en las bitas.

Para obtener las reacciones en el vínculo ficticio, se deben descomponer las fuerzas del tensado inicial y llevarse al centro de masa de la embarcación.



Las siguientes ecuaciones expresan las reacciones de los vínculos ficticios en el centro de masa debido al tensado inicial:

$$F'_X = \sum_{i=1}^n T_i \cdot \lambda_X = \sum_{i=1}^n F'_{Xi} \quad (6.49)$$

$$F'_Y = \sum_{i=1}^n T_i \cdot \lambda_Y = \sum_{i=1}^n F'_{Yi} \quad (6.50)$$

$$M' = \sum_{i=1}^n (F'_{Yi} \cdot x'_i - F'_{Xi} \cdot y'_i) \quad (6.51)$$

Para obtener las reacciones en el extremo cercano a la bita, para este caso primario, basta con descomponer la tensión inicial de los cabos en coordenadas globales

$$Q_4 = -T \cdot \lambda_X \quad (6.52)$$

$$Q_5 = -T \cdot \lambda_Y \quad (6.53)$$

Q_4 y Q_5 son las fuerzas de tensión en cada cabo descompuestas en X e Y respectivamente en el extremo cercano a la bita.

Evidentemente, como en este problema primario se han impedido todos los desplazamientos de la embarcación, las tensiones en los cabos serán las mismas tensiones iniciales.

6.7.2 Problema Complementario

En este problema se libera la embarcación de toda restricción de movimiento y se toman como fuerzas externas a las fuerzas de viento y oleaje sumadas a las reacciones obtenidas en los vínculos ficticios del problema primario pero con signo contrario.

Las fuerzas externas estarían compuestas por:

$$Q_1 = F_X - F'_X \quad (6.54)$$

$$Q_2 = F_Y - F'_Y \quad (6.55)$$

$$Q_3 = M - M' \quad (6.56)$$



Siendo F_x ; F_y ; M las fuerzas externas de viento y oleaje expresadas en el centro de masa de la embarcación y F'_x ; F'_y ; M' las fuerzas generadas en la restricción del caso primario.

De la resolución de este problema se obtienen las tensiones en los miembros y las reacciones en las bitas correspondientes a este caso.

6.7.3 Problema Real

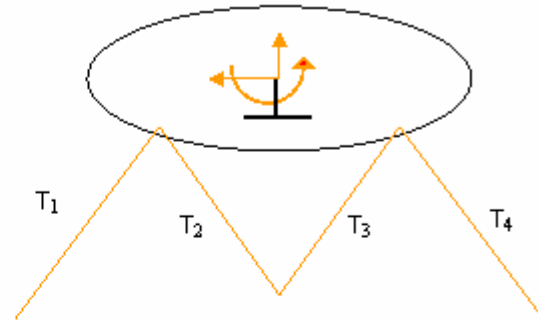
La solución del problema real viene dado por la suma de las soluciones del problema primario más el problema complementario.

En definitiva el problema es tratado como si la embarcación, una vez alineada con las defensas, se inmovilizara con vínculos artificiales, luego se tensaran las cuerdas, luego se aplicarán las cargas de viento y oleaje, y por último se eliminarán los vínculos ficticios que inicialmente lo inmovilizaban. Evidentemente que al desaparecer estos vínculos, si la embarcación se encuentra bien sujeta, esta se desplazará hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio. La situación de fuerzas para esta última posición de equilibrio es la que se determina en este trabajo.

A continuación se presenta un esquema ilustrando la consideración del pretensado inicial de los cabos de amarre.

**Problema Primario**

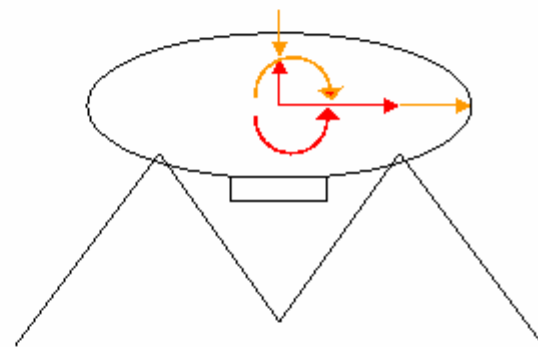
Se restringe el movimiento de la embarcación con un vínculo ficticio en el centro de masa. Se determinan las reacciones en el vínculo ficticio y en las bitas. Las tensiones en los cabos son las tensiones iniciales y las fuerzas en las defensas son nulas.



+

Problema Secundario

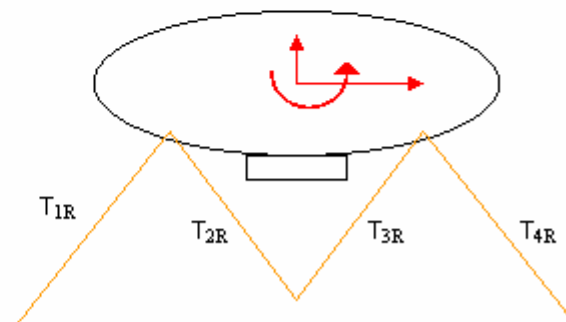
Se libera la embarcación colocando en su centro de masa las fuerzas ejercidas por el vínculo ficticio pero con signo contrario junto con las fuerzas externas de viento y oleaje. Se determinan las reacciones en las bitas y fuerzas en los elementos.



||

Problema Real

Es la suma de los resultados obtenidos en el problema primario y complementario. Nótese que queda el problema original.



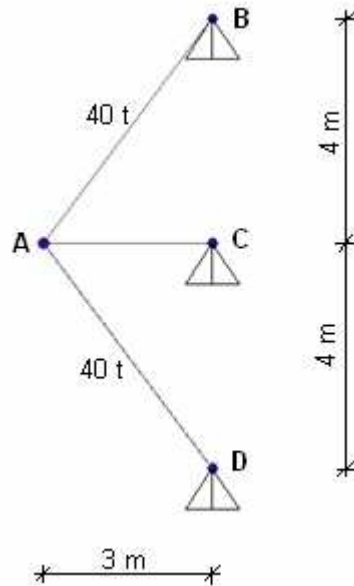
– Figura 6.21 –

Esquema representativo de la consideración del pretensado de los cabos de amarre.



6.7.4 Ejemplo

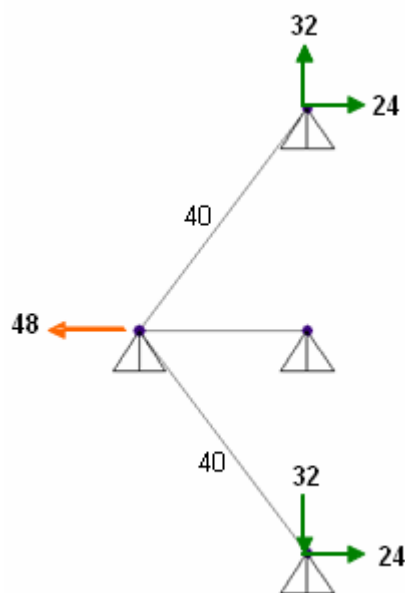
A los elementos AB y AD se les aplican fuerzas de 40 t de tensado inicial. Asumiendo que la rigidez axial (EA) es constante, determinar las reacciones en los apoyos y la fuerza en los miembros.



Solución:

6.7.4.1 Caso primario

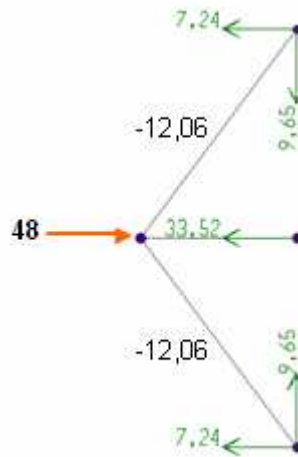
A través de un vínculo ficticio en A se inmoviliza el movimiento de dicho punto y se determinan las reacciones.





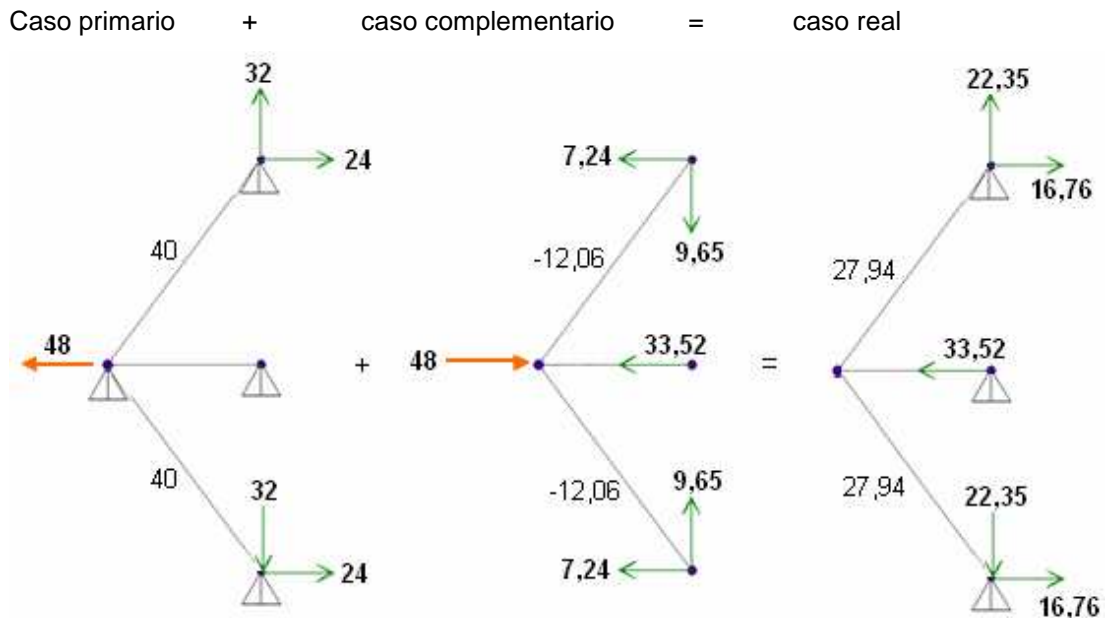
6.7.4.2 Caso complementario

El caso complementario consiste en la estructura original sin las cargas internas. Aquí se deben resolver el problema únicamente con las cargas externas originales (las cuales son nulas en este ejemplo) junto con las reacciones obtenidas en el caso primario pero aplicadas con signo contrario.



6.7.4.3 Caso real

Es la sobre posición de los casos anteriores.





6.8 ESTABILIDAD DEL SISTEMA

Dependiendo del tipo de problema se pueden presentar las siguientes situaciones:

6.8.1 Problema inicialmente inestable

Sucede cuando el número de elementos de sujeción no son suficientes para inmovilizar la embarcación para condiciones generales de carga y/o si la configuración geométrica de las restricciones es tal que permiten al barco rotar respecto a un punto específico en el plano (se considera que una traslación es una rotación respecto a un punto muy lejano) (Ferreira, 1999).

Es decir, cuando el problema es inicialmente inestable es debido a inestabilidad estática ó inestabilidad geométrica.

Cuando un problema padece de inestabilidad estática o geométrica, el determinante de la matriz de rigidez K_{22} es nulo y por tanto la resolución del mismo carece de sentido ya que la embarcación no se encuentra sujeta.

Esta manifestación matemática de la inestabilidad de la estructura es de suma utilidad y se debe a que la matriz de rigidez K_{22} es la representación matricial de los coeficientes del sistema de ecuaciones de equilibrio. El orden de esta matriz cuadrada representa el número de incógnitas y por tanto las filas de esta matriz deben ser linealmente independientes, de lo contrario hay presencia de ecuaciones redundantes que no aportan ninguna información adicional necesaria para resolver el sistema (Hibbeler, 1993).

Del álgebra matricial se sabe que al haber dos o más filas linealmente dependientes en la matriz, su determinante es nulo. Y del análisis estructural se sabe que cuando se está en presencia de un problema inestable no es posible obtener un número de ecuaciones linealmente independientes igual al número de incógnitas involucradas.

6.8.2 Problema posteriormente inestable

Durante el proceso iterativo de eliminación de cabos a compresión y defensas a tracción la estabilidad del sistema podría modificarse.

El problema es posteriormente inestable cuando se elimina un elemento que garantizaba la estabilidad inicial del sistema.



Es importante señalar que la estructura pudiera encontrarse en un equilibrio inestable y aún así se podría resolver el problema y obtener los resultados, sin embargo, si es esta la situación de equilibrio, bajo la misma configuración de amarre pudieran variar las cargas y convertirse en un problema posteriormente inestable (Ferreira, 1999). Por lo tanto se debe tener presente que la finalidad de este trabajo no es evaluar la estabilidad o inestabilidad del sistema, sino evaluar las sollicitaciones que se generan cuando la embarcación se encuentra en equilibrio bajo las cargas expuestas.





PROGRAMA AMARRE

7.1 DESCRIPCIÓN

El programa *Amarre* permite solucionar problemas en sistemas de amarre, determinando las reacciones en los elementos de amarre y el desplazamiento de la embarcación sujeta a un muelle bajo determinadas fuerzas estáticas aplicadas. Este programa fue desarrollado en Visual Basic aplicado a Excel, por la facilidad para programar que ofrece este entorno, logrando así que el usuario pueda introducir, con comodidad, los datos del problema y obtener las fuerzas resultantes de manera rápida y confiable.

Aprovechando las propiedades matemáticas de Excel y las herramientas de Visual Basic, se consiguen ordenar todos los datos de entrada de manera sistemática y construir las matrices necesarias en Excel, donde se realizan todas las operaciones matemáticas para obtener las fuerzas de amarre, estos resultados son procesados por medio de Visual Basic para ofrecer una salida de datos organizada.

La solución es obtenida en un proceso iterativo mediante el uso del método de la rigidez, comenzando con el buque en una posición relativa a sus puntos de amarre; al aplicar al sistema el pretensado de los cabos de amarre y las fuerzas externas es obtenida una nueva posición del buque, luego se realiza un proceso de eliminación para excluir los cabos comprimidos y las defensas traccionadas, también es recalculado el valor de la rigidez de los elementos y con esto es determinada la nueva posición del buque; el proceso es repetido hasta obtener la posición de equilibrio.

El sistema de coordenadas globales es definido convenientemente por el ingeniero tomando en cuenta que el eje X debe ser paralelo al eje longitudinal del buque y el eje Y perpendicular a este. El movimiento del buque es definido por tres parámetros: desplazamiento en X (surge), desplazamiento en Y (sway) y la rotación en el plano XY (yaw); el ángulo yaw es positivo del eje X positivo hacia el eje Y positivo.

7.2 DATOS DE ENTRADA

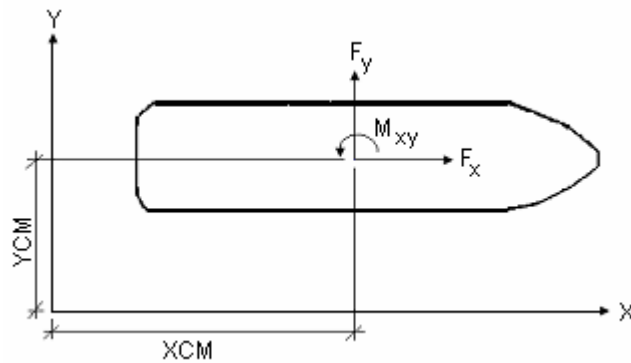
7.2.1 Buque

- ▶ XCM: Coordenada en X global del centro de masa del buque [m].
- ▶ YCM: Coordenada en Y global del centro de masa del buque [m].
- ▶ F_x: Fuerza resultante en la dirección X debido al viento y/u oleaje, actuante en el centro de masa del buque [T].



- ▶ F_y: Fuerza resultante en la dirección Y debido al viento y/u oleaje, actuante en el centro de masa del buque [T].
- ▶ Momento: Momento resultante debido a las acciones de viento y/u oleaje, entre otras [m.T].

En la figura 7.1 se representan de forma gráfica los datos de entrada del buque.

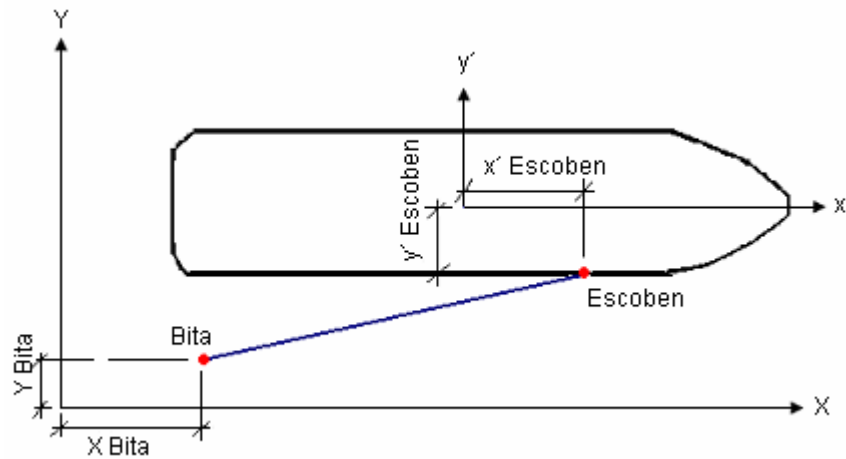


– Figura 7.1 –
Datos de entrada del Buque.

7.2.2 Cabos

- ▶ Número de cabos.
- ▶ X Bita: Coordenada en X global de la bita donde se amarra el cabo [m].
- ▶ Y Bita: Coordenada en Y global de la bita donde se amarra el cabo [m].
- ▶ x' escoben: Coordenada en X local, referida al centro de masa del buque, del escoben a donde llega el cabo [m].
- ▶ y' escoben: Coordenada en Y local, referida al centro de masa del buque, del escoben a donde llega el cabo [m].
- ▶ Curva Fuerza vs Deformación: Depende del material del cabo; y es introducida por el usuario mediante doce pares de puntos (δ/L ; F), donde las fuerzas deben ser dadas en orden ascendente.
- ▶ Tensado Inicial: Fuerza de pretensado al momento de amarre [T].

En la figura 7.2 se representan de forma gráfica los datos de entrada del cabo.

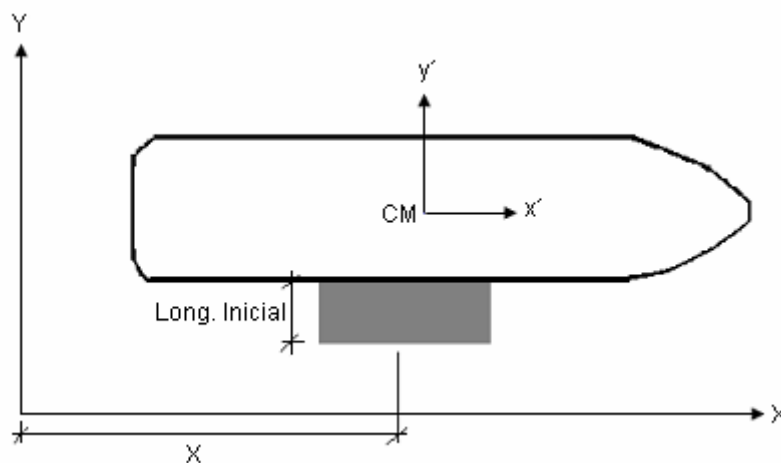


– Figura 7.2 –
Datos de entrada del Cabo.

7.2.3 Defensas

- ▶ X: Coordenada en X global de la posición de la defensa.
- ▶ Longitud inicial [m].
- ▶ Curva Fuerza vs Deformación: Depende del material del cabo; y es introducida por el usuario mediante doce pares de puntos ($\delta/L ; F$), donde las fuerzas deben ser dadas en orden ascendente.

En la figura 7.3 se representan de forma gráfica los datos de entrada de la defensa.



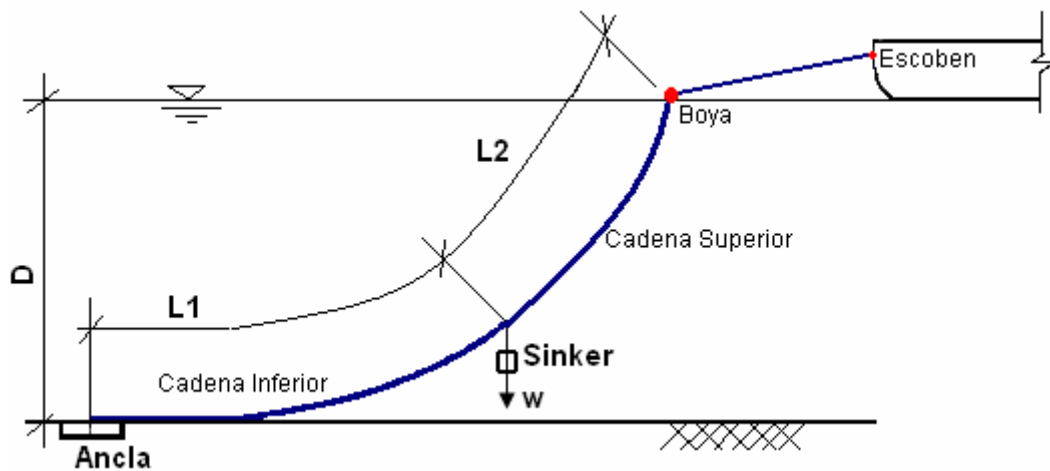
– Figura 7.3 –
Datos de entrada de la defensa.



7.2.4 Cabo + Cadenas de anclaje

- ▶ Número de cadenas.
- ▶ X Boya: Coordenada en X global de la boya [m].
- ▶ Y Boya: Coordenada en Y global de la boya [m].
- ▶ x' escoben: Coordenada en X local, referida al centro de masa del buque, del escoben a donde llega la cadena [m].
- ▶ y' escoben: Coordenada en Y local, referida al centro de masa del buque, del escoben a donde llega la cadena [m].
- ▶ Curva de comportamiento: Para generar la curva de comportamiento de las cadenas de anclaje y determinar la fuerza horizontal máxima del sistema de anclaje, el usuario debe introducir: profundidad del agua (D), longitud de la parte superior de la cadena (L2), longitud de la parte inferior de la cadena (L1), peso por unidad de longitud de cada una de las partes de la cadena y fuerza máxima que la cadena puede resistir dependiendo del material, peso del sinker (w), peso del ancla y ángulo horizontal en el ancla.

