

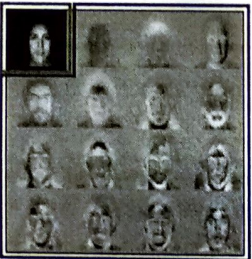
Aplicación: Reconstrucción de imágenes

$n = 7562$ imágenes.

Cada imagen se puede ver como una matriz 128×128 donde en cada casillero tenemos la intensidad de gris. Luego esta matriz se visualiza como un vector de largo $p = 128 \times 128 = 16384$.

PCA Example: Eigenfaces

- Sirovich and Kirby (JOSA '87) pioneered application of PCA to model the variation observed in face images
- High-dim (e.g. 128×128 pixel) face images may be modeled by just 50-100 principal components



"Mean" face

PCA applied to 7562 face images

Top 15 most significant principal components

Background: Linear subspaces Isomap Locality Linear Embedding

la matriz de datos X es:

$$X = \begin{pmatrix} \overline{x_1} \\ \overline{x_2} \\ \vdots \\ \overline{x_n} \end{pmatrix}$$

de tamaño $n \times p$ (7562×16384).

1) Hacemos ACP a X :

$$Z = XA$$

$n \times p \quad n \times p \quad p \times p$

$$\begin{pmatrix} \overline{z_1} \\ \overline{z_2} \\ \vdots \\ \overline{z_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{x_1} \\ \overline{x_2} \\ \vdots \\ \overline{x_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} | & | & \dots & | \\ a_1 & a_2 & \dots & a_p \\ | & | & \dots & | \end{pmatrix}$$

2) Queremos reconstruir X , por lo tanto $X = ZA'$ (A es ortogonal)
 Si nos quedamos con los 15 primeros componentes entonces:

$$\hat{X} = \hat{Z} \hat{A}$$

$n \times p \quad n \times 15 \quad 15 \times p$

$$\begin{pmatrix} \overline{\hat{x}_1} \\ \overline{\hat{x}_2} \\ \vdots \\ \overline{\hat{x}_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\hat{z}_1} \\ \overline{\hat{z}_2} \\ \vdots \\ \overline{\hat{z}_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{a_1} \\ \overline{a_2} \\ \vdots \\ \overline{a_{15}} \end{pmatrix}$$

A'

a_1, a_2, \dots, a_{15} son los 15 fotoguettes.

El pixel 1 de \hat{x}_1 : $\hat{x}_{11} = \sum_{j=1}^{15} \hat{z}_{1j} a_{j1}$ es CL de los 15 entredos de la columna 1 de A'

El pixel 2 de \hat{x}_1 : $\hat{x}_{12} = \sum_{j=1}^{15} \hat{z}_{1j} a_{j2}$ es CL de los 15 entredos de la columna 2 de A'

El pixel p de \hat{x}_1 : $\hat{x}_{1p} = \sum_{j=1}^{15} \hat{z}_{1j} a_{jp}$ es CL de los 15 entredos de la columna p de A'

↳ cada pixel de \hat{x} es CL de los pixeles correspondientes de a_1, a_2, \dots, a_{15} .

(¡los coeficientes de la C-L en el cálculo de los pixeles no son siempre los mismos!)