En la figura 7.4 se representa de forma gráfica, los datos de entrada para el sistema de anclaje con cadenas.



– Figura 7.4 –
Datos de entrada de las cadenas.

7.3 PROCEDIMIENTO

Los datos de entrada son procesados por el programa. Primeramente se transforman las coordenadas locales de los escobenes en coordenadas globales, para así poder determinar los cosenos directores de cada elemento y la longitud inicial de los cabos. Luego, con la curva de comportamiento de cada elemento, se determina su rigidez inicial, como se explicará más adelante. Con estos datos se determina la matriz de rigidez k de cada elemento y se ensambla la matriz de rigidez K_{22} de la estructura. Si el determinante



de esta matriz es cero, la estructura es inicialmente inestable y el programa arrojará un mensaje informándolo. Caso contrario, el programa calcula las fuerzas en cada elemento y elimina todos los cabos a compresión y las defensas traccionadas, pasando a verificar de nuevo la estabilidad del sistema; este proceso iterativo es repetido hasta obtener la solución de equilibrio del sistema bajo las condiciones de carga aplicadas.

A continuación se explica con detalle las subrutinas más importantes del programa.

7.3.1 Tensado inicial de los cabos de amarre

El programa considera el tensado inicial de los cabos; para lo cual se resuelve el caso complementario sumándole a las fuerzas externas aplicadas al buque el tensado de los cabos con signo contrario y trasladado al centro de masa de la embarcación. Una vez obtenido los resultados de este caso, se suma con el caso primario, el cual sólo contiene las fuerzas de tensado inicial.

7.3.2 Obtención de la curva catenaria para los cabos de anclaje

Para la resolución de sistemas de amarre que contengan cadenas de anclaje, es necesario un paso preliminar para obtener la curva de comportamiento de estos elementos, que como fue explicado anteriormente, asume la forma de una catenaria. Es posible caracterizar dicha curva por el programa *Amarre*, con los datos de entrada introducidos por el usuario, mediante una subrutina y basándose en las ecuaciones de las catenarias, como se explicó en el punto 6.2.4 del capítulo 6.

El proceso iterativo computacional examina los cuatro casos considerados en secuencia para determinar cual de ellos prevalece en cada iteración, determinando así la fuerza máxima que puede resistir el sistema de anclaje (cadena + ancla + sinker)

7.3.3 Cálculo de la rigidez para cabos y defensas

El usuario tiene la libertad de introducir la curva “Fuerza vs Porcentaje de Deformación” de cada cabos y defensa dependiendo de sus propiedades; esta curva es introducida mediante doce puntos, donde las fuerzas deben ser dadas en forma ascendente. De dicha curva es obtenido el valor de la rigidez axial. Dado el carácter no lineal de las curvas de comportamiento para los materiales que constituyen las defensas es necesario un proceso iterativo para determinar el valor exacto de la rigidez axial de cada elemento.



El programa *Amarre* aproxima las curvas de comportamiento por trozos de recta; esto es, asume que cada par de puntos forman una recta y calcula la pendiente de esta para así tener el valor de EA para cada par puntos.

Una vez obtenidos los valores de EA para cada par de puntos, el programa asigna el valor de EA inicial para cada elemento y calcula la matriz de rigidez de la estructura así como las fuerzas en cada cabo y defensa. Después de obtener el equilibrio del sistema, *Amarre* verifica si el valor de la fuerza está o no dentro del rango asumido; caso no esté, el programa verifica en que rango se encuentra la fuerza y determina el nuevo valor de EA; si el nuevo valor de EA tiene un error mayor del 2% respecto al valor anterior, el programa sustituye este valor por el nuevo y vuelve a determinar la matriz de rigidez de la estructura y todas las fuerzas en cada elemento. Este proceso iterativo es realizado hasta conseguir la convergencia del problema no lineal.

7.3.4 Eliminación de cabos a compresión y defensas a tracción

Dado que los cabos y las defensas son elementos que no trabajan a compresión ni a tracción, respectivamente, se deben eliminar del cálculo aquellos cabos cuya fuerza no sea de tracción y aquellas defensas cuya fuerza no sea de compresión. Para esto se creó una subrutina que elimina todos los términos en la matriz de rigidez de la estructura pertenecientes al cabo más comprimido o a la defensa más traccionada, y recalcula todas las fuerzas en los demás elementos; esta subrutina se repite tantas veces como cabos a compresión y defensas a tracción existan.

El programa continuamente verifica que el determinante de la matriz de rigidez K_{22} de la estructura sea mayor a cero; garantizando que la estructura sea estable; si debido al proceso de eliminación de elementos, la estructura se vuelve inestable, el programa arrojará un mensaje de error advirtiendo que la estructura se ha vuelto inestable.

7.3.5 Fuerza en las bitas

Las fuerzas en las bitas son calculadas en coordenadas globales. En el caso que más de un cabo este amarrado a la misma bita el programa lo detectará ya que contiene una subrutina para comparar las coordenadas de todas las bitas y contabilizar una sola vez aquellas cuyas coordenadas X e Y sean iguales, de este modo los resultados son presentados de forma total, es decir, se determina la sumatoria de fuerzas parciales de cada cabo que llega a la bita para obtener la fuerza total de la bita. Esta fuerza, como bien es sabido, es la misma fuerza del cabo (en el extremo cercano a la bita) en sentido contrario y descompuesta en los ejes X e Y globales del sistema.



7.4 DATOS DE SALIDA

7.4.1 Desplazamiento del Buque

- ▶ D_x: Es el desplazamiento, en metros, del barco en la dirección X global (surge).
- ▶ D_y: Es el desplazamiento, en metros, del barco en la dirección Y global (sway).
- ▶ Giro: Es la rotación, en grados, que sufrió el barco respecto al su centro de masa (yaw).

7.4.2 Fuerzas locales en los miembros

Arroja la fuerza de tensión de cada cabo y la fuerza de compresión de cada defensa, en coordenadas locales, es decir, son las fuerzas internas de cada elemento.

7.4.3 Fuerzas globales en las bitas

Arroja las fuerzas de amarre en las bitas, en coordenadas X e Y globales. Estas son las fuerzas que debe resistir la estructura de amarre

7.5 EJEMPLO DE APLICACIÓN

En el presente apartado se desarrolla un ejemplo real mostrando toda la interfase gráfica de entrada y salida de datos del programa *Amarre*; donde los datos y detalles fueron otorgados por la empresa NOUEL (Caracas, Venezuela). Ver anexo “Manual del Usuario” para obtener información detallada sobre el uso del programa.

El mismo ejemplo será estudiado con rigor en el próximo capítulo (Estudio Paramétrico) presentando el análisis de resultados.

7.5.1 Descripción del problema

El día 22 de Abril de 2005 una embarcación durante el proceso de atraque en el muelle de la Refinería El Palito, ubicada en Venezuela, impactó el duque de atraque noroeste (DAT-2) y el duque de amarre noroeste (DAM-4), causando daños en las estructuras mencionadas.

Debido a la magnitud de los daños encontrados sobre el duque de amarre DAM-4, la capacidad de la estructura para soportar las solicitaciones de amarre se ve disminuida drásticamente, por lo que las operaciones del muelle se ven seriamente afectadas, lo que



obliga a la realización de un sistema de amarre alterno que sustituya, de manera provisional, la estructura afectada.

Como quiera que el sistema temporal de amarre estará en uso sólo por un período limitado de tiempo, la opción de amarre con ancla implicará el uso de un cabo largo de proa. La solución definitiva, representada por la reconstrucción del duque de amarre dañado, retomará el esquema de amarre originalmente diseñado.

7.5.2 Datos de entrada

The screenshot shows a software window titled "Amarre" with a menu bar containing "1.- Buque", "2.- Cabos", "3.- Defensas", and "4.- Cabo + Cadenas". The main area is divided into three sections:

- Coordenadas Centro de Masa:** X CM [m] = 133.39, Y CM [m] = 56.5
- Fuerzas aplicadas en el CM:** Fx [t] = -5.06, Fy [t] = 30.16, Momento [t.m] = 298.92
- Instrucciones:**
 - 1.- Introduzca las coordenadas globales del centro de masa del buque.
 - 2.- Introduzca las fuerzas actuantes sobre el buque aplicadas en su centro de masa.

A large image of the ship "ACTIVE VALLETTA" is displayed on the right. At the bottom, there is a "Calcular" button.

– Figura 7.5 –
Datos de entrada del buque.



Amarre

1.- Buque | 2.- Cabos | 3.- Defensas | 4.- Cabo + Cadenas

Cantidades

Cabos: 6

Datos

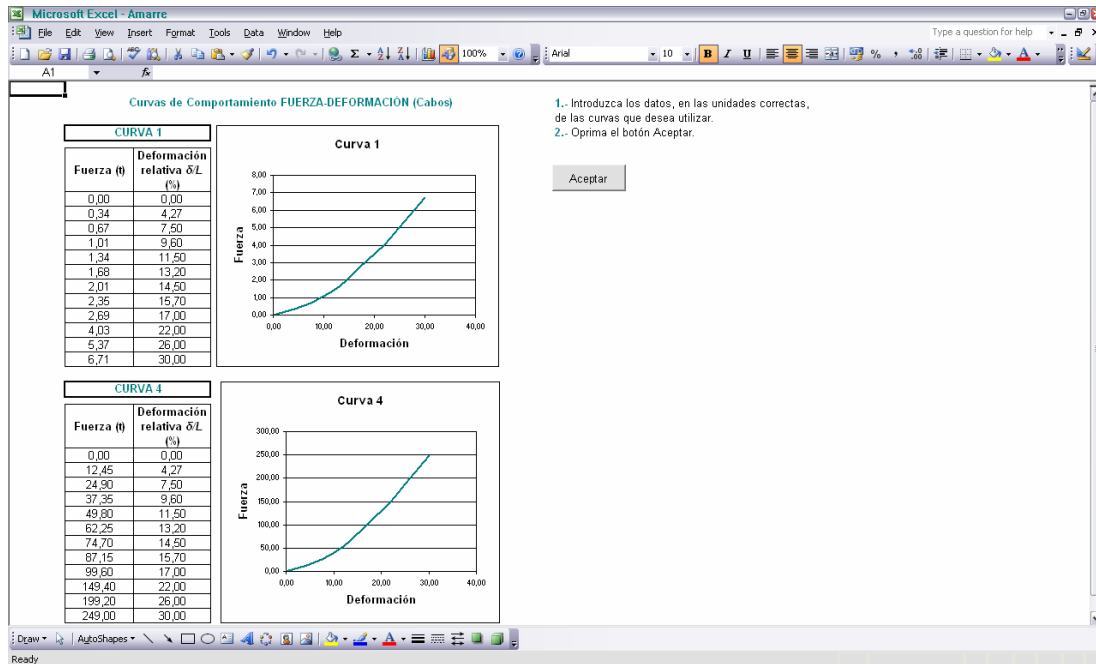
Cabo	Bita		Escoben		Curva	Tensado inicial [t]
	X [m]	Y [m]	X' [m]	Y' [m]		
6					4	
	Coordenadas Globales		Coordenadas Locales			
1	00,00	00,00	-130,00	-07,56	4	05,00
2	00,00	00,00	-113,95	-15,12	4	05,00
3	54,00	00,00	-113,95	-15,12	4	05,00
4	54,00	00,00	-66,43	-19,00	4	05,00
5	116,64	34,50	-62,60	-19,00	4	05,00
6	150,14	34,50	62,50	-19,00	4	05,00

Instrucciones

- 1.- Seleccione el número de cabos y presione Cargar.
- 2.- Introduzca los datos de cada cabo y oprima Agregar.
- 3.- Seleccione el número de curva dependiendo del material del cabo. Para obtener información de las curvas o crearlas oprima el botón Curva.
- 4.- Si desea modificar los datos de algún cabo, selecciónelo en la lista y oprima Modificar, a continuación seleccione el número del cabo y repita el paso 2.

– Figura 7.6 –
Datos de entrada de los cabos.

Para introducir la curva de comportamiento de los cabos, es necesario oprimir el botón “Curva”, el cual dará acceso a una hoja de cálculo donde se podrán introducir los doce puntos característicos de dichas curvas (ver figura 7.7).



– Figura 7.7 –
Datos de entrada de la curva de comportamiento de los cabos.

1.- Buque | 2.- Cabos | 3.- Defensas | 4.- Cabo + Cadenas

Cantidades

Defensas: 4 [Cargar]

Datos

Defensa: 4 | X [m]: [] | Longitud inicial [m]: [] | Curva: 2

Coord Globales

1	102,64	01,50	2
2	116,64	01,50	2
3	150,14	01,50	2
4	164,14	01,50	2

[Agregar] [Modificar]

Instrucciones

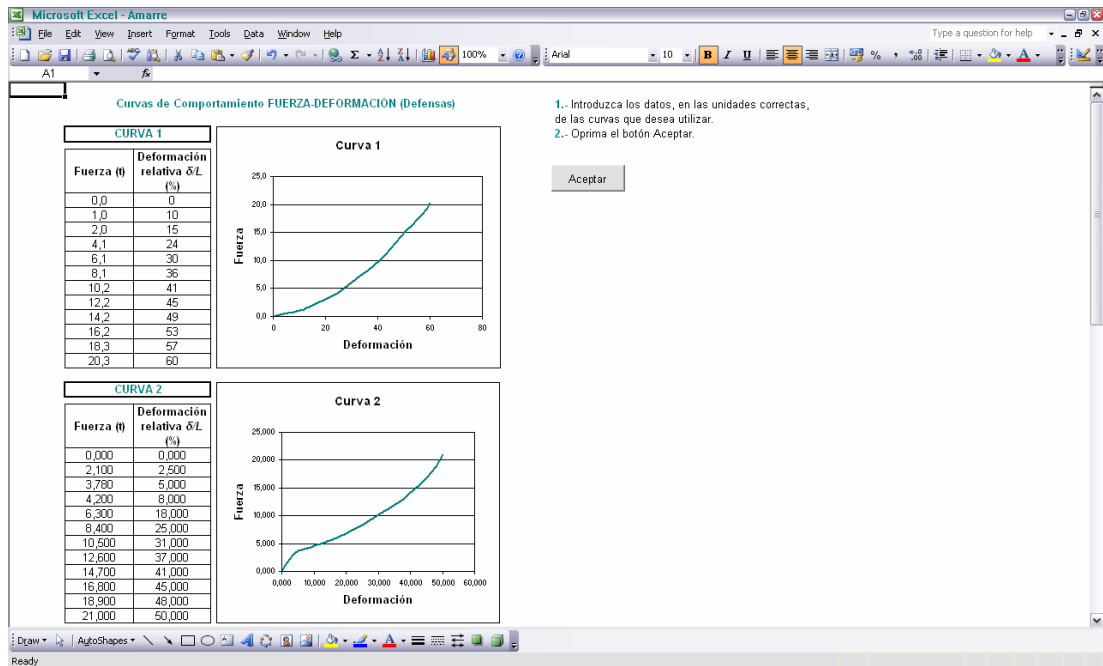
- 1.- Seleccione el número de defensas y presione Cargar.
- 2.- Introduzca los datos de cada defensa y oprima Agregar.
- 3.- Seleccione el número de curva dependiendo del material de la defensa. Para obtener información de las curvas o crearla oprima el botón Curva.
- 4.- Si desea modificar los datos de alguna defensa, selecciónela en la lista y oprima Modificar, a continuación seleccione el número de la defensa borrada y repita el paso 2.

[Calculador]

– Figura 7.8 –
Datos de entrada de las defensas.



La introducción de los doce puntos que definen la curva de comportamiento de las defensas, se realiza de forma semejante que en el caso de los cabos, oprimiendo el botón “Curva” se accede a una hoja de cálculo donde se podrán introducir los datos necesarios para definir el comportamiento de las defensas.



– Figura 7.9 –
Datos de entrada de la curva de comportamiento de las defensas.



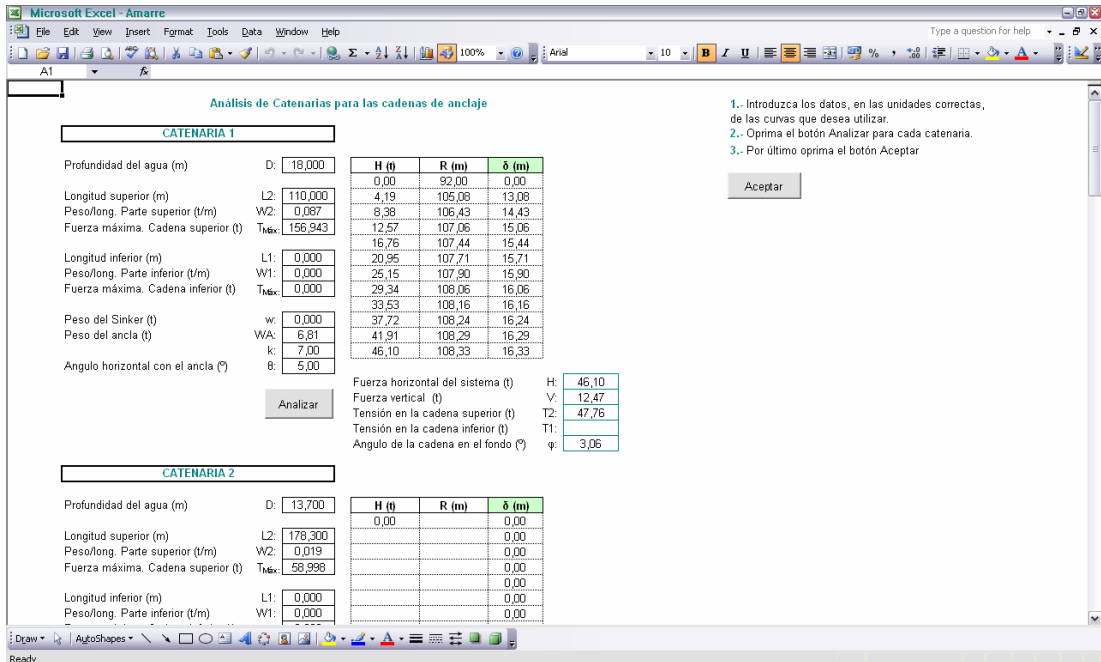
The screenshot shows the 'Amarre' software interface with the following components:

- Navigation tabs: 1.- Buque, 2.- Cabos, 3.- Defensas, 4.- Cabo + Cadenas (selected)
- Cantidades**: Cabos dropdown set to 1, Cargar button
- Datos**:
 - Boya: X [m], Y [m] (under Coordenadas Globales)
 - Escoben: X' [m], Y' [m] (under Coordenadas Locales)
 - Curva: dropdown set to 4
 - Catenaria: dropdown set to 1
 - Buttons: Agregar, Modificar
- Instrucciones**:
 - 1.- Seleccione el número de cadenas y presione Cargar.
 - 2.- Introduzca los datos de cada cadena y oprima Agregar.
 - 3.- Oprima el botón "Catenaria" para introducir los datos necesarios para realizar el análisis de la catenaria correspondiente a cada cadena. Luego seleccione el número de la catenaria que desea asignar a la cadena.
 - 4.- Si desea modificar los datos de alguna cadena, selecciónela en la lista y oprima Modificar, a continuación seleccione el número de la cadena y repita el paso 2.
- Calcular** button at the bottom center.

	X [m]	Y [m]	X' [m]	Y' [m]	Curva	Catenaria
1	266,78	00,00	127,45	-05,40	4	1

– Figura 7.10 –
Datos de entrada del cabo + cadena de anclaje.

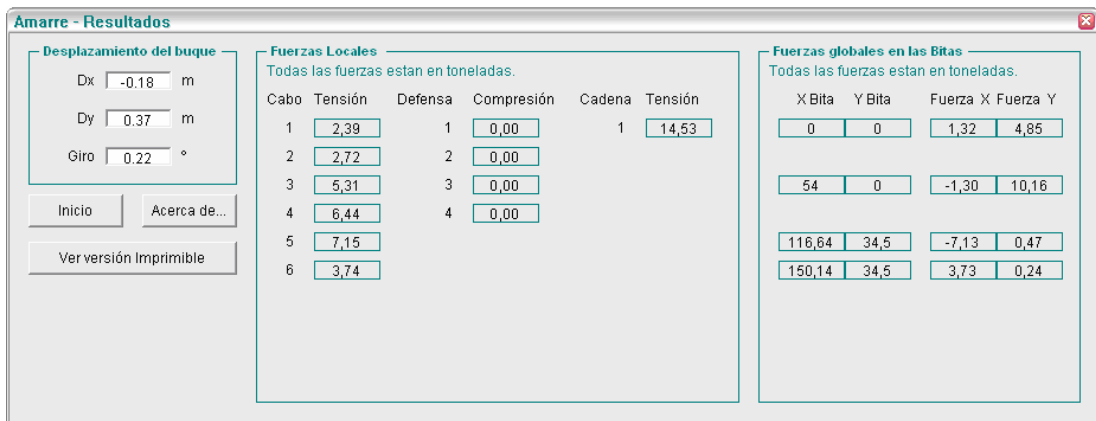
Para realizar el análisis previo de la curva de catenaria, es necesario oprimir el botón “Catenaria” mostrado en la figura 7.10. Luego de oprimir el botón es presentada una hoja de cálculo donde se deben introducir los datos necesarios para el análisis de dichas curvas, seguido del botón “Analizar”, obteniendo así la fuerza máxima que puede resistir el sistema de boya, cadena y ancla, tal como se muestra en la figura siguiente:



– Figura 7.11 –
Datos de entrada del sistema cadena y ancla.

7.5.3 Datos de salida

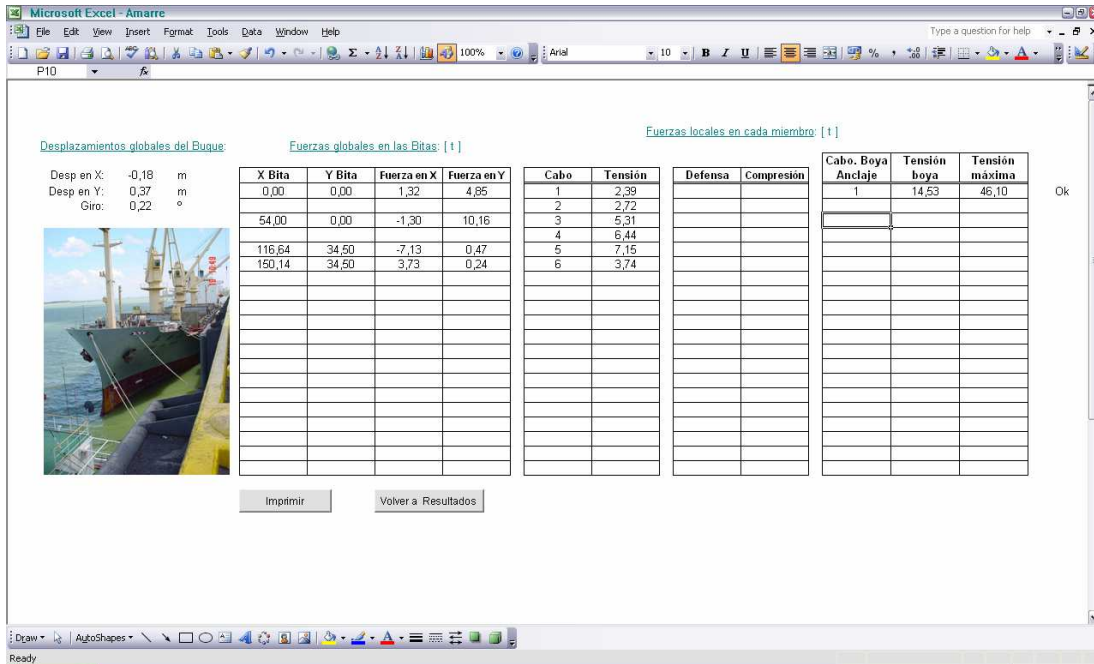
El programa Amarre posee dos versiones de salida de datos, una en formato de Visual Basic y otra en formato de Excel para mayor comodidad de impresión y tratamiento de datos.



– Figura 7.12 –
Salida de datos en Visual Basic.



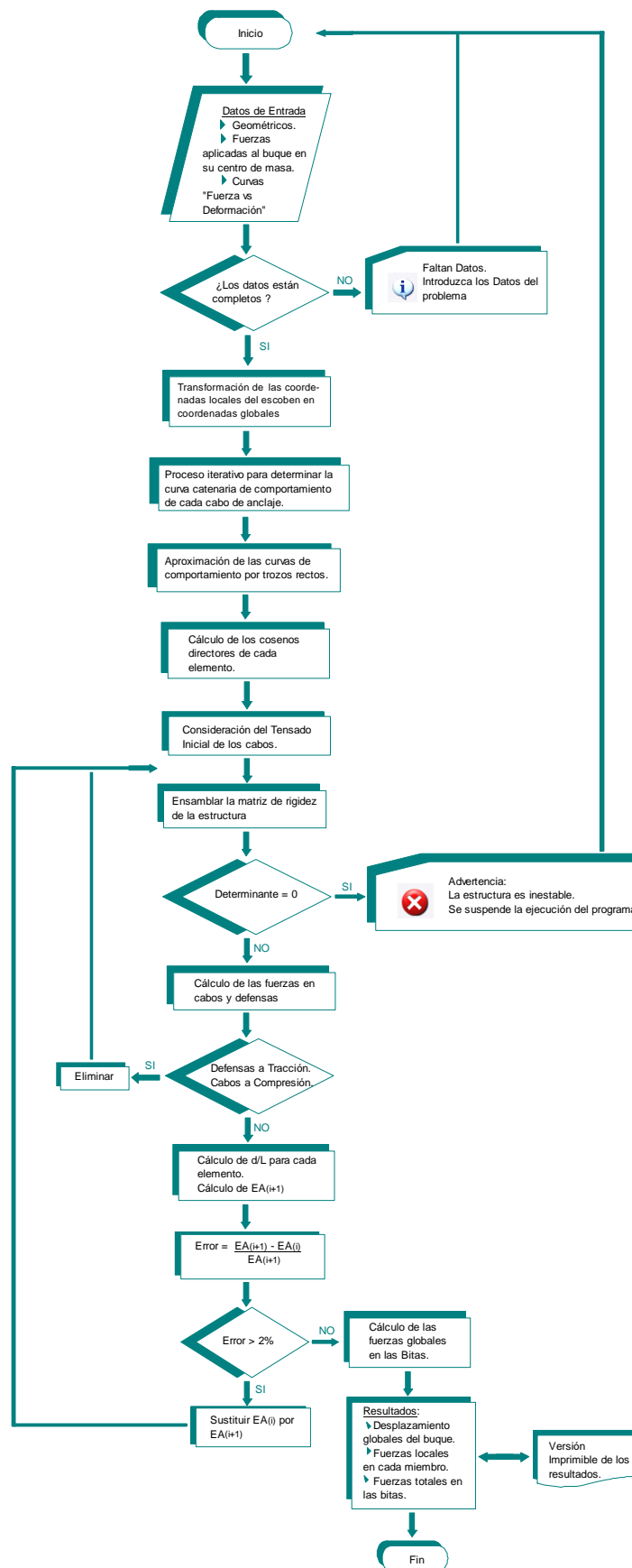
Al oprimir el botón “Ver versión imprimible” se tiene acceso a la salida de datos en Excel, como se muestra a continuación.



– Figura 7.13 –
Salida de datos en Excel.



7.6 DIAGRAMA DE FLUJO





7.7 MENSAJES DE ERROR

En la siguiente tabla se muestran los diferentes tipos de errores o situaciones que se pueden presentar durante la ejecución del programa y los mensajes que arroja el mismo.

Mensaje	Problema	Solución
Introduzca los datos del problema.	Oprimió el botón Calcular antes de introducir todos los datos del problema.	Debe introducir los datos del problema antes de oprimir el botón Calcular.
Faltan cabos. Por favor introduzca los datos completos.	El número de datos introducido es menor al número de cabos seleccionado.	Introduzca los datos de los cabos que faltan.
Faltan defensas. Por favor introduzca los datos completos.	El número de datos introducido es menor al número de defensas seleccionadas.	Introduzca los datos de las defensas que faltan.
Debe seleccionar una curva Fuerza vs Deformación para el cabo.	No se ha asignado ningún valor de EA al cabo, debido a que no se ha seleccionado ninguna curva "Fuerza vs Deformación"	Seleccione la curva correspondiente al cabo.
Debe seleccionar una curva Fuerza vs Deformación para la defensa.	No se ha asignado ningún valor de EA a la defensa, debido a que no se ha seleccionado ninguna curva "Fuerza vs Deformación"	Seleccione la curva correspondiente a la defensa.
Falta realizar el análisis del sistema de catenaria.	No oprimió el botón "Analizar" durante la introducción de datos de las catenarias.	Después de introducir los datos que definen el sistema de catenaria, oprimir "Analizar"
La estructura es inestable. Se suspende la ejecución del programa.	La geometría inicial de la estructura es inestable.	Replantear el problema y añadir los elementos necesarios para lograr la estabilidad geométrica del sistema.
La estructura se ha vuelto inestable. Se suspende la ejecución del programa.	Se ha generado una inestabilidad geométrica debido a que algunos cabos están trabajando a compresión y/o algunas defensas están trabajando a tracción.	Verificar el estado de carga; agregar más cabos o defensas.

– Tabla 7.1 –
Mensajes de error del programa Amarre.



ESTUDIO PARAMETRICO

En el siguiente capítulo se desarrollaran varios ejemplos de forma a evaluar la fuerza generada en los elementos de amarre de diversos sistemas y configuraciones de amarre. Se analiza la influencia de ciertos factores – como el tipo de material constituyente de las defensas, la posición de los cabos de amarre y la incorporación o no de cadenas de anclaje, entre otros – de este modo el compendio de resultados obtenidos constituyen un estudio paramétrico sobre la temática de la tesis.

Algunos de los datos utilizados en los problemas fueron ofrecidos por la empresa NOUEL (Caracas, Venezuela), dedicada a la ingeniería de obras marítimas y portuarias; permitiendo así la realización de este capítulo con datos de proyectos verdaderos y agregando más valor al trabajo aquí realizado.

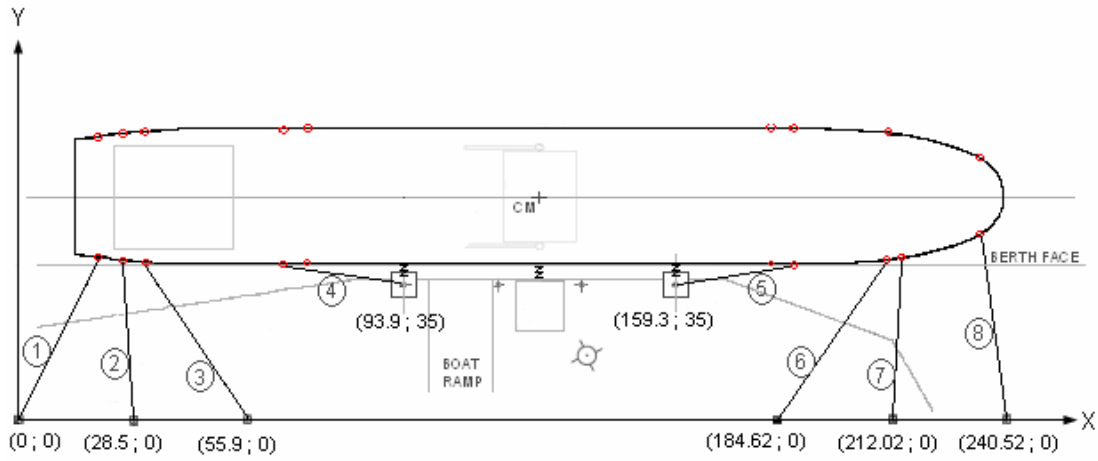
Los datos de entrada y resultados serán presentados en forma de tabla, y no en el formato original del programa *Amarre*, para mejor comprensión y organización del presente capítulo.

8.1 ASPECTOS GENERALES

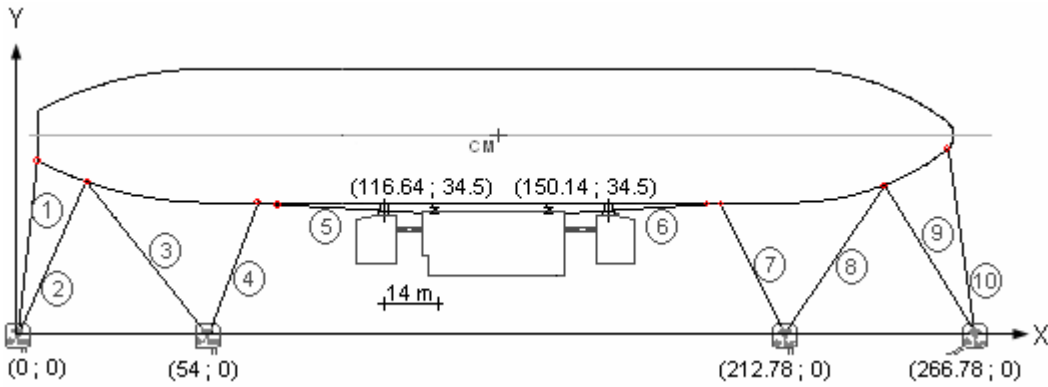
El estudio paramétrico consistirá en dos buques con tres configuraciones de amarre, en los cuales se irá modificando el tipo de defensa para evaluar la no linealidad en el comportamiento de los materiales, también se evaluarán los cabos para observar la influencia de estos elementos, otros de los parámetros a ser analizado es la presencia o no de cadenas de anclaje en el sistema.

8.1.1 Configuraciones de amarre

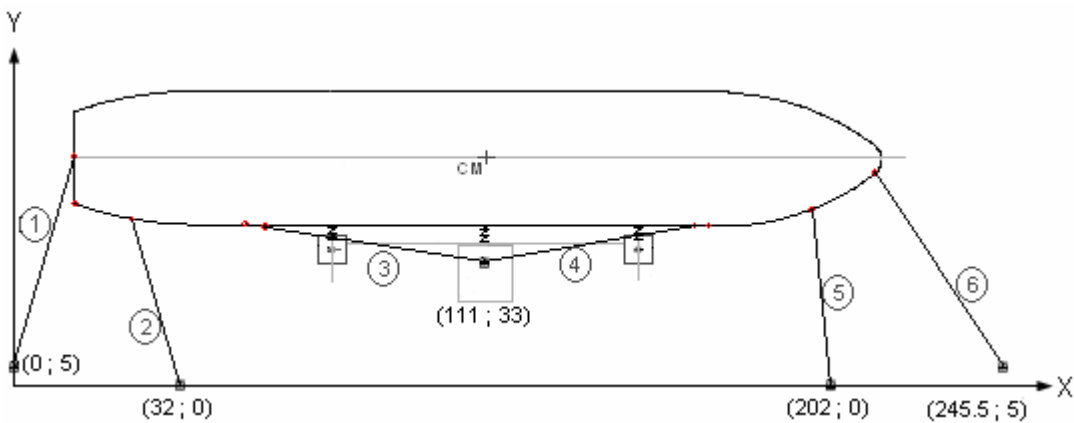
A continuación se presentan las configuraciones de amarre consideradas en el estudio paramétrico.



– Figura 8.1 –
Configuración de amarre 1.



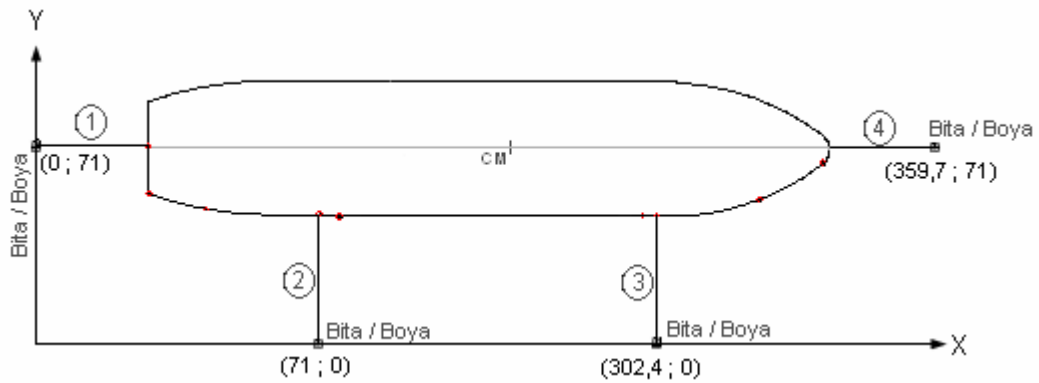
– Figura 8.2 –
Configuración de amarre 2.



– Figura 8.3 –
Configuración de amarre 3.



8.1.1.1 Configuración de amarre para sistema flexible

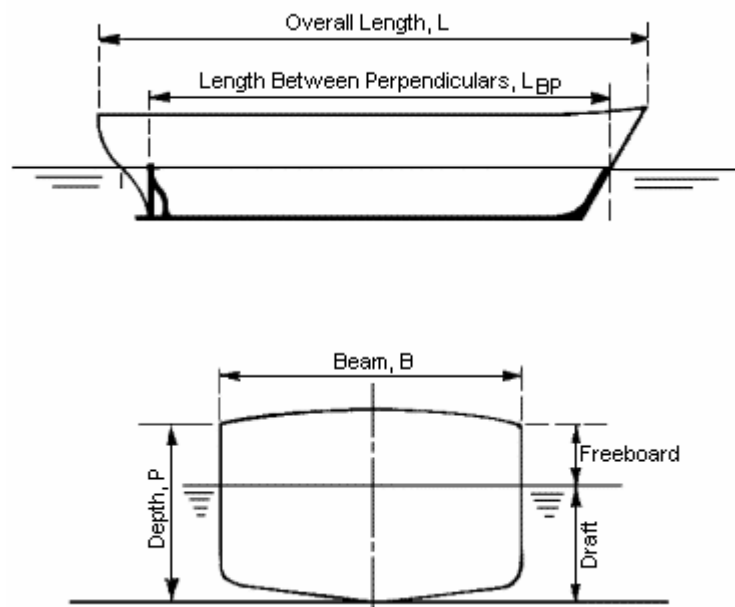


– Figura 8.4 –
Configuración de amarre 4.

8.1.2 Buques

Los buques que serán utilizados para realizar el presente estudio paramétrico son de 85.000 y 130.000 toneladas de peso muerto; tanto los buques como las condiciones ambientales fueron obtenidos de dos proyectos reales realizados por la empresa NOUEL, la cual facilitó esta información a fin de dar sentido práctico a los ejemplos aquí realizados.

En la siguiente figura se definen y representan las medidas más características utilizadas para describir los buques.



– Figura 8.5 –
Dimensiones de buques.



A continuación se presentan tablas con las dimensiones de los buques y sus correspondientes cálculos de las fuerzas actuantes en ellos, según las ecuaciones expuestas en el capítulo 2 de la presente tesis.

Datos del buque

Toneladas de peso muerto	DWT (t)	85.000
Longitud	L_{WL} (m)	260,0
Ancho	B (m)	38,0
Altura	D (m)	22,0
Calado en la condición cargado	T (m)	14,2
Calado en la condición vacío	T_B (m)	7,7
Longitud entre perpendiculares	L_{BP} (m)	247,0

Características de viento y corriente

Velocidad del viento	v_w (m/s)	10,0
Velocidad de la corriente	v_c (m/s)	0,3

Profundidad del agua	d_w (m)	17,0
Prof. Agua relativa al ancho del buque	Condición cargado (d_w/D)	1,20
	Condición vacío (d_w/D_B)	2,21

Densidad del aire a 20°C	ρ_w (kg-s ² /m ⁴)	0,1248
Densidad del agua salada a 20°C	ρ_c (kg-s ² /m ⁴)	103,0

Coefficientes

Condiciones ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	$C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w)$	$C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w)$	$C_{xyw}(\theta_w)$	$C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w)$	$C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w)$	$C_{xyw}(\theta_w)$
Viento lateral	0,28	-0,95	-0,05	0,02	-0,71	-0,10
Viento longitudinal	-0,87	0,00	0,00	-0,96	0,00	0,00
Viento a 30°	-0,45	-0,46	0,05	-0,73	-0,31	-0,04

Condiciones ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	C_{xcb}	C_{yc}	e_c	C_{xcb}	C_{yc}	e_c
Corriente lateral	0,00	-1,38	4,60	0,00	-3,30	7,25
Corriente longitudinal	0,10	0,00	.	0,12	0,00	.

Áreas

Condiciones ambientales	Buque vacío		Buque cargado	
	A_x (m ²)	A_y (m ²)	A_x (m ²)	A_y (m ²)
Viento	878,69	3502,19	605,51	1857,76
Corriente	292,25	1655,26	540,34	3277,40

– Tabla 8.1 –
Cálculo de las fuerzas ambientales para el tanquero de 85.000 DWT

**Cálculo de las fuerzas**

Viento:
$$F_{xw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_x \cdot C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w)$$

$$F_{yw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_y \cdot C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w)$$

$$M_{xw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_y \cdot L \cdot C_{xw}(\theta_w)$$

Corriente:
$$F_{xFORM} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot B \cdot T \cdot C_{xcb} \cdot \cos(\theta_c)$$

$$F_{yc} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot L_{wL} \cdot T \cdot C_{yc} \cdot \sin(\theta_c)$$

$$M_{xyc} = F_{yc} \cdot L_{wL} \cdot \left(\frac{e_c}{L_{wL}} \right)$$

Condiciones ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	F _x (t)	F _y (t)	M _{xy} (t.m)	F _x (t)	F _y (t)	M _{xy} (t.m)
Viento lateral	1,54	-20,76	-255,69	0,08	-8,23	-316,16
Viento longitudinal	-4,77	0,00	0,00	-3,63	0,00	0,00
Viento a 30°	-2,47	-10,05	284,05	-2,76	-3,59	-106,21
Corriente lateral	0,00	-9,40	-43,24	0,00	-41,57	-301,35
Corriente longitudinal	0,10	0,00	0,00	0,22	0,00	0,00

Combinaciones

Combinaciones de las fuerzas ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	F _x (t)	F _y (t)	M _{xy} (t.m)	F _x (t)	F _y (t)	M _{xy} (t.m)
Viento lateral + Corriente lateral	1,54	-30,16	-298,92	0,08	-49,80	-617,51
Viento longitudinal + Corriente lateral	-4,77	-9,40	-43,24	-3,63	-41,57	-301,35
Viento a 30° + Corriente lateral	-2,47	-19,46	240,81	-2,76	-45,17	-407,56
Viento lateral + Corriente longitudinal	1,63	-20,76	-255,69	0,30	-8,23	-316,16
Viento longitudinal + Corriente longitudinal	-4,67	0,00	0,00	-3,41	0,00	0,00
Viento a 30° + Corriente longitudinal	-2,37	-10,05	284,05	-2,54	-3,59	-106,21
Fuerzas máximas	-5,06	-30,16	-298,92	-3,63	-49,80	-617,51

– Tabla 8.1 (continuación) –
Cálculo de las fuerzas ambientales para el tanquero de 85.000 DWT

**Datos del buque**

Toneladas de peso muerto	DWT (t)	130.000
Longitud	L_{WL} (m)	278,0
Ancho	B (m)	42,1
Altura	D (m)	22,6
Calado en la condición cargado	T (m)	14,3
Calado en la condición vacío	T_B (m)	8,9
Longitud entre perpendiculares	L_{BP} (m)	264,9

Características de viento y corriente

Velocidad del viento	v_W (m/s)	30,9
Velocidad de la corriente	v_C (m/s)	0,5

Profundidad del agua	d_W (m)	14,9
Prof. Agua relativa al ancho del buque	Condición cargado (d_W/D)	1,04
	Condición vacío (d_W/D_B)	1,68

Densidad del aire a 20°C	ρ_w (kg-s ² /m ⁴)	0,1248
Densidad del agua salada a 20°C	ρ_c (kg-s ² /m ⁴)	103,0

Coefficientes

Condiciones ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	$C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w)$	$C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w)$	$C_{xyw}(\theta_w)$	$C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w)$	$C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w)$	$C_{xyw}(\theta_w)$
Viento lateral	0,28	-0,95	-0,04	0,02	-0,71	-0,10
Viento longitudinal	-0,87	0,00	0,00	-0,96	0,00	0,00
Viento a 30°	-0,45	-0,46	0,05	-0,73	-0,31	-0,03

Condiciones ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	C_{xcb}	C_{yc}	e_c	C_{xcb}	C_{yc}	e_c
Corriente lateral	0,00	-0,79	13,75	0,00	-1,67	13,71
Corriente longitudinal	0,10	0,00	.	0,11	0,00	.

Areas

Condiciones ambientales	Buque vacío		Buque cargado	
	A_x (m ²)	A_y (m ²)	A_x (m ²)	A_y (m ²)
Viento	1109,45	4782,57	799,46	2785,51
Corriente	374,36	2332,28	524,46	3723,63

– Tabla 8.2 –
Cálculos de las fuerzas ambientales sobre el buque de 130.000 DWT.

**Cálculo de las fuerzas**

Viento:
$$F_{xw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_x \cdot C_{xw} \cdot f_{xw}(\theta_w)$$

$$F_{yw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_y \cdot C_{yw} \cdot f_{yw}(\theta_w)$$

$$M_{xw} = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V_w^2 \cdot A_y \cdot L \cdot C_{xw}(\theta_w)$$

Corriente:
$$F_{xFORM} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot B \cdot T \cdot C_{xcb} \cdot \cos(\theta_c)$$

$$F_{yc} = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot V_c^2 \cdot L_{wL} \cdot T \cdot C_{yc} \cdot \sin(\theta_c)$$

$$M_{xyc} = F_{yc} \cdot L_{wL} \cdot \left(\frac{e_c}{L_{wL}} \right)$$

Condiciones ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	F _X (t)	F _Y (t)	M _{XY} (t.m)	F _X (t)	F _Y (t)	M _{XY} (t.m)
Viento lateral	18,47	-270,12	-3370,52	0,95	-117,58	-4579,93
Viento longitudinal	-57,39	0,00	0,00	-45,63	0,00	0,00
Viento a 30°	-29,68	-130,80	3742,03	-34,70	-51,34	-1527,10
Corriente lateral	0,00	-26,78	-368,26	0,00	-90,49	-1240,56
Corriente longitudinal	0,51	0,00	0,00	0,90	0,00	0,00

Combinaciones

Combinaciones de las fuerzas ambientales	Condición de buque vacío			Condición de buque cargado		
	F _X (t)	F _Y (t)	M _{XY} (t.m)	F _X (t)	F _Y (t)	M _{XY} (t.m)
Viento lateral + Corriente lateral	18,47	-296,90	-3738,78	0,95	-208,07	-5820,49
Viento longitudinal + Corriente lateral	-57,39	-26,78	-368,26	-45,63	-90,49	-1240,56
Viento a 30° + Corriente lateral	-29,68	-157,58	3373,78	-34,70	-141,82	-2767,67
Viento lateral + Corriente longitudinal	18,98	-270,12	-3370,52	1,85	-117,58	-4579,93
Viento longitudinal + Corriente longitudinal	-56,87	0,00	0,00	-44,73	0,00	0,00
Viento a 30° + Corriente longitudinal	-29,17	-130,80	3742,03	-33,79	-51,34	-1527,10
Fuerzas máximas	-57,39	-270,12	3742,03	-45,63	-208,07	-5820,49

– Tabla 8.2 (continuación) –
Cálculos de las fuerzas ambientales sobre el buque de 130.000 DWT.



8.1.3 Defensas

8.1.3.1 Defensa 1 – Foam

Fuerza (%)	Deformación (%)
0	0
5	10
10	15
20	24
30	30
40	36
50	41
60	45
70	49
80	53
90	57
100	60

– Tabla 8.3 –

Comportamiento de la defensa tipo Foam expresado en % de Fuerza vs % de deformación (Fentek, 2002)

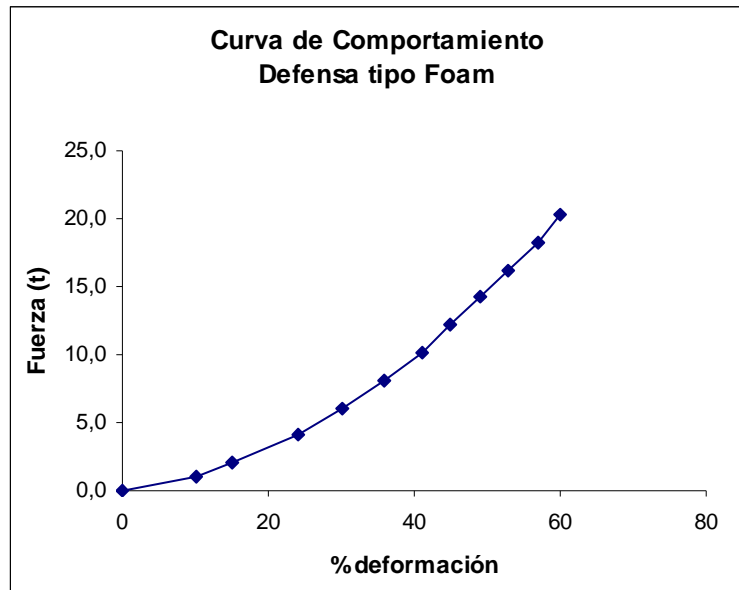
Fender Size ØD x L	FF-30 Series			FF-50 Series		
	R (kN)	R (t)	E (kNm)	R (kN)	R (t)	E (kNm)
500 x 1000	66	6,7	8	88	9,0	10
600 x 1000	80	8,2	11	106	10,8	15
750 x 1500	150	15,3	26	198	20,2	35
1000 x 1500	199	20,3	47	264	26,9	62
1000 x 2000	266	27,1	62	352	35,9	82
1200 x 2000	319	32,5	90	422	43,0	119
1200 x 2500	399	40,7	112	528	53,8	148

– Tabla 8.4 –

Fuerza máxima resistida por cada defensa según el tipo y tamaño (Fentek, 2002)

**CURVA 1**

Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)
0,000	0,000
1,015	10,000
2,030	15,000
4,060	24,000
6,090	30,000
8,120	36,000
10,150	41,000
12,180	45,000
14,210	49,000
16,240	53,000
18,270	57,000
20,300	60,000





– Figura 8.6 –
Curva de comportamiento de la defensa 1 (tipo Foam).

8.1.3.2 Defensa 2 – D & Square

Fuerza (%)	Deformación (%)
0	0
10	2,5
18	5
20	8
30	18
40	25
50	31
60	37
70	41
80	45
90	48
100	50

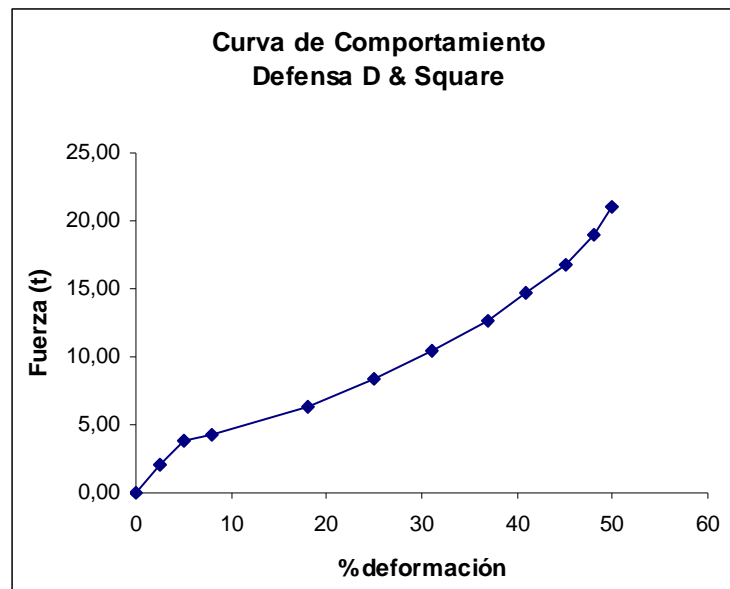
– Tabla 8.5 –
Comportamiento de la defensa tipo D & square expresado en % de Fuerza vs % de deformación (Fentek, 2002)



						
Fender Size	R (kN)	R (t)	E (kNm)	R (kN)	R (t)	E (kNm)
100	77	7,9	1,4	136	13,9	2,7
150	115	11,7	3,2	206	21,0	6,4
200	153	15,6	5,7	275	28,0	11,3
250	191	19,5	8,9	343	35,0	17,6
300	230	23,5	12,9	412	42,0	25,5
350	268	27,3	17,6	471	48,0	34,3
400	306	31,2	23,0	589	60,1	45,2
500	383	39,1	35,9	736	75,1	70,7

– Tabla 8.6 –
Fuerza máxima resistida por cada defensa según el tipo y tamaño (Fentek, 2002)

CURVA 2	
Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)
0,000	0,000
2,100	2,500
3,780	5,000
4,200	8,000
6,300	18,000
8,400	25,000
10,500	31,000
12,600	37,000
14,700	41,000
16,800	45,000
18,900	48,000
21,000	50,000



– Figura 8.7 –
Curva de comportamiento de la defensa 2 (tipo Square).



8.1.3.3 Defensa 3 – Super Cone

Fuerza (%)	Deformación (%)
0	0
75	20
89	25
97	30
100	35
98	40
92	45
77	55
73	60
77	65
91	70
100	72

– Tabla 8.7 –

Comportamiento de la defensa tipo Super Cone expresado en % de Fuerza vs % de deformación (Fentek, 2002)

	SCN 500		
	R (kN)	R (t)	E (kNm)
E 0.9	164	16,7	36,5
E 1.0	182	18,6	40,5
E 1.1	187	19,1	41,9
E 1.2	191	19,5	43,2
E 1.3	196	20,0	44,6
E 1.4	200	20,4	45,9
E 1.5	205	20,9	47,3
E 1.6	209	21,3	48,6
E 1.7	214	21,8	50,0
E 1.8	218	22,2	51,3
E 1.9	223	22,7	52,7
E 2.0	227	23,1	54,0

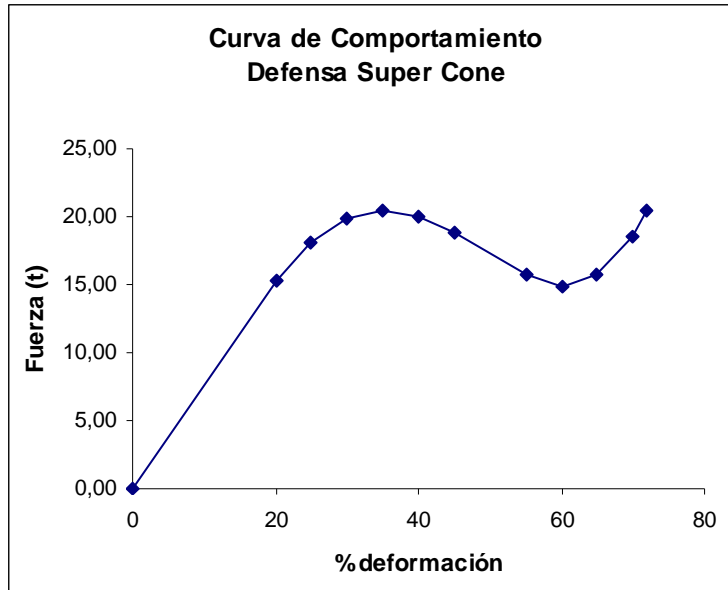
– Tabla 8.8 –

Fuerza máxima resistida por cada defensa según el tipo y tamaño (Fentek, 2002)



CURVA 3

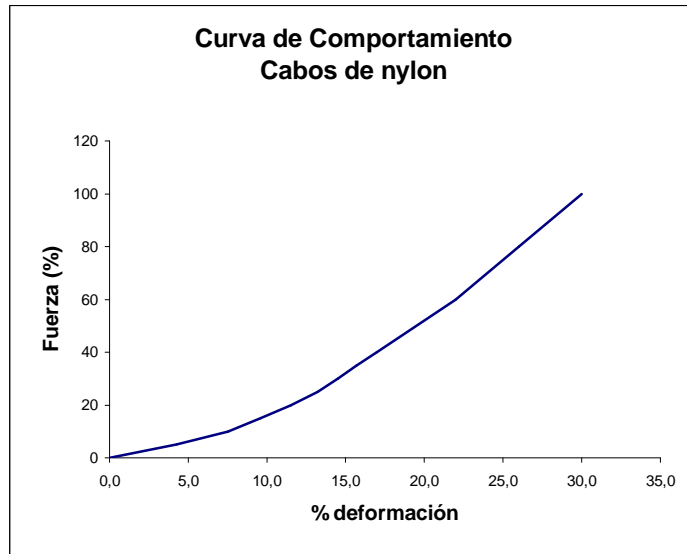
Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)
0,000	0,000
15,300	20,000
18,156	25,000
19,788	30,000
20,400	35,000
19,992	40,000
18,768	45,000
15,708	55,000
14,892	60,000
15,708	65,000
18,564	70,000
20,400	72,000



– Figura 8.8 –
Curva de comportamiento de la defensa 3 (tipo Super Cone).

8.1.4 Cabos

Fuerza (%)	Deformación (%)
0	0,0
5	4,3
10	7,5
15	9,6
20	11,5
25	13,2
30	14,5
35	15,7
40	17,0
60	22
80	26
100	30,0



– Figura 8.9 –
Comportamiento de los cabos de nylon expresado en % de Fuerza vs % de deformación (Puget Sound Rope, 2003)



Nominal Diameter		Size Number (circ)	Approximate Weight		Minimum Tensile Strength	
Inch	MM		Lbs/100ft	Kg/100m	Pounds	kN
1/4	6	3/4	1.7	2.5	1,900	8.5
5/16	8	1	2.6	3.9	2,900	12.9
3/8	9	1-1/8	3.7	5.5	4,200	18.7
7/16	11	1-1/4	5.1	7.6	5,700	25.4
1/2	12	1-1/2	6.6	9.8	7,400	32.9
9/16	14	1-3/4	9	13.4	10,200	45.4
ABS AND DNV TYPE APPROVED SIZES						
5/8	16	2	11.6	17.2	14,800	65.8
3/4	18	2-1/4	14.7	21.9	19,000	84.5
7/8	22	2-3/4	21.8	32.4	28,300	125.9
1	24	3	26.0	38.7	33,500	149.0
1-1/16	26	3-1/4	31.0	46.1	39,000	173.5
1-1/8	28	3-1/2	35.4	52.7	44,900	199.7
1-1/4	30	3-3/4	40.7	60.6	52,300	232.6
1-5/16	32	4	46.3	68.9	58,800	261.6
1-1/2	36	4-1/2	58.4	86.9	74,000	329.2
1-5/8	40	5	72.3	107.6	92,400	411.0
1-3/4	44	5-1/2	87.7	130.5	110,900	493.3
2	48	6	103.9	154.6	131,500	584.9
2-1/8	52	6-1/2	122.0	181.6	152,800	679.7
2-1/4	56	7	141.2	210.1	181,000	805.1
2-1/2	60	7-1/2	162.6	242.0	201,000	894.1
2-5/8	64	8	185.1	275.5	222,000	987.5
2-3/4	68	8-1/2	201.2	299.4	248,000	1103.2
3	72	9	234.3	348.7	277,000	1232.2
3-1/4	80	10	288.9	430.0	341,000	1516.8
3-5/8	88	11	349.9	520.7	409,000	1819.3
4	96	12	416.2	619.4	475,000	2112.9
4-1/4	104	13	481.5	716.6	549,000	2442.1

– Tabla 8.9 –
Características de los cabos de nylon (Puget Sound Rope, 2003)



CURVA 1		CURVA 2	
Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)	Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)
0,00	0,00	0,00	0,00
0,34	4,27	1,19	4,27
0,67	7,50	2,37	7,50
1,01	9,60	3,56	9,60
1,34	11,50	4,74	11,50
1,68	13,20	5,93	13,20
2,01	14,50	7,12	14,50
2,35	15,70	8,30	15,70
2,69	17,00	9,49	17,00
4,03	22,00	14,23	22,00
5,37	26,00	18,98	26,00
6,71	30,00	23,72	30,00

CURVA 3		CURVA 4	
Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)	Fuerza (t)	Deformación relativa δ/L (%)
0,00	0,00	0,00	0,00
4,11	4,27	12,45	4,27
8,21	7,50	24,90	7,50
12,32	9,60	37,35	9,60
16,42	11,50	49,80	11,50
20,53	13,20	62,25	13,20
24,63	14,50	74,70	14,50
28,74	15,70	87,15	15,70
32,84	17,00	99,60	17,00
49,26	22,00	149,40	22,00
65,68	26,00	199,20	26,00
82,10	30,00	249,00	30,00

– Tabla 8.10 –
Datos Fuerza vs % deformación para los 4 cabos a considerar.



8.1.5 Código para relacionar las variables

Para facilitar el orden y la presentación del presente estudio paramétrico, se creó un código para conjugar las diversas variables. A continuación se presenta una tabla resumen con las siglas correspondientes a cada variable.

Buque		Configuración		Cabos		Defensas	
B1	85.000 DWT	c1	Figura 8.1	C1	Nylon Ø = 16 mm F = 6,7 t	D1	Foam FF -30 F = 23,3 t
B2	130.000 DWT	c2	Figura 8.2	C2	Nylon Ø = 30 mm F = 23,72 t	D2	Square Size: 150 F = 21 t
		c3	Figura 8.3	C3	Nylon Ø = 56 mm F = 82,1 t	D3	Super Cone SCN 500 F = 20,4 t
		c4	Figura 8.4 Utilizada apenas para sistema flexible	C4	Nylon Ø = 104 mm F = 249 t		

– Tabla 8.11 –
Variables del estudio paramétrico.

De esta forma cada caso en estudio queda definido por un código donde se incorporan las 4 letras que definen la variable a utilizar; por ejemplo, Buque de 85.000 DWT amarrado con una configuración como la representada en la figura 8.2, utilizando cabos de nylon de Ø = 56 mm y defensas tipo square; el código sería: B1c2.C3D2

8.2 COMPORTAMIENTO DE LAS DEFENSAS

Para estudiar el comportamiento de las defensas se utilizaron tres tipos de defensas descritos en el apartado anterior. La curva de comportamiento de cada una de estas defensas también fue aproximada a una recta para comparar la influencia del análisis lineal y no lineal en el comportamiento de estos elementos.

Como variables fijas fueron utilizadas, buque de 85.000 DWT amarrado según la configuración presentada en la figura 8.3 con cabos de nylon de Ø = 104 mm.

8.2.1 Datos de entrada fijos

Fuerzas	
Fx	-5,06 t
Fy	-30,16 t
Mxy	-298,92 t.m



Configuración 3

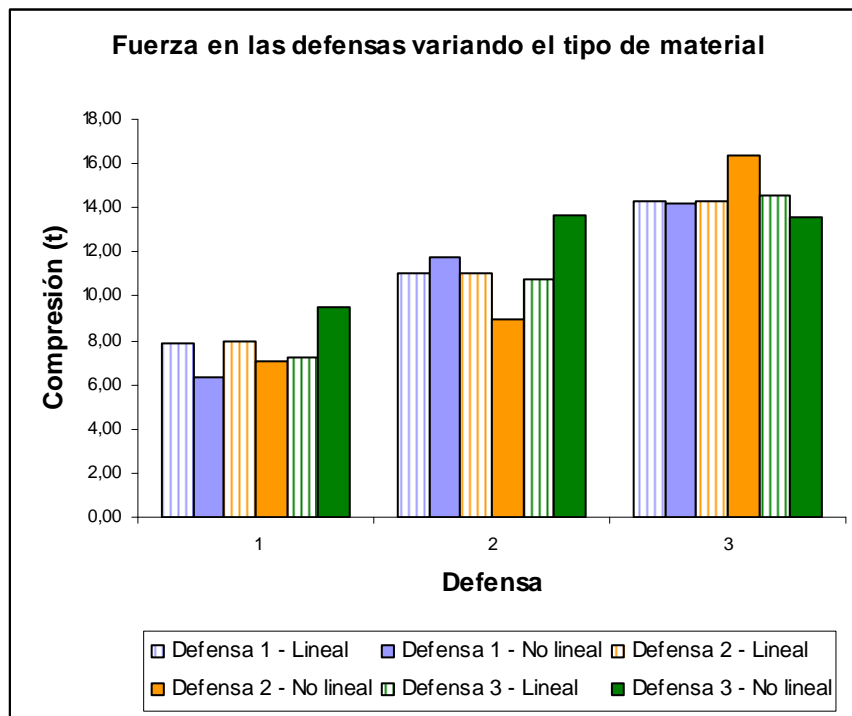
Buque

X CM 118,5 m
Y CM 51,0 m

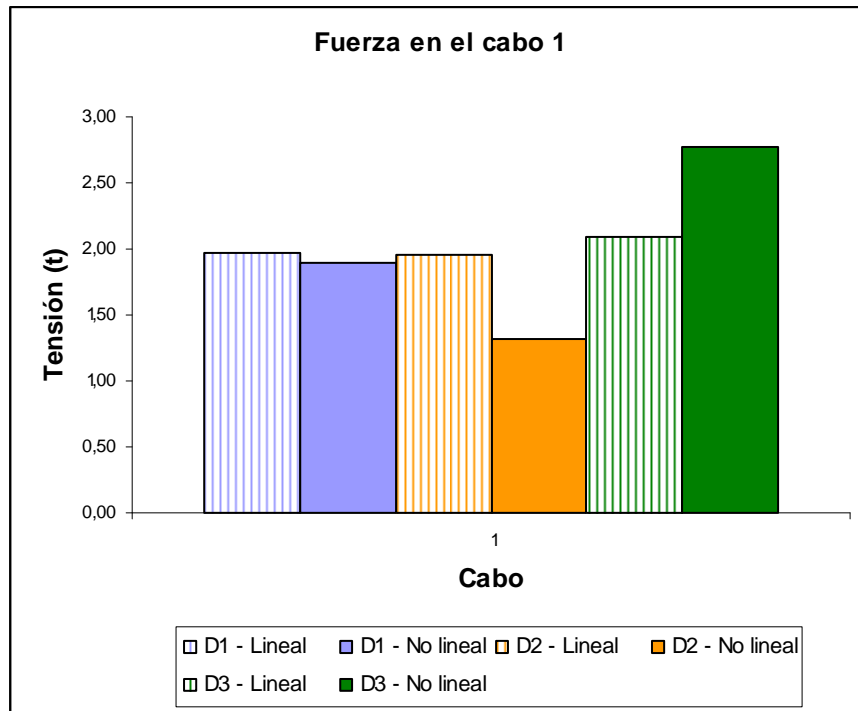
Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	5,00	-89,00	0,00	5
2	32,00	0,00	-78,00	-10,00	5
3	111,00	33,00	-68,50	-12,00	5
4	111,00	33,00	49,00	-12,00	5
5	202,00	0,00	78,00	-8,00	5
6	245,50	5,00	86,00	-3,00	5

Defensa	X	Li
1	78,00	1,5
2	111,00	1,5
3	146,00	1,5

8.2.2 Resultados

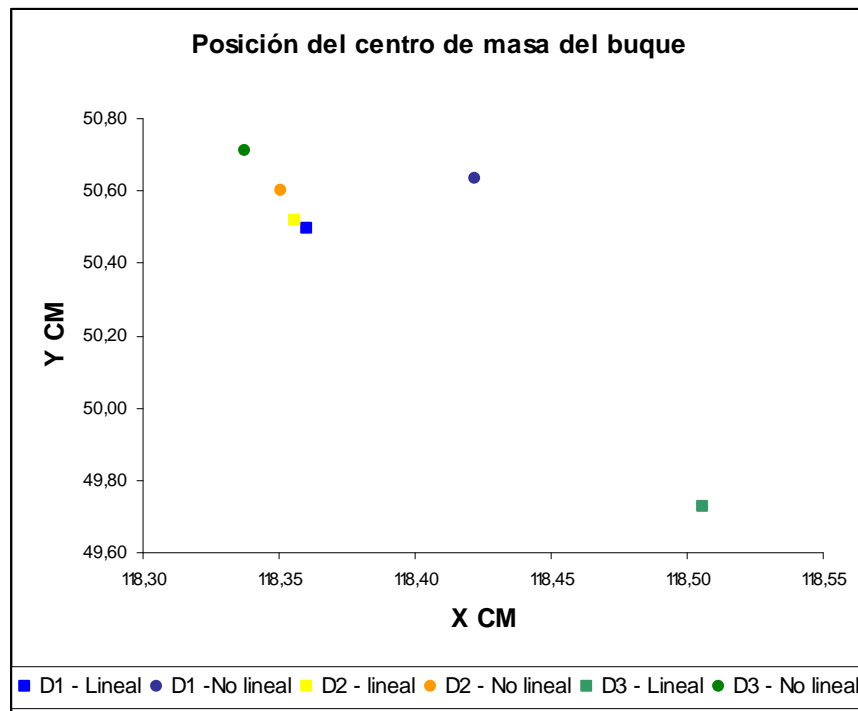


– Figura 8.10 –
Fuerzas en las defensas variando el tipo de material.



– Figura 8.11 –

Fuerza en el cabo 1 para el análisis del comportamiento de las defensas.



– Figura 8.12 –

Posición del centro de masa del buque para el análisis del comportamiento de las defensas.



A continuación se presentan los resultados obtenidos para los seis casos analizados.

8.2.2.1 Defensa 1

► B1c3.C4D1 – Lineal

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,14 m
Desplazamiento en Y: -0,50 m
Rotación: -0,23 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,36
Y CM: 50,50

Fuerzas globales en las bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	1,06	1,66
32,00	0,00	0,11	0,53
111,00	33,00	-6,23	0,83
202,00	0,00	0,00	0,00
245,50	5,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	1,97	1	7,86
2	0,54	2	10,99
3	7,32	3	14,32
4	1,05		
5	0,00		
6	0,00		

► B1c3.C4D1 – No lineal

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,08 m
Desplazamiento en Y: -0,36 m
Rotación: -0,11 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,42
Y CM: 50,64

**Fuerzas globales en las Bitas (t)**

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	1,02	1,59
32,00	0,00	0,00	0,00
111,00	33,00	-6,08	0,60
202,00	0,00	0,00	0,00
245,50	5,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	1,89	1	6,37
2	0,00	2	11,80
3	6,11	3	14,18
4	0,00		
5	0,00		
6	0,00		

8.2.2.2 Defensa 2

▶ B1c3.C4D2 – Lineal

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,14 m
Desplazamiento en Y: -0,48 m
Rotación: -0,22 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,36
Y CM: 50,52

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	1,05	1,64
32,00	0,00	0,12	0,59
111,00	33,00	-6,23	0,83
202,00	0,00	0,00	0,00
245,50	5,00	0,00	0,00

**Fuerzas locales en cada miembro (t)**

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	1,95	1	7,92
2	0,61	2	11,01
3	7,34	3	14,29
4	1,08		
5	0,00		
6	0,00		

▶ B1c3.C4D2 – No lineal

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,15 m
Desplazamiento en Y: -0,40 m
Rotación: -0,14 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,35
Y CM: 50,60

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	0,71	1,11
32,00	0,00	0,01	0,07
111,00	33,00	-5,65	0,86
202,00	0,00	0,00	0,00
245,50	5,00	-0,13	0,14

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	1,32	1	7,04
2	0,07	2	8,92
3	7,17	3	16,37
4	1,49		
5	0,00		
6	0,19		

8.2.2.3 Defensa 3

▶ B1c3.C4D3 – Lineal

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,01 m
Desplazamiento en Y: -1,27 m
Rotación: -0,68 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,51
Y CM: 49,73

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	1,13	1,77
32,00	0,00	0,00	0,00
111,00	33,00	-6,19	0,61
202,00	0,00	0,00	0,00
245,50	5,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	2,10	1	7,24
2	0,00	2	10,78
3	6,25	3	14,53
4	0,02		
5	0,00		
6	0,00		

▶ B1c3.C4D3 – No lineal

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,16 m
Desplazamiento en Y: -0,29 m
Rotación: -0,14 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,34
Y CM: 50,71

**Fuerzas globales en las Bitas (t)**

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	1,50	2,33
32,00	0,00	0,48	2,33
111,00	33,00	-6,04	0,89
202,00	0,00	0,00	0,00
245,50	5,00	-1,00	1,05

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	2,77	1	9,49
2	2,38	2	13,70
3	7,52	3	13,57
4	1,46		
5	0,00		
6	1,45		

8.2.3 Análisis de resultados

En la figura 8.10 podemos observar que la compresión en las defensas varía para el mismo material dependiendo si el análisis es lineal o no lineal. De las tablas de resultados se puede observar que para la defensa 1 (foam) existen variaciones hasta de 18% entre el análisis lineal y no lineal; para la defensa 2 (square) existen diferencias entre 11% y 19% en las compresiones de las defensas cuando se varía de análisis lineal a no lineal y por último podemos observar que la compresión en las defensas tipo 3 (super cone) varía en un máximo de 31% debido a la alta no linealidad que presentan provocando que el análisis lineal introduzca un alto grado de error.

La no linealidad de las defensas también influye en las fuerzas resistidas por los cabos que a su vez serán transmitidas a las bitas; analizando el cabo #1, por ser este uno de los más representativos y estar siempre trabajando, se puede concluir que a medida que la curva de comportamiento de las defensas presenta una alta no linealidad las fuerzas en los cabos presentan mayores variaciones de un análisis a otro, es decir, para el tipo de defensa 1 (foam) se obtienen diferencias en las fuerzas de tensión de los cabos de 4% mientras que para el caso de defensa 3 (super cone) la diferencia entre las tensiones de los cabos es del orden de 31%

Por todo lo expuesto se puede concluir que un análisis más riguroso incluyendo la no linealidad en el comportamiento de las defensas es necesario ya que se obtienen resultados de fuerzas significativamente diferentes y que pueden condicionar el diseño del muelle.



8.3 COMPORTAMIENTO DE LOS CABOS

Para estudiar el comportamiento de los cabos de amarre se utilizaron 4 tipos de cabos, del mismo material pero con diferentes diámetros y en consecuencia con diferentes fuerzas máximas resistentes, lo que se traduce en rigideces diferentes.

En este caso las fuerzas externas aplicadas fueron colocadas con signo positivo en la dirección Y global de forma que las defensas no trabajan por estar en tracción, pero en contra partida se puede realizar un mejor análisis del comportamiento de los cabos por estar todos trabajando simultáneamente.

Debido a que los cabos de amarre son unos de los factores primordiales en la configuración de amarre, también se analizaron tres tipos de configuraciones.

8.3.1 Datos de entrada fijos

Fuerzas	
Fx	-5,06 t
Fy	30,16 t
Mxy	298,92 t.m

Configuración 1

Buque

X CM 126,6 m
Y CM 53,8 m

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	0,00	-120,00	-16,33	5
2	28,50	0,00	-113,74	-17,29	5
3	55,90	0,00	-106,80	-17,92	5
4	93,90	35,00	-37,20	-18,71	5
5	159,30	35,00	37,20	-18,71	5
6	184,62	0,00	93,60	-17,63	5
7	212,02	0,00	99,60	-17,29	5
8	240,52	0,00	119,90	-10,03	5

**Configuración 2****Buque**

X CM 133,39 m
Y CM 56,50 m

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	0,00	-130,00	-7,56	5
2	0,00	0,00	-113,95	-15,12	5
3	54,00	0,00	-113,95	-15,12	5
4	54,00	0,00	-66,43	-19,00	5
5	116,64	34,50	-62,60	-19,00	5
6	150,14	34,50	62,50	-19,00	5
7	121,78	0,00	66,43	-19,00	5
8	121,78	0,00	113,95	-15,12	5
9	266,78	0,00	113,95	-15,12	5
10	266,78	0,00	127,45	-5,40	5

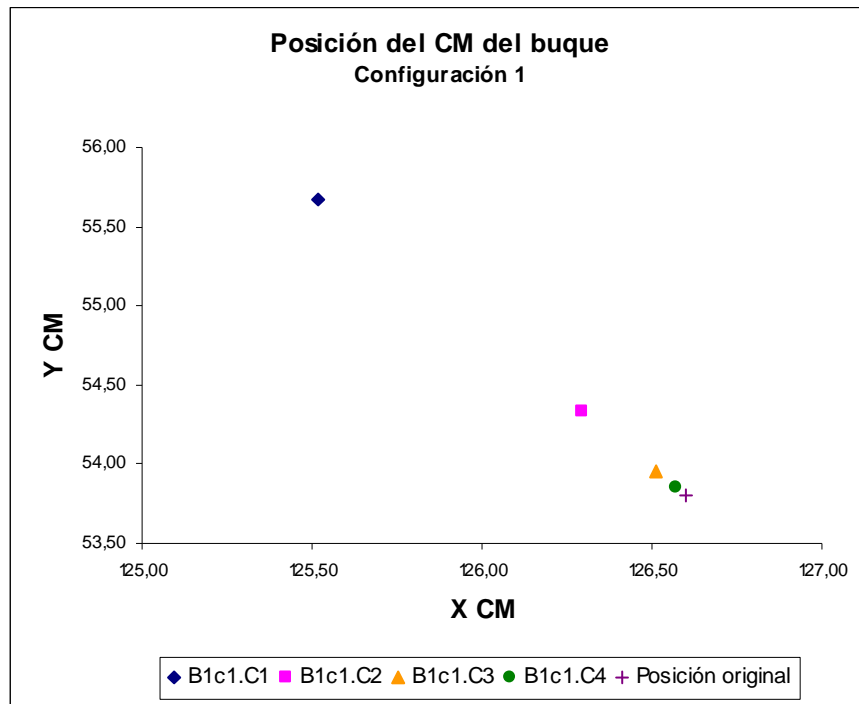
Configuración 3**Buque**

X CM 118,5 m
Y CM 51,0 m

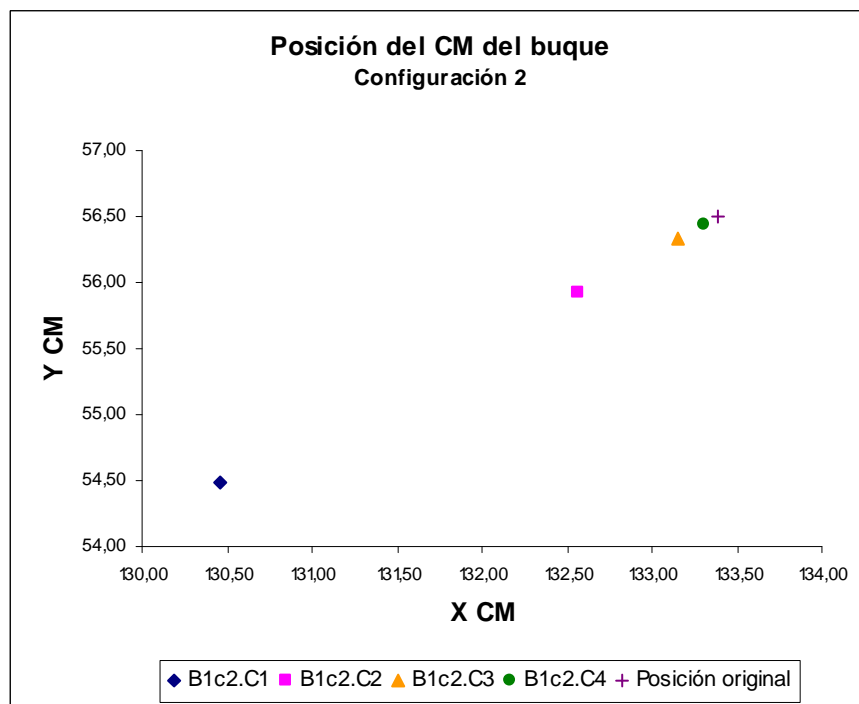
Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	5,00	-89,00	0,00	5
2	32,00	0,00	-78,00	-10,00	5
3	111,00	33,00	-68,50	-12,00	5
4	111,00	33,00	49,00	-12,00	5
5	202,00	0,00	78,00	-8,00	5
6	245,50	5,00	86,00	-3,00	5



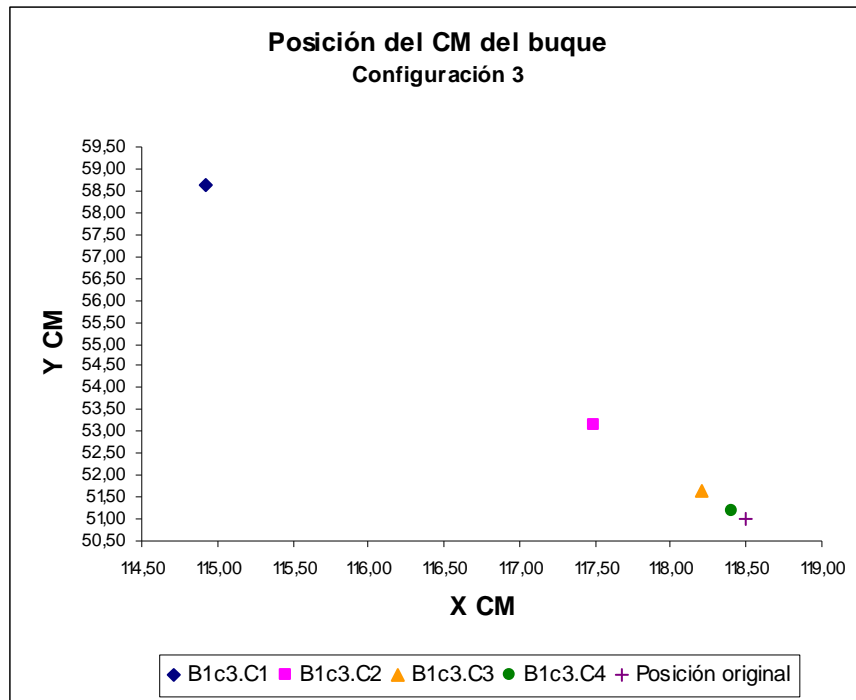
8.3.2 Resultados



– Figura 8.13 –
Posición del CM del buque para el análisis de los cabos (Configuración 1)



– Figura 8.14 –
Posición del CM del buque para el análisis de los cabos (Configuración 3)



– Figura 8.15 –
Posición del CM del buque para el análisis de los cabos (Configuración 3)

8.3.2.1 Configuración 1

► B1c1.C1

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -1,08 m
Desplazamiento en Y: 1,87 m
Rotación: 1,06 °
Posición de equilibrio
X CM: 125,52
Y CM: 55,67

► B1c1.C2

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,31 m
Desplazamiento en Y: 0,53 m
Rotación: 0,30 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,29
Y CM: 54,33



▶ B1c1.C3

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,09 m
Desplazamiento en Y: 0,15 m
Rotación: 0,00 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,51
Y CM: 53,95

▶ B1c1.C4

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,03 m
Desplazamiento en Y: 0,05 m
Rotación: 0,03 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,57
Y CM: 53,85

▶ B1c1.C1 ; B1c1.C2 ; B1c1.C3 ; B1c1.C4

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	0,82	4,64
28,50	0,00	-1,99	4,64
55,90	0,00	-3,69	3,67
93,90	35,00	-8,45	-0,39
159,30	35,00	0,65	-0,03
184,62	0,00	4,16	4,23
212,02	0,00	2,49	6,41
240,52	0,00	0,95	6,99

Fuerzas locales en los cabos (t)

Cabo	Tensión
1	4,71
2	5,05
3	5,21
4	8,45
5	0,65
6	5,93
7	6,88
8	7,05



8.3.2.2 Configuración 2

▶ B1c2.C1

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -2,93 m Desplazamiento en Y: -2,02 m Rotación: 0,49 °
Posición de equilibrio
X CM: 130,46 Y CM: 54,48

▶ B1c2.C2

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,83 m Desplazamiento en Y: -0,57 m Rotación: 0,00 °
Posición de equilibrio
X CM: 132,56 Y CM: 55,93

▶ B1c2.C3

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,24 m Desplazamiento en Y: -0,17 m Rotación: 0,00 °
Posición de equilibrio
X CM: 133,15 Y CM: 56,33

▶ B1c2.C4

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,08 m Desplazamiento en Y: -0,05 m Rotación: 0,00 °
Posición de equilibrio
X CM: 133,31 Y CM: 56,45



► B1c2.C1 ; B1c2.C2 ; B1c2.C3 ; B1c2.C4

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	1,53	6,17
54,00	0,00	-2,07	6,56
116,64	34,50	-6,29	0,41
150,14	34,50	3,55	0,23
212,78	0,00	0,95	7,45
266,78	0,00	-2,72	9,34

Fuerzas locales en los cabos (t)

Cabo	Tensión
1	3,44
2	3,03
3	4,79
4	3,05
5	6,30
6	3,56
7	4,73
8	3,89
9	5,12
10	4,73

8.3.2.3 Configuración 3

► B1c3.C1

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -3,58 m
Desplazamiento en Y: 7,63 m
Rotación: 1,83 °
Posición de equilibrio
X CM: 114,92
Y CM: 58,63



▶ B1c3.C2

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -1,01 m
Desplazamiento en Y: 2,16 m
Rotación: 0,52 °
Posición de equilibrio
X CM: 117,49
Y CM: 53,16

▶ B1c3.C3

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,29 m
Desplazamiento en Y: 0,62 m
Rotación: 0,00 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,21
Y CM: 51,62

▶ B1c3.C4

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,10 m
Desplazamiento en Y: 0,21 m
Rotación: 0,00 °
Posición de equilibrio
X CM: 118,40
Y CM: 51,21

▶ B1c3.C1 ; B1c3.C2 ; B1c3.C3 ; B1c3.C4

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	5,00	3,18	4,95
32,00	0,00	1,50	7,25
111,00	33,00	-2,29	1,06
202,00	0,00	-1,34	10,49
245,50	5,00	-6,11	6,41

**Fuerzas locales en los cabos (t)**

Cabo	Tensión
1	5,89
2	7,41
3	6,40
4	4,10
5	10,57
6	8,85

8.3.3 Análisis de resultados

El primer fenómeno a observar es que los desplazamientos en el sentido X global son 70% y 82% mayores para la configuración 3 comparados con los valores obtenidos para la configuración 1 y 2, respectivamente; igualmente los valores de desplazamiento en el sentido Y global son 75% y 26% mayores en la configuración 3 comparados con las configuraciones 1 y 2. Estos resultados se deben a que la configuración 3 tiene menos cabos que las otras dos configuraciones (como se puede observar en las figuras 8.1, 8.2 y 8.3, respectivamente); al tener más cabos el problema resulta más hiperestático y el buque se encuentra más amarrado, provocando menor desplazamiento en los casos de configuraciones de amarre con mayor número de cabos. Evaluando en segundo lugar la posición final del buque respecto a la inicial, se observa que para las tres configuraciones el cabo más rígido es aquel que permite posiciones finales del buque más cerca de la posición inicial.

Bien para cualquiera de las tres configuraciones, se obtuvieron iguales valores para las fuerzas en los cabos y las correspondientes fuerzas transmitidas a las bitas independientemente del tipo de cabos. Estos resultados no son de extrañar porque las fuerzas en las reacciones dependen de las fuerzas aplicadas y la posición en los apoyos. Para sistemas hiperestáticos considerando el buque como elemento rígido (como es el caso) las fuerzas son siempre transmitidas de la misma forma a los elementos flexibles (cabos) y la distribución de esfuerzos depende de la configuración de amarre; si consideramos el buque como un elemento flexible (en el concepto de ingeniería civil) obtendríamos pequeñas diferencias en las fuerzas resistidas por los elementos al variar la rigidez de éstos.

Analizando las fuerzas en las bitas que amarran los cabos 1 y 2 y la última bita de cada sistema, por estar estas ubicadas en una posición semejante, podemos observar que las fuerzas resistidas por las bitas en el caso de la configuración 3 son 10% y hasta 80% mayores que en el caso de las configuraciones 1 y 2.



Comparando las fuerzas máximas de los cabos de amarre en cada caso, se puede destacar que la configuración 3 tiene fuerzas 40% mayores que la configuración 2 y 20% mayores a las fuerzas máximas de los cabos en la configuración 1. A su vez, los cabos en la configuración 1 poseen fuerzas máximas 25% mayores a las fuerzas máximas de los cabos en la configuración 2. De este modo quedaría la configuración 2 con las menores fuerzas de tensión en los cabos.

En conclusión, los sistemas de amarre con mayor número de cabos tienen una distribución de esfuerzos más favorable provocando, en general, menores fuerzas en las bitas y menor desplazamiento del buque. La rigidez de los cabos apenas contribuye a obtener posiciones finales del buque más próximas de la posición inicial a medida que esta aumenta.

8.4 COMPARACIÓN DE BUQUES

En este estudio se comparan los dos buques para la misma configuración y los mismos materiales constituyentes de los elementos de amarre y defensas. Con el objetivo de verificar las fuerzas en las bitas para cada caso y estudiar el efecto que podría tener atracar y amarrar buques de diferentes categorías en el mismo puerto; se utilizó la configuración de amarre 1 por ser clásica, con cabos de naylon $\varnothing = 104$ mm por ser los más rígidos y dos tipos de defensas, curva 2 y 3 que presentan curvas de comportamiento con diferentes grados de no linealidad y por último las fuerzas aplicadas en cada buque corresponden a sus respectivas fuerzas estáticas equivalentes para el caso de buque cargado por ser este el caso más desfavorable.

8.4.1 Datos de entrada fijes

Fuerzas para la condición: Cargado	
Buque 1 (85.000 DWT)	
Fx	-3,63 t
Fy	-49,8 t
Mxy	-617,51 t.m
Buque 2 (130.000 DWT)	
Fx	-45,63 t
Fy	-208,07 t
Mxy	-5820,49 t.m

**Configuración 1****Buque 1 (85.000 DWT)****X CM** 126,60 m**Y CM** 53,80 m

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	0,00	-120,00	-16,33	5
2	28,50	0,00	-113,74	-17,29	5
3	55,90	0,00	-106,80	-17,92	5
4	93,90	35,00	-37,20	-18,71	5
5	159,30	35,00	37,20	-18,71	5
6	184,62	0,00	93,60	-17,63	5
7	212,02	0,00	99,60	-17,29	5
8	240,52	0,00	119,90	-10,03	5

Defensa	X	Li
1	93,9	1,5
2	126,6	1,5
3	159,3	1,5

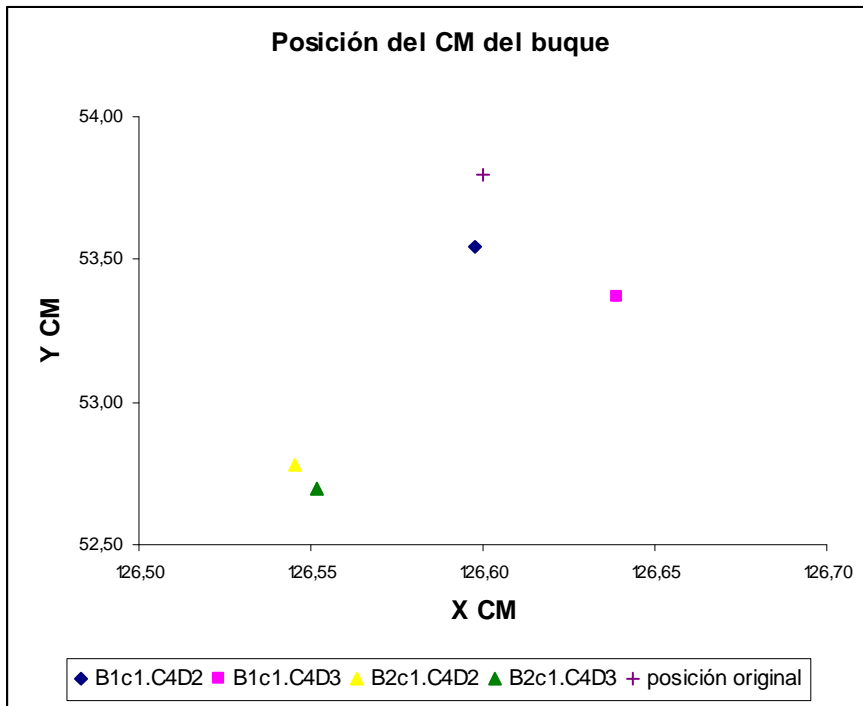
Buque 2 (130.000 DWT)**X CM** 126,60 m**Y CM** 53,80 m

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	0,00	-128,30	-18,10	5
2	28,50	0,00	-121,60	-19,15	5
3	55,90	0,00	-114,20	-19,85	5
4	93,90	35,00	-39,77	-19,56	5
5	159,30	35,00	39,77	-19,56	5
6	184,62	0,00	100,00	-19,53	5
7	212,02	0,00	106,50	-19,15	5
8	240,52	0,00	128,30	-11,10	5

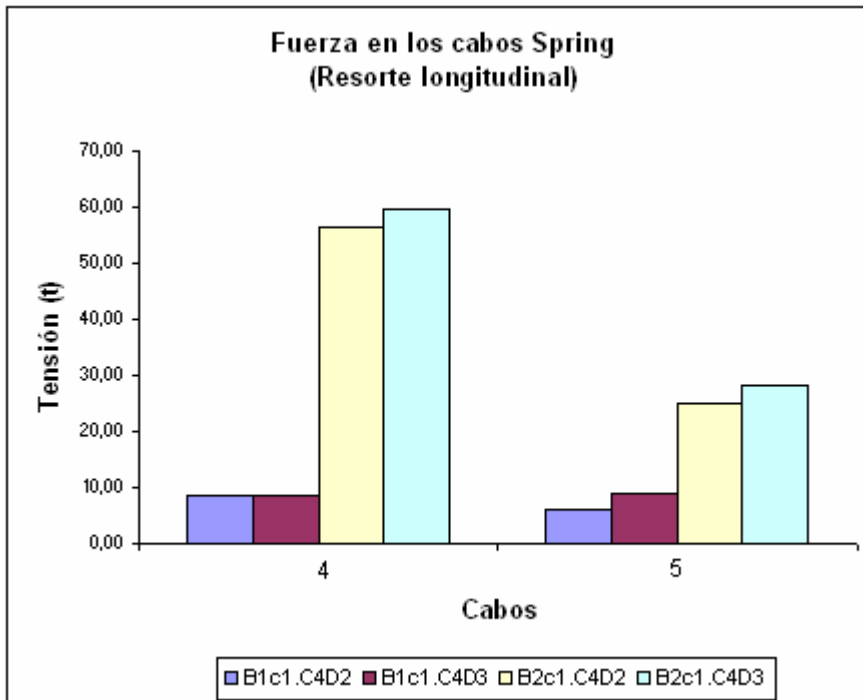
Defensa	X	Li
1	93,9	1,5
2	126,6	1,5
3	159,3	1,5



8.4.2 Resultados



– Figura 8.16 –
Posición del CM del buque para el análisis de comparación de buques.



– Figura 8.17 –
Fuerza en los cabos “spring” para el análisis de comparación de buques.



8.4.2.1 Buque 1

► B1c1.C4D2

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: 0,00 m
Desplazamiento en Y: -0,26 m
Rotación: -0,02 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,60
Y CM: 53,54

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	0,00	0,01
28,50	0,00	-0,23	0,54
55,90	0,00	-1,69	1,68
93,90	35,00	-8,65	-0,40
159,30	35,00	5,91	-0,28
184,62	0,00	1,04	1,05
212,02	0,00	0,00	0,00
240,52	0,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	0,01	1	10,89
2	0,59	2	18,09
3	2,39	3	23,43
4	8,66		
5	5,92		
6	1,48		
7	0,00		
8	0,00		

► B1c1.C4D3

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: 0,04 m
Desplazamiento en Y: -0,43 m
Rotación: -0,13 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,64
Y CM: 53,37

**Fuerzas globales en las Bitas (t)**

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	0,22	1,23
28,50	0,00	-0,53	1,25
55,90	0,00	-1,88	1,87
93,90	35,00	-8,61	-0,40
159,30	35,00	9,03	-0,42
184,62	0,00	-1,86	-1,90
212,02	0,00	0,00	0,00
240,52	0,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	1,25	1	17,16
2	1,36	2	20,57
3	2,65	3	13,70
4	8,61		
5	9,04		
6	-2,66		
7	0,00		
8	0,00		

8.4.2.2 Buque 2

▶ B2c1.C4D2

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,05 m
Desplazamiento en Y: -1,02 m
Rotación: -0,61 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,55
Y CM: 52,78

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	-0,64	13,44
28,50	0,00	-7,04	10,38
55,90	0,00	-7,94	6,20
93,90	35,00	-53,83	-17,21
159,30	35,00	23,82	-7,61
184,62	0,00	0,00	0,00
212,02	0,00	0,00	0,00
240,52	0,00	0,00	0,00

**Fuerzas locales en cada miembro (t)**

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	13,45	1	46,55
2	12,54	2	71,24
3	10,08	3	95,48
4	56,51		
5	25,01		
6	0,00		
7	0,00		
8	0,00		

▶ B2c1.C4D3

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,05 m
Desplazamiento en Y: -1,11 m
Rotación: -0,65 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,55
Y CM: 52,69

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	-0,65	13,56
28,50	0,00	-7,08	10,45
55,90	0,00	-7,98	6,23
93,90	35,00	-56,75	-18,14
159,30	35,00	26,83	-8,58
184,62	0,00	0,00	0,00
212,02	0,00	0,00	0,00
240,52	0,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	13,58	1	46,93
2	12,62	2	70,53
3	10,12	3	94,13
4	59,58		
5	28,17		
6	0,00		
7	0,00		
8	0,00		



8.4.3 Análisis de resultados

Comenzando por la diferencia de rigidez en las defensas se puede observar que la variación en las fuerzas en los elementos, así como la diferencia en los desplazamientos del buque, es relativamente pequeña comparada con el cambio de material constituyente de las defensas.

Tanto en la figura 8.17 como en las tablas de resultados se puede comprobar que hay una gran diferencia en las fuerzas de reacciones en los elementos y en las bitas, cuando son comparados los dos tipos de buques en estudio. Obteniendo fuerzas de más del triple para el caso del buque 2; nótese que la fuerza máxima en los cabos no es superada en ninguno de los casos en estudio porque los cabos a ser utilizados son los de mayor resistencia; cabe destacar que el uso de cabos con diámetro inferior a 52 mm sería riesgoso pues para el caso de amarrar el buque de 130.000 DWT estos romperían, poniendo en causa el sistema de amarre.

Con este estudio se evidencia la importancia de realizar un correcto diseño de la estructura de amarre, dado que para diferentes buques las reacciones que el puerto debe resistir varían sustancialmente, pues las fuerzas estáticas resistidas por cada buque dependen de su tamaño y áreas expuestas. Todo lo anteriormente expuesto conduce a la necesidad de un estudio previo de la zona y tipos de buques que probablemente atracarán en el lugar donde se pretende construir el puerto o estructura de amarre, para así poder realizar un diseño adecuado y seguro de dichas estructuras.

8.5 INCLUYENDO CADENAS DE ANCLAJE

Debido a las elevadas fuerzas obtenidas para el buque 2, en el estudio anterior, se realizará a continuación el mismo estudio incluyendo cadenas de anclaje para este caso, de forma a comparar el nuevo comportamiento del sistema de amarre.

Para esto se agregaron dos cadenas de popa y proa (sentido longitudinal) y dos cadenas de anclaje en sentido lateral. Las cuatro cadenas utilizadas tienen una longitud de 150,8 m ancladas al fondo marino con un ancla tipo Stockless de 6.000 lb de peso.

**8.5.1 Datos de entrada fijos****Buque 2 (130.000 DWT)**

X CM 126,60 m

Y CM 53,80 m

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben	pre-tensado
1	0,00	0,00	-128,30	-18,10	5
2	28,50	0,00	-121,60	-19,15	5
3	55,90	0,00	-114,20	-19,85	5
4	93,90	35,00	-39,77	-19,56	5
5	159,30	35,00	39,77	-19,56	5
6	184,62	0,00	100,00	-19,53	5
7	212,02	0,00	106,50	-19,15	5
8	240,52	0,00	128,30	-11,10	5

Defensa	X	Li
1	93,9	1,5
2	126,6	1,5
3	159,3	1,5

Cadena	X Boya	Y Boya	x' escoben	y' escoben
1	-42,00	53,80	-139,00	0,00
2	28,50	131,00	-121,60	19,15
3	212,02	131,00	106,50	19,15
4	298,50	53,80	139,00	0,00

8.5.2 Análisis de catenaria**8.5.2.1 Datos de entrada**

Profundidad del agua (m)	D:	12,500
Longitud superior (m)	L2:	150,800
Peso/long. Parte superior (t/m)	W2:	0,038
Fuerza máxima. Cadena superior (t)	T _{Máx} :	113,04
Longitud inferior (m)	L1:	0,000
Peso/long. Parte inferior (t/m)	W1:	0,000
Fuerza máxima. Cadena inferior (t)	T _{Máx} :	0,000
Peso del Sinker (t)	w:	0,000
Peso del ancla (t)	WA:	2,72
	k:	4,00
Angulo horizontal con el ancla (°)	θ:	0,00

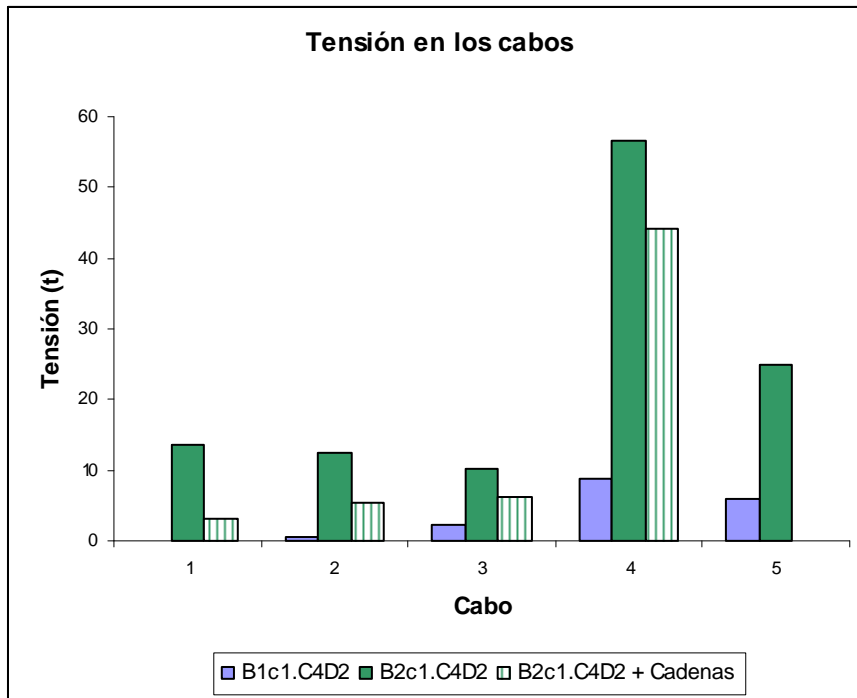


8.5.2.2 Resultados del análisis

H (t)	R (m)	δ (m)
0,00	138,30	0,00
3,09	148,55	10,25
6,18	149,19	10,89
9,27	149,48	11,18
12,36	149,66	11,36
15,45	149,78	11,48
18,55	149,87	11,57
21,64	149,93	11,63
24,73	149,99	11,69
27,82	150,04	11,74
30,91	150,08	11,78
34,00	150,11	11,81

Fuerza Horizontal del sistema (t)	H:	34,00
Fuerza vertical (t)	V:	5,67
Tensión en la cadena superior (t)	T2:	34,47
Tensión en la cadena inferior (t)	T1:	
Angulo de la cadena en el fondo (°)	ϕ :	0,00

8.5.3 Resultados



– Figura 8.18 –
Tensión en los cabos para el análisis de comparación de buque e incluyendo cadenas en el buque 2.



► B2c1.C4D2 + Cadena de anclaje

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,08 m
Desplazamiento en Y: -1,12m
Rotación: -0,46 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,52
Y CM: 52,68

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	-0,15	3,25
28,50	0,00	-3,03	4,46
55,90	0,00	-4,80	3,74
93,90	35,00	-43,95	-4,72
159,30	35,00	0,00	0,00
184,62	0,00	0,00	0,00
212,02	0,00	0,00	0,00
240,52	0,00	0,00	0,00

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	3,25	1	48,10
2	5,39	2	62,95
3	6,09	3	77,80
4	44,20		
5	0,00		
6	0,00		
7	0,00		
8	0,00		

Cabo Boya-cadena	Tensión boya	Tensión máxima	
1	0,00	34,00	
2	1,38	34,00	Ok
3	26,26	34,00	Ok
4	2,15	34,00	Ok



8.5.4 Análisis de resultados

La introducción de cadenas al sistema permitió una nueva redistribución de esfuerzos lo que se traduce en menores fuerzas en los elementos de amarre, obteniendo fuerzas 28% menores que en el caso del sistema sin cadenas. Sin embargo, la contribución de las cadenas no fue significativa en la posición final del buque, donde se obtuvieron valores semejantes a los anteriores (caso sin cadenas).

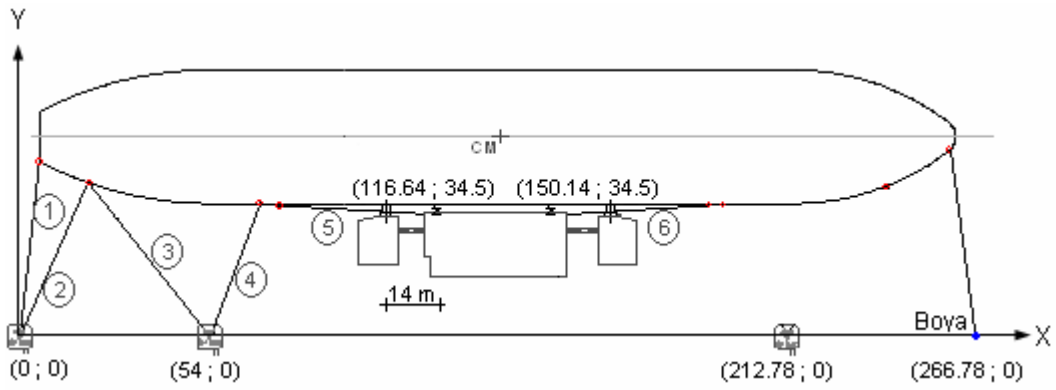
Se concluye que el aporte de las cadenas de anclaje no es garantía para permitir el amarre de buques mayores que los estipulados en el diseño del puerto o estructura de amarre; ya que la distribución de esfuerzos que estos nuevos elementos aportan al sistema no son suficientes para reducir sustancialmente las fuerzas transmitidas al duque de amarre.

8.6 CADENAS DE ANCLAJE COMO AMARRE ALTERNO

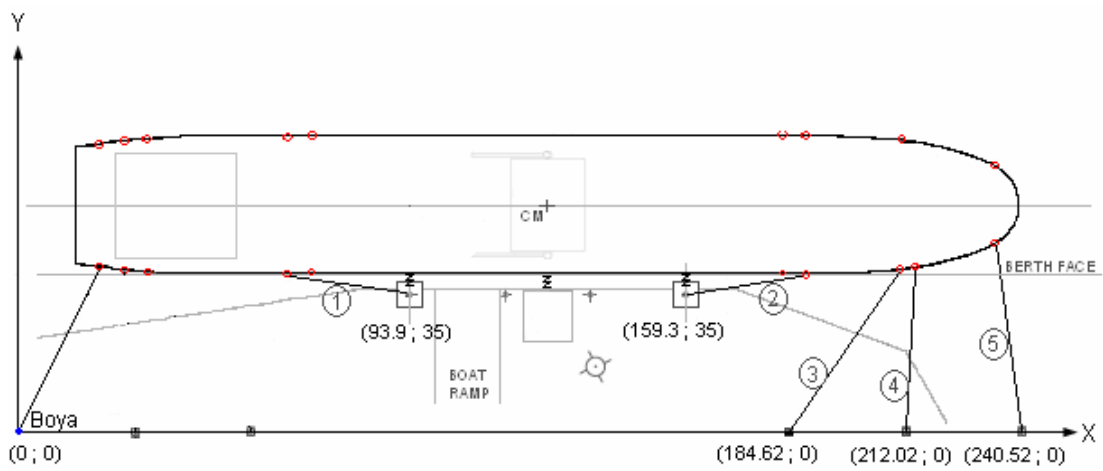
El alcance de este estudio comprende el análisis de dos situaciones en las cuales durante procesos de atraque uno o más de los duques de amarre de un puerto fueron impactados produciéndose daños de gran magnitud y que disminuyen drásticamente la capacidad de la estructura para resistir solicitaciones de amarre; lo que obliga a la realización en tiempo breve, de un sistema de amarre alterno que sustituya, de manera provisional, la estructura afectada.

La opción de amarre alterno por boya, cadena y ancla consiste en una boya, un tramo de 110 m de cadena de acero de 2,5'' de diámetro y un ancla tipo Danfor de 15.000 lb de peso. Para ubicar correctamente el ancla se debe considerar que el cabo y la cadena se ubicarán frente a los duques de amarre existentes, tal como se indica en las figuras 8.19 y 8.20.

Con el fin de realizar también una comparación con las opciones de amarre estudiadas en el apartado 8.3 *Comportamiento de los cabos*, fue utilizado el buque 1 (85.000 DWT) y cabos de amarre tipo 4.



– Figura 8.19 –
Amarre alternativo 1.



– Figura 8.20 –
Amarre alternativo 2.

8.6.1 Datos de entrada fijos

Fuerzas para la condición vacío		Fuerzas para la condición lleno	
Fx	-5,06 t	Fx	-3,63 t
Fy	30,16 t	Fy	49,80 t
Mxy	298,92 t.m	Mxy	617,51 t.m

**Amarre alterno 1 (Configuración 2)****Buque**

XCM	YCM
133,39	56,50

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben
1	0,00	0,00	-130,00	-7,56
2	0,00	0,00	-113,95	-15,12
3	54,00	0,00	-113,95	-15,12
4	54,00	0,00	-66,43	-19,00
5	116,64	34,50	-62,60	-19,00
6	150,14	34,50	62,50	-19,00

Cadena	X Boya	Y Boya	x' escoben	y' escoben
1	266,78	0	127,45	-5,4

Amarre alterno 2 (Configuración 1)**Buque**

XCM	YCM
126,6	53,8

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben
1	93,90	35,00	-37,19	-19,01
2	159,30	35,00	37,19	-19,01
3	184,62	0,00	93,60	-17,63
4	212,02	0,00	99,60	-17,29
5	240,52	0,00	119,99	-10,03

Cadena	X Boya	Y Boya	x' escoben	y' escoben
1	0	0	-120,00	-16,33

**8.6.2 Análisis de catenaria****8.6.2.1 Datos de entrada**

Profundidad del agua (m)	D:	18,000
Longitud superior (m)	L2:	110,000
Peso/long. Parte superior (t/m)	W2:	0,087
Fuerza máxima. Cadena superior (t)	T _{Máx} :	156,943
Longitud inferior (m)	L1:	0,000
Peso/long. Parte inferior (t/m)	W1:	0,000
Fuerza máxima. Cadena inferior (t)	T _{Máx} :	0,000
Peso del Sinker (t)	w:	0,000
Peso del ancla (t)	WA:	6,81
	k:	7,00
Angulo horizontal con el ancla (°)	θ:	5,00

8.6.2.2 Resultados del análisis

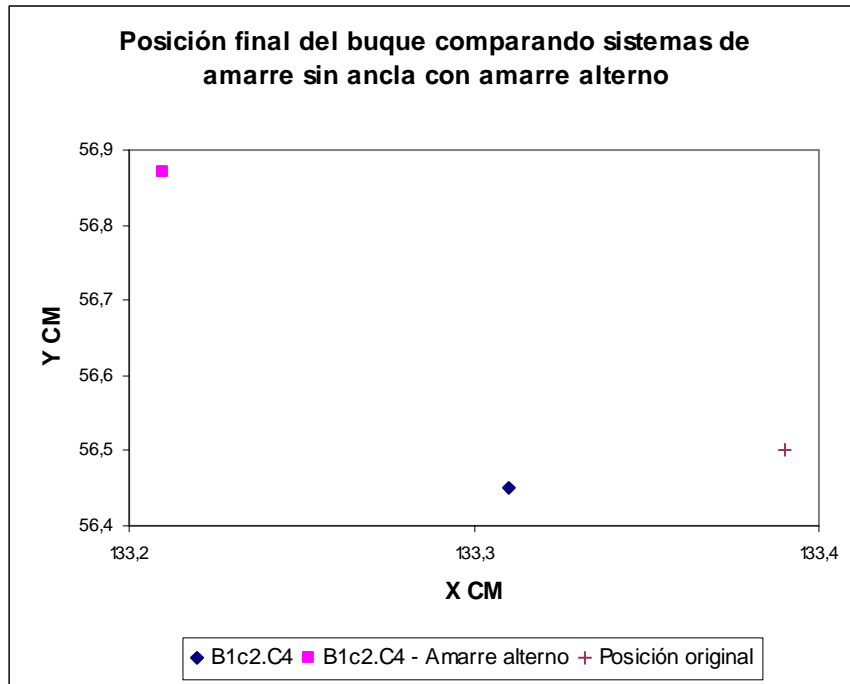
H (t)	R (m)	δ (m)
0,00	92,00	0,00
4,19	105,08	13,08
8,38	106,43	14,43
12,57	107,06	15,06
16,76	107,44	15,44
20,95	107,71	15,71
25,15	107,90	15,90
29,34	108,06	16,06
33,53	108,16	16,16
37,72	108,24	16,24
41,91	108,29	16,29
46,10	108,33	16,33

Fuerza horizontal del sistema (t)	H:	46,10
Fuerza vertical (t)	V:	12,47
Tensión en la cadena superior (t)	T2:	47,76
Tensión en la cadena inferior (t)	T1:	
Angulo de la cadena en el fondo (°)	φ:	3,06

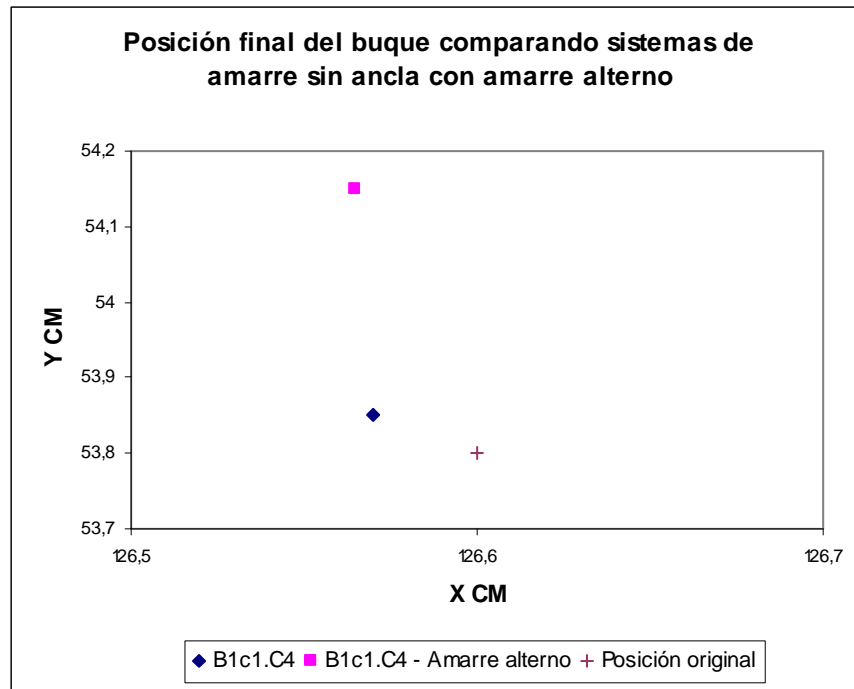


8.6.3 Resultados

A continuación se presentan gráficos donde se comparan las soluciones de amarre sin cadena (analizadas en el apartado 8.3) con las soluciones de amarre alterno con sistema de boya, cadena y ancla, aquí estudiadas.



– Figura 8.21 –
Posición del centro de masa del buque para el análisis entre amarre sin cadenas de anclaje y amarre alterno (Configuración 2).



– Figura 8.22 –
Posición del centro de masa del buque para el análisis entre amarre sin cadenas de anclaje y amarre alterno (Configuración 1).

8.6.3.1 Amarre alterno 1

- ▶ B1c2.C4 – Condición vacío.

Desplazamientos globales del buque	
Desplazamiento en X: -0,18m	
Desplazamiento en Y: 0,37 m	
Rotación: 0,22 °	
Posición de equilibrio	
X CM: 133,21	
Y CM: 56,87	

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	1,32	4,85
54,00	0,00	-1,30	10,16
116,64	34,50	-7,13	0,47
150,14	34,50	3,73	0,24

**Fuerzas locales en cada miembro (t)**

Cabo	Tensión
1	2,39
2	2,72
3	5,31
4	6,44
5	7,15
6	3,74

Cabo Boya-cadena	Tensión boya	Tensión máxima
1	14,53	46,10

Ok

► B1c2.C4 – Condición cargado.

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,20 m
Desplazamiento en Y: 0,72 m
Rotación: 0,33 °
Posición de equilibrio
X CM: 133,19
Y CM: 57,22

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	2,51	9,04
54,00	0,00	-0,79	15,94
116,64	34,50	-7,13	0,47
150,14	34,50	4,59	0,30

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión
1	4,35
2	5,19
3	6,96
4	11,22
5	7,15
6	4,60

Cabo Boya-cadena	Tensión boya	Tensión máxima
1	24,22	46,10

Ok

8.6.3.2 Amarre alterno 2

▶ B1c1.C4 – Condición vacío.

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,04 m
Desplazamiento en Y: 0,35 m
Rotación: -0,12 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,56
Y CM: 54,15

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
93,90	35,00	-15,23	-0,71
159,30	35,00	0,00	0,00
184,62	0,00	4,27	4,34
212,02	0,00	2,70	6,96
240,52	0,00	0,95	6,84

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión
1	15,24
2	0,00
3	6,09
4	7,47
5	6,91

Cabo Boya-cadena	Tensión boya	Tensión máxima
1	12,92	46,10

Ok

▶ B1c1.C4 – Condición cargado.

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,07 m
Desplazamiento en Y: 0,67 m
Rotación: -0,14 °
Posición de equilibrio
X CM: 126,53
Y CM: 54,47

**Fuerzas globales en las Bitas (t)**

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
93,90	35,00	-19,79	-0,93
159,30	35,00	0,00	0,00
184,62	0,00	6,27	6,37
212,02	0,00	4,60	11,85
240,52	0,00	1,63	11,74

Fuerzas locales en cada miembro (t)

Cabo	Tensión	Cabo Boya-cadena	Tensión boya	Tensión máxima
1	19,81	1	21,09	46,10
2	0,00			
3	8,94			
4	12,71			
5	11,85			

Ok

8.6.4 Análisis de resultados

Del estudio realizado se puede observar que el sistema alterno compuesto por boya, cadena y ancla, para ambos ejemplos, resiste tanto las solicitaciones en la condición del buque vacío como las solicitaciones en la condición del buque cargado, obteniendo un factor de seguridad de 1,5 en la condición más desfavorable, lo que permite asegurar el uso de este tipo de sistemas en situaciones de emergencia o alternas como las presentadas en ambos casos.

Comparando las soluciones presentadas en el apartado 8.3 con las aquí desarrolladas como amarres alternos, podemos notar que la posición final del buque varía sustancialmente entre la solución de amarre sin ancla con la solución de amarre alterno, existiendo en esta última desplazamientos de hasta 6 veces mayores que en la primera; valores debidos a que el sistema con boya y cadena de anclaje es un sistema muy elástico comparado al sistema amarrado en una estructura rígida (ver figuras 8.21 y 8.22).

Por otra parte se puede constatar que las fuerzas resistidas por los cabos en ambas situaciones de amarre varían entre 8% y 60% comprobando así que la distribución de esfuerzos varía de forma poco influyente, ya que los cabos no superan de ninguna forma sus valores de resistencia máximos. También se puede observar que el sistema de boya y cadena de anclaje coparticipa en la distribución de esfuerzos, resistiendo parte de las fuerzas externas a ser resistidas por el sistema y proporcionando estabilidad, la cual fue puesta en riesgo en el momento que uno o más de los duques de amarre quedó fuera de utilización.



8.7 COMPARACIÓN SISTEMAS FLEXIBLE Y RÍGIDO

En este estudio paramétrico se analiza la misma configuración, sustituyendo en un caso los duques de amarre por boyas y cadena de anclaje, para comparar la diferencia entre sistemas rígidos (buques amarrados en puertos y estructuras fijas) con los sistemas flexibles (buques amarrados a boyas, cadena y ancla).

Los datos del sistema flexible, ancla, tipo de cadena y características, así como parte de la configuración de amarre fueron obtenidos de ejemplos desarrollados por NFEC (1985). Para el sistema flexible se utilizó en el sentido longitudinal un tramo de 178,3 m de cadena de 1¼" de diámetro con ancla tipo Stato de 3.307 lb de peso; en el sentido lateral se utilizó un tramo de 164,6 m de cadena de 2¼" de diámetro con ancla tipo Stato de 12.894 lb de peso.

8.7.1 Datos de entrada fijos

Fuerzas	
Fx	-5,06 t
Fy	30,16 t
Mxy	298,92 t.m

Configuración 4 (Sistema Rígido)

Buque

XCM	YCM
186,70	71,00

Cabo	X Bita	Y Bita	x' escoben	y' escoben
1	0,00	71,00	-130,00	0,00
2	71,00	0,00	-115,70	-19,00
3	302,40	0,00	115,70	-19,00
4	359,70	71,00	130,00	0,00

Configuración 4 (Sistema Flexible)

Buque

XCM	YCM
186,70	71,00

Cadena	X Boya	Y Boya	x' escoben	y' escoben
1	0,00	71,00	-130,00	0,00
2	71,00	0,00	-115,70	-19,00
3	302,40	0,00	115,70	-19,00
4	359,70	71,00	130,00	0,00

**8.7.2 Análisis de catenaria ubicadas en el sentido longitudinal****8.7.2.1 Datos de entrada**

Profundidad del agua (m)	D:	13,700
Longitud superior (m)	L2:	178,300
Peso/long. Parte superior (t/m)	W2:	0,019
Fuerza máxima. Cadena superior (t)	T _{Máx} :	58,998
Longitud inferior (m)	L1:	0,000
Peso/long. Parte inferior (t/m)	W1:	0,000
Fuerza máxima. Cadena inferior (t)	T _{Máx} :	0,000
Peso del Sinker (t)	w:	0,000
Peso del ancla (t)	WA:	1,50
	k:	10,00
Angulo horizontal con el ancla (°)	θ:	0,00

8.7.2.2 Resultados del análisis

H (t)	R (m)	δ (m)
0,00	164,60	0,00
2,02	176,01	11,41
4,04	176,67	12,07
6,05	176,96	12,36
8,07	177,14	12,54
10,09	177,26	12,66
12,11	177,35	12,75
14,13	177,42	12,82
16,15	177,48	12,88
18,16	177,52	12,92
20,18	177,56	12,96
22,20	177,60	13,00

Fuerza Horizontal del sistema (t)	H:	22,20
Fuerza vertical (t)	V:	3,43
Tensión en la cadena superior (t)	T2:	22,46
Tensión en la cadena inferior (t)	T1:	
Angulo de la cadena en el fondo (°)	φ:	0,01

**8.7.3 Análisis de catenaria ubicadas en el sentido lateral****8.7.3.1 Datos de entrada**

Profundidad del agua (m)	D:	13,700
Longitud superior (m)	L2:	164,600
Peso/long. Parte superior (t/m)	W2:	0,062
Fuerza máxima. Cadena superior (t)	T _{Máx} :	182,84
Longitud inferior (m)	L1:	0,000
Peso/long. Parte inferior (t/m)	W1:	0,000
Fuerza máxima. Cadena inferior (t)	T _{Máx} :	
Peso del Sinker (t)	w:	0,000
Peso del ancla (t)	WA:	5,85
	k:	10,00
Angulo horizontal con el ancla (°)	θ:	0,00

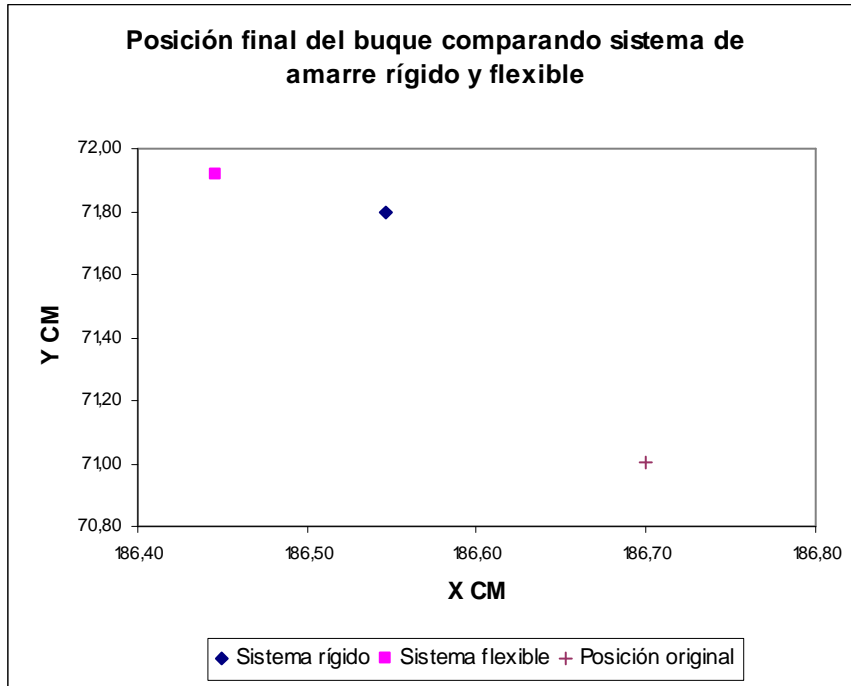
8.7.3.2 Resultados del análisis

H (t)	R (m)	δ (m)
0,00	150,90	0,00
5,55	162,13	11,23
11,11	162,83	11,93
16,66	163,15	12,25
22,22	163,34	12,44
27,77	163,47	12,57
33,33	163,57	12,67
38,88	163,65	12,75
44,44	163,71	12,81
49,99	163,76	12,86
55,55	163,80	12,90
61,10	163,84	12,94

Fuerza Horizontal del sistema (t)	H:	61,10
Fuerza vertical (t)	V:	10,24
Tensión en la cadena superior (t)	T2:	61,95
Tensión en la cadena inferior (t)	T1:	
Angulo de la cadena en el fondo (°)	φ:	0,00



8.7.4 Resultados



– Figura 8.23 –
Posición final del buque al comparar sistema de amarre rígido y flexible.

8.7.4.1 Sistema rígido

► B1c4.C4

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,15 m
Desplazamiento en Y: 0,79 m
Rotación: -0,04 °
Posición de equilibrio
X CM: 186,55
Y CM: 71,79

Fuerzas globales en las Bitas (t)

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	71,00	0,00	0,00
71,00	0,00	0,00	13,79
302,40	0,00	0,00	16,37
359,70	71,00	-5,06	0,00

**Fuerzas locales (t)**

Cabo	Tensión
1	0,00
2	13,79
3	16,37
4	5,06

8.7.4.2 Sistema flexible

▶ B1c4.C4

Desplazamientos globales del buque
Desplazamiento en X: -0,25 m Desplazamiento en Y: 0,92 m Rotación: -0,04 °
Posición de equilibrio
X CM: 186,45 Y CM: 71,92

Fuerzas locales (t)

Cabo Boya-cadena	Tensión boya	Tensión máxima	
1	0,00	22,20	
2	13,79	61,10	Ok
3	16,37	61,10	Ok
4	5,06	22,20	Ok

8.7.5 Análisis de resultados

Como se puede observar, y como ya se refirió anteriormente, las fuerzas en los elementos de amarre dependen de las fuerzas externas aplicadas y de la configuración de amarre, al ser estos parámetros fijos se obtiene distribución de esfuerzos iguales.

Al comparar la posición final del buque para ambos sistemas, se puede verificar que el sistema flexible presenta desplazamientos en la dirección X de 66,7% mayores que los desplazamientos para el sistema rígido, de igual forma el sistema flexible tiene desplazamientos en la dirección Y de 16,5% mayores que los desplazamientos obtenidos en el sistema rígido. Lo que lleva a concluir que los sistemas flexibles presentan el inconveniente de permitir mayores desplazamientos del buque, factor de gran importancia debido a que el objetivo del sistema de amarre es impedir grandes desplazamientos relativos y absolutos del buque.





CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.1 CONCLUSIONES

Como en cualquier sistema estructural, la realización de un análisis más riguroso incluyendo la no linealidad en el comportamiento de los materiales es, en muchos casos, necesario porque las simplificaciones hechas mediante el análisis lineal pueden inducir a errores y diferencias significativas en las reacciones del sistema condicionando el diseño de las estructuras que lo conforman. Siendo para el sistema específico estudiado un factor importante debido a la alta no linealidad que presentan los materiales constituyentes de las defensas.

Uno de los factores influyentes en el análisis de los sistemas de amarre es el tipo de configuración y el número de cabos utilizados para sujetar la embarcación, ya que la distribución de esfuerzos y reacciones en las bitas dependen de las fuerzas externas aplicadas y de la forma como estas son transmitidas a los apoyos. En conclusión, los sistemas de amarre con mayor número de cabos tienen una distribución de esfuerzos más favorable provocando, en general, menores fuerzas en las bitas y menor desplazamiento del buque. La rigidez de los cabos apenas contribuye a obtener posiciones finales del buque más próximas de la posición inicial a medida que esta aumenta.

Conocer el tipo de buques que irán a atracar en una determinada estructura de amarre es importante en el estudio previo de la misma porque, según resultados obtenidos en el capítulo 8, la diferencia de toneladas entre buques provoca grandes diferencias en las solicitaciones de las bitas poniendo en causa la seguridad del sistema. Es importante recordar que la incorporación de cadenas de anclaje al sistema no es garantía para asegurar el amarre de buques mayores a muelles que no han sido diseñados para este fin; y en algunos casos el amarre a boya presenta el inconveniente de ser inoperante debido a que es un sistema muy elástico que debería trabajar en conjunto con el resto de los cabos que, al estar sujetos a estructuras, representa un sistema muy rígido. Además, del punto de vista operativo no es tan seguro como el anterior ya que los operadores deberán acceder a la boya para amarrar y soltar los cabos respectivos y esta operación, en condiciones de oleaje medio a fuerte, es riesgosa.

Cabe destacar que, según la OCIMF y otras publicaciones que manejan temas marítimos, la tendencia moderna para el amarre de buques es la de evitar el uso de los cabos largos tanto de proa como de popa. El sistema de amarre más eficiente, en forma esquemática, se ilustra en la Figura 5.6 (capítulo 5 – Sistemas de amarre).



También, y más importante aún, se recomienda que el sistema de amarre sea un sistema “equilibrado” en la distribución de los cabos y en las fuerzas que éstos deben soportar.

9.2 RECOMENDACIONES

- ▶ Incluir la energía de absorción en las defensas y el proceso de ataque en el análisis de las fuerzas resistidas por el sistema.
- ▶ Aprovechando los trabajos publicados por Barros y el análisis de catenarias aquí desarrollado, se podrá realizar una composición entre ambos aportes y elaborar un estudio más riguroso de la dinámica de Seiches.
- ▶ Incorporar en el análisis el movimiento acoplado de Heave y Pitch.



REFERENCIAS

ARGESCHOU, H, et al (1984) – *Planning and design of ports and marine terminals*, John Wiley & Sons, USA.

BALENA, F (1999) – *Programming Microsoft Visual Basic 6.0*. Microsoft Press.

BARROS, Rui (1990) – *Sobre a amarração de estruturas flutuantes*, Porto, Portugal.

BARROS, Rui (1997) – *Approximate longitudinal motions of moored vessels under seiches*, XVIII Congreso Ibero latinoamericano de métodos computacionales en ingeniería, XVIII CILAMCE, Brasília, Brasil.

BARROS, Rui (1999-a) – *First order heave response of a free floating spar buoy in a random seaway*, 7th EPMESC, Universidad de Macau, Macau, China.

BARROS, Rui (1999-b) – *Acções hidrodinâmicas sobre cilindros verticais e pipelines sob a acção da corrente e da ondulação*, Congresso Luso-Moçambicano de Engenharia, Maputo, Moçambique.

BARROS, Rui (2001-a) - *Random response of a spar buoy in heave*, Artigo publicado na Revista Engenharia: Estudo e Pesquisa, Rio de Janeiro, Brasil.

BARROS, Rui (2001-b) – *Preliminary parametric study of longitudinal motions of moored vessels under seiches at porto harbour*, International Conference on Coastal Engineering Development, Singapore.

BARROS, Rui (2004) – *A Elástica*, Material de apoio de la disciplina Instabilidade de Estruturas, FEUP, Porto, Portugal.

BURDEN et al. (1978) – *Numerical Analysis*, Prindle Weber & Schmidt, Boston, Massachusetts, USA

CHAPRA & CANALE (1998) – *Numerical Methods for Engineers: with programming and software applications*, 3ra edición, Mac Graw Hill.

DE LA TORRE, Luis (1979) – *Estructuras Marítimas*, Limusa S.A., Mexico.



DERUCHER & HEINS (1979) – *Bridge and pier protective systems and devices*, Marcel Dekker, New York, USA.

FENITEK (2002) – Marine fendering system catalogue, Alemania.

FERREIRA A, Edgar (1999) – *Estabilidad y determinación estática*, Universidad Católica Andrés Bello, Caracas, Venezuela.

GAYTHWAITE, John (1981) – *The marine environment and structural design*, Van Nostrand Reinhold Company, USA.

HIBBELER, Russell C (1993) – *Statics and Mechanics of Materials*, Prentice Hall College.

HIBBELER, Russell C (1997) – *Análisis Estructural*, 3era edición, Prentice Hall Collage, Mexico.

HOOFT, J.P (1882) – *Advanced Dynamics of Marine Structures*, USA.

MC CORMICK (1972) – *Ocean engineering wave mechanics*, Annapolis, Maryland.

MOPU (Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo) (1990) – *Recomendaciones para obras marítimas ROM 0.2-90*, Madrid, España.

MYERS, Jonh et al. (1969) – *Handbook of ocean and underwater engineering*, Mc. Graw Hill, USA.

Naval Facilities Engineering Command (NFEC) (1984) – *Harbors. Design Manual 26.1*, Alexandria, Virginia.

Naval Facilities Engineering Command (NFEC) (1985) – *Fleet Mooring. Design Manual 26.5*, Alexandria, Virginia.

Naval Facilities Engineering Command (NFEC) (1986) – *Fixed Mooring. Design Manual 26.4*, Alexandria, Virginia.

Oil Companies International Marine Forum (OCIMF) (1997) – *Mooring equipment guidelines* (Second Edition), USA.

Puget Sound Rope (2003) – *Nylon double braid Catalogue*, USA.



R.C. Minikin (1963) – Wind, Waves and Maritime Structures. Studies in Harbor Making and in the Protection of Coasts, 2 ed. Londres.

RODRIGUES, C. et al. (2005) – Torre eólica offshore, Proyecto de estructuras, FEUP, Porto, Portugal.

ROSARIO DEL, Z. & PEÑALOZA, S (2003) – *Guía para la elaboración formal de reportes de investigación*, Universidad Católica Andrés Bello, Caracas, Venezuela.

SARPKAYA, T & ISAACSON, M (1981) – *Mechanics of wave forces on structures*, Litton Educational Publishing, Inc. USA.

SIMON, Jinjer (2002) - *Excel Programmimg*, Wiley Publishing Inc.

TSINKER, Gregory (1986) – *Floating Ports*, Gulf publishing company. Houston, Texas, USA.

TSINKER, Gregory (1995) – *Marine structures engineering*, Chapman & Hall, USA.

Unified Facilities Criteria (UFC) (2005) – *Desing: Moorings*, USA.

WILSON, James (1984) – *Dynamics of Offshore Structures*, McCormick Editor, USA.

<http://www.efunda.com>

<http://mathworld.wolfram.com>

http://www.fishing-catalog.com/docks/fend_off.htm

http://www.schuylerubber.com/fenders1/sr3d-2_soft.html

<http://www.vulcanhammer.net/marine/>





ANEXO A
MANUAL DEL USUARIO



Manual del Usuario

1.- Descripción general del programa

Amarre es un programa de cálculo, dirigido a Ingenieros Civiles, estructurales, dedicados al diseño de muelles. Este programa fue desarrollado en visual Basic aplicado a Excel, en el cual usted podrá determinar las fuerzas de todos los elementos de amarre de un buque y su desplazamiento.

La solución es obtenida en un proceso iterativo mediante el uso del método de la rigidez, comenzando con el buque en una posición relativa a sus puntos de amarre; al aplicar al sistema el pretensado de los cabos de amarre y las fuerzas externas es obtenida una nueva posición del buque, luego se realiza un proceso de eliminación para excluir los cabos comprimidos y las defensas traccionadas, también es recalculado el valor de la rigidez de los elementos y con esto es determinada la nueva posición del buque; el proceso es repetido hasta obtener la posición de equilibrio.

2.- Problemas que resuelve

Amarre es capaz de determinar las reacciones en las bitas y las solicitaciones generadas en los elementos de sujeción para cualquier esquema de amarre introducido, siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones:

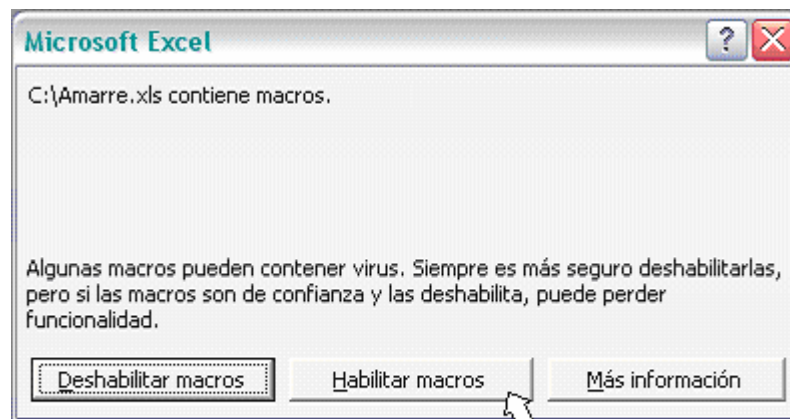
- ▶ El problema inicial sea tanto geométrica como estáticamente estable. Es decir, que el problema sea inicialmente estable, de lo contrario la embarcación no se encuentra sujeta bajo ningún caso de carga.
- ▶ El caso de cargas al que está sometida la embarcación, es tal que el problema no se hace posteriormente inestable.
- ▶ El número de elementos de sujeción: cabos de amarre, cadenas de anclaje y defensas, no exceda de 20.



3.- Introduciendo los datos del problema

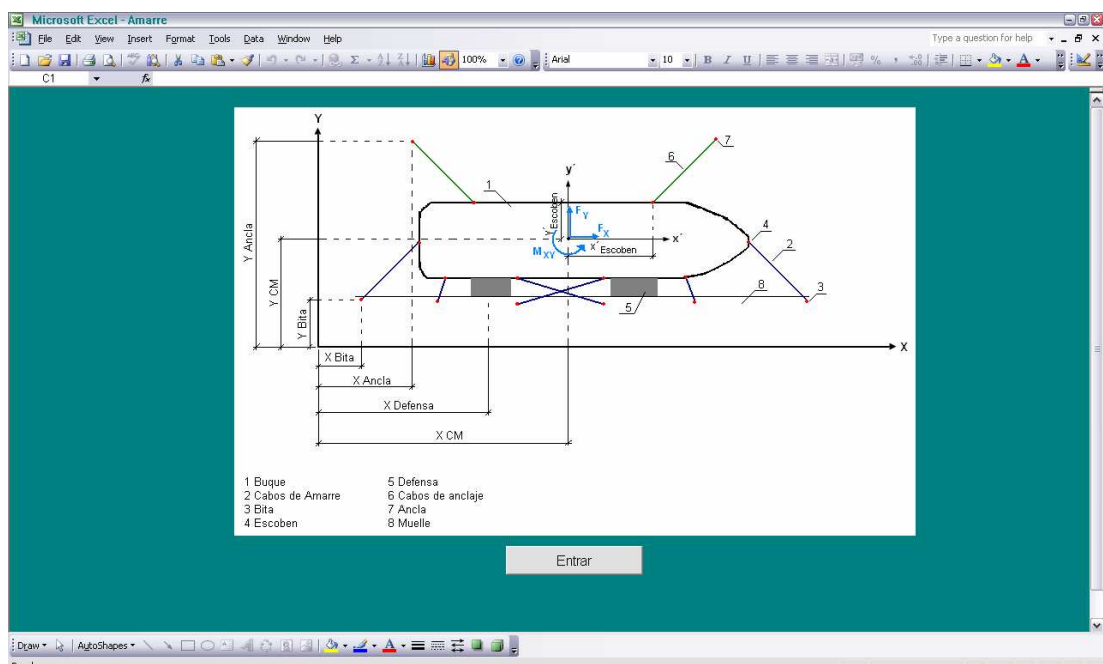
1.- Abrir Excel y abrir el programa *Amarre*.

2.- Microsoft Excel le informará que el programa contiene Macros. Para el correcto funcionamiento de *Amarre* debe habilitar los macros; esto se logra sencillamente oprimiendo el botón “Habilitar macros”



Clic Aquí

3.- La primera pantalla que ofrece *Amarre* es un diagrama de los elementos de amarre de un buque, en este diagrama se representan todos los datos de entrada necesarios para determinar las fuerzas de amarre.



4.- Para introducir los datos del problema oprima el botón Entrar.



5.- Ahora usted podrá introducir los datos del problema.

1.- Buque | 2.- Cabos | 3.- Defensas | 4.- Cabo + Cadenas

Coordenadas Centro de Masa

X CM [m]

Y CM [m]

Fuerzas aplicadas en el CM

Fx [t]

Fy [t]

Momento [t.m]

Instrucciones

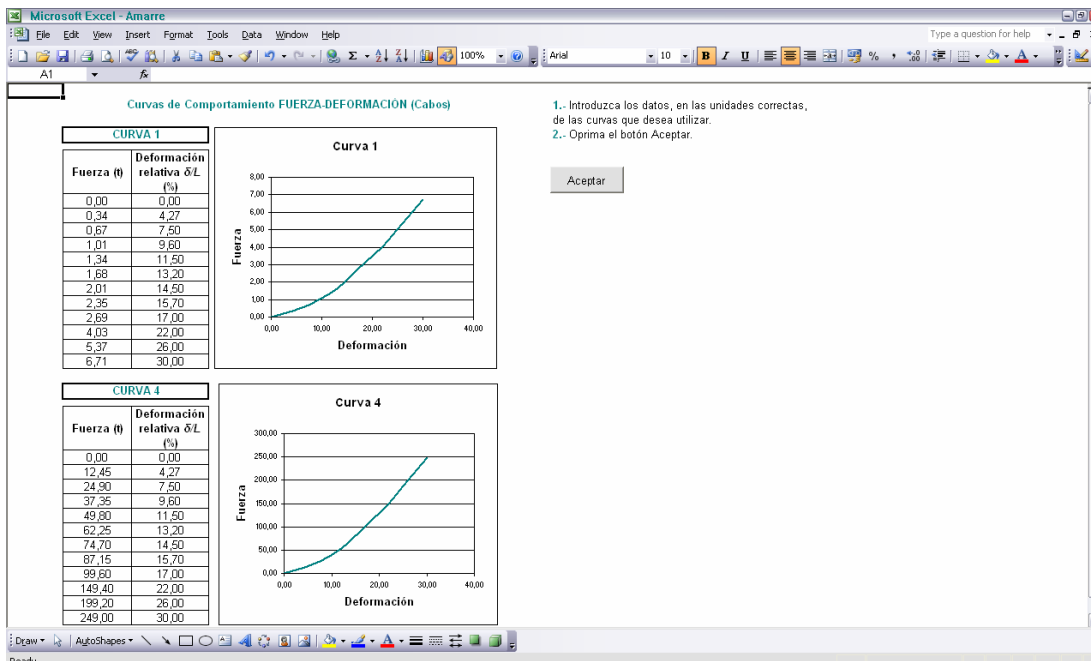
1.- Introduzca las coordenadas globales del centro de masa del buque.

2.- Introduzca las fuerzas actuantes sobre el buque aplicadas en su centro de masa.

Calcular

6.- Dentro de “Cabos” y “Defensas”, usted tiene la opción de crear la curva “Fuerza vs Deformación” de cada elemento. Para lograr esto usted debe:

6.1.- Oprimir el botón “Curva” el cual dará acceso a una hoja de cálculo donde se podrán introducir los doce puntos característicos de dichas curvas, como se ilustra en la siguiente figura:





6.2.- Introducir los doce puntos característicos de cada curva que desea utilizar.

6.3.- Oprimir el botón “Aceptar” para regresar a la introducción de datos.

6.4.- Para indicar cual curva corresponde a cada cabo o defensa, simplemente seleccione el número de la curva en la introducción de datos.

7.- Dentro de la pestaña “Cabo + Cadena” podrá introducir los datos necesarios para definir sistemas que incluyan boya, cadena y ancla.

7.1.- Para el correcto análisis de las cadenas debe oprimir el botón “Catenaria” el cual dará acceso a una hoja de cálculo donde podrá introducir los datos específicos que permiten determinar la fuerza máxima de estos sistemas.

7.2.- Después de introducir los datos es preciso oprimir el botón “Analizar” y luego el botón “Aceptar”

Análisis de Catenarias para las cadenas de anclaje

1.- Introduzca los datos, en las unidades correctas, de las curvas que desea utilizar.
2.- Oprima el botón Analizar para cada catenaria.
3.- Por último oprima el botón Aceptar

CATENARIA 1

Profundidad del agua (m) D: 18,000

Longitud superior (m) L2: 110,000

Peso/long. Parte superior (t/m) W2: 0,087

Fuerza máxima. Cadena superior (t) T_{max}: 166,943

Longitud inferior (m) L1: 0,000

Peso/long. Parte inferior (t/m) W1: 0,000

Fuerza máxima. Cadena inferior (t) T_{max}: 0,000

Peso del Sinker (t) wr: 0,000

Peso del ancla (t) WA: 6,81

Angulo horizontal con el ancla (°) k: 7,00
θ: 5,00

H (ft)	R (m)	δ (m)
0,00	92,00	0,00
4,19	105,08	13,08
8,39	106,43	14,43
12,57	107,06	15,06
16,76	107,44	15,44
20,95	107,71	15,71
25,15	107,90	15,90
29,34	108,06	16,06
33,53	108,16	16,16
37,72	108,24	16,24
41,91	108,29	16,29
46,10	108,33	16,33

Fuerza horizontal del sistema (t) H: 46,10

Fuerza vertical (t) V: 12,47

Tensión en la cadena superior (t) T2: 47,76

Tensión en la cadena inferior (t) T1: 0,00

Angulo de la cadena en el fondo (°) φ: 3,06

CATENARIA 2

Profundidad del agua (m) D: 13,700

Longitud superior (m) L2: 178,300

Peso/long. Parte superior (t/m) W2: 0,019

Fuerza máxima. Cadena superior (t) T_{max}: 58,998

Longitud inferior (m) L1: 0,000

Peso/long. Parte inferior (t/m) W1: 0,000

H (ft)	R (m)	δ (m)
0,00	0,00	0,00

8.- Después de introducir todos los datos completos, oprima el botón “Calcular” para obtener los resultados.

NOTA: Tenga presente las unidades de los datos de entrada, en cada caso se indican cuales son las unidades en las que trabaja *Amarre*



4.- Resultados

1.- Desplazamientos globales del buque: Aquí se presenta el desplazamiento total de la embarcación en coordenadas globales.

1.1.- Dx: Desplazamiento total en la dirección X global.

1.2.- Dy: Desplazamiento total en la dirección Y global.

1.3.- Giro: Rotación de la embarcación. Si el giro es positivo el Buque rotó en el sentido anti-horario.

2.- Fuerzas locales en los elementos:

2.1.- Fuerza de tracción en cada cabo, en toneladas.

2.2.- Fuerza de compresión en cada defensa, en toneladas.

Aquellos elementos que no estén trabajando, tendrán fuerza igual a cero.

3.- Fuerzas globales en las Bitas: Cada bita es identificada con sus coordenadas (X,Y) y sus fuerzas totales en las direcciones X e Y globales son llamadas *Fuerza en X* y *Fuerza en Y*, respectivamente

Desplazamiento del buque
 Dx: -0,18 m
 Dy: 0,37 m
 Giro: 0,22 °

Fuerzas Locales
 Todas las fuerzas están en toneladas.

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión	Cadena	Tensión
1	2,39	1	0,00	1	14,53
2	2,72	2	0,00		
3	5,31	3	0,00		
4	6,44	4	0,00		
5	7,15				
6	3,74				

Fuerzas globales en las Bitas
 Todas las fuerzas están en toneladas.

X Bita	Y Bita	Fuerza X	Fuerza Y
0	0	1,32	4,85
54	0	-1,30	10,16
116,64	34,5	-7,13	0,47
150,14	34,5	3,73	0,24

4.- Si desea imprimir los resultados, oprima el botón: "Ver versión Imprimible"

Microsoft Excel - Amarre

Desplazamientos globales del Buque:
 Desp en X: -0,18 m
 Desp en Y: 0,37 m
 Giro: 0,22 °

Fuerzas globales en las Bitas: [1]

X Bita	Y Bita	Fuerza en X	Fuerza en Y
0,00	0,00	1,32	4,85
54,00	0,00	-1,30	10,16
116,64	34,50	-7,13	0,47
150,14	34,50	3,73	0,24

Fuerzas locales en cada miembro: [1]

Cabo	Tensión	Defensa	Compresión
1	2,39		
2	2,72		
3	5,31		
4	6,44		
5	7,15		
6	3,74		

Cabo, Boya Anclaje	Tensión boya	Tensión máxima
1	14,53	46,10

Imprimir Volver a Resultados



5.- Posibles errores

Mensaje	Problema	Solución
Introduzca los datos del problema.	Oprimió el botón Calcular antes de introducir todos los datos del problema.	Debe introducir los datos del problema antes de oprimir el botón Calcular.
Faltan cabos. Por favor introduzca los datos completos.	El número de datos introducido es menor al número de cabos seleccionado.	Introduzca los datos de los cabos que faltan.
Faltan defensas. Por favor introduzca los datos completos.	El número de datos introducido es menor al número de defensas seleccionadas.	Introduzca los datos de las defensas que faltan.
Debe seleccionar una curva Fuerza vs Deformación para el cabo.	No se ha asignado ningún valor de EA al cabo, debido a que no se ha seleccionado ninguna curva "Fuerza vs Deformación"	Seleccione la curva correspondiente al cabo.
Debe seleccionar una curva Fuerza vs Deformación para la defensa.	No se ha asignado ningún valor de EA a la defensa, debido a que no se ha seleccionado ninguna curva "Fuerza vs Deformación"	Seleccione la curva correspondiente a la defensa.
Falta realizar el análisis del sistema de catenaria.	No oprimió el botón "Analizar" durante la introducción de datos de las catenarias.	Después de introducir los datos que definen el sistema de catenaria, oprimir "Analizar"
La estructura es inestable. Se suspende la ejecución del programa.	La geometría inicial de la estructura es inestable.	Replantear el problema y añadir los elementos necesarios para lograr la estabilidad geométrica del sistema.
La estructura se ha vuelto inestable. Se suspende la ejecución del programa.	Se ha generado una inestabilidad geométrica debido a que algunos cabos están trabajando a compresión y/o algunas defensas están trabajando a tracción.	Verificar el estado de carga; agregar más cabos o defensas.