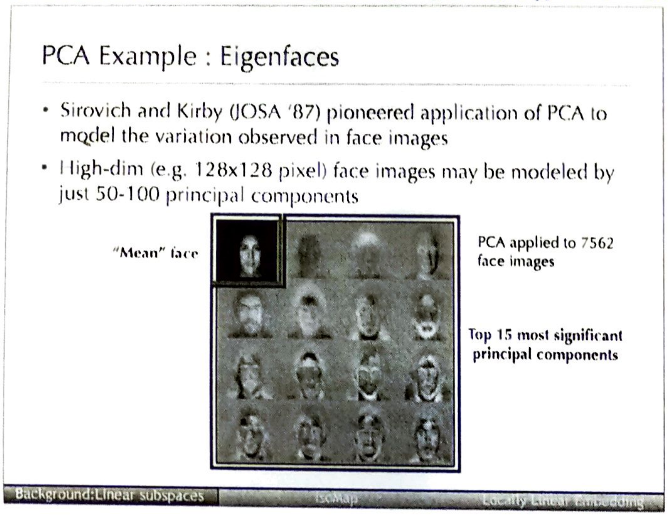
Aplicación: Reconstrucción de imagenes

$n = 7562$ imagenes.

Cada imagen se puede ver como una matriz 128×128 donde en cada casillero tenemos la intensidad de gris. Luego esta matriz se visualiza como un vector x de largo $p = 128 \times 128 = 16384$.



La matriz de datos X es:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

de tamaño $n \times p$ (7562×16384).

1) Hacemos ACP a X:

$$\underset{n\times p}{Z} = \underset{n\times p}{X}\ \underset{p\times p}{A}. \qquad \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_p \end{pmatrix}$$

2) Queremos reconstruir X, por lo tanto $X = ZA'$ (A es ortogonal)

si nos quedamos con los 15 primeros componentes entonces:

$$\underset{n\times p}{\hat{X}} = \underset{n\times 15}{\hat{Z}}\ \underset{15\times p}{\hat{A}'} \text{ donde } \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \vdots \\ \hat{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \vdots \\ \hat{z}_n \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{15} \end{pmatrix}}_{A'}$$

$a_1, a_2, \ldots, a_{15}$ son los 15 fotografías.

El pixel 1 de $\hat{x}_1$: $\hat{x}_{11} = \sum_{j=1}^{15} \hat{z}_{1j}\, a_{j1}$ es CL de las 15 entradas de la columna 1 de A'

El pixel 2 de $\hat{x}_1$: $\hat{x}_{12} = \sum_{j=1}^{15} \hat{z}_{1j}\, a_{j2}$ es CL de las 15 entradas de la columna 2 de A'

$\vdots$

El pixel p de $\hat{x}_1$: $\hat{x}_{1p} = \sum_{j=1}^{15} \hat{z}_{1j}\, a_{jp}$ es CL de las 15 entradas de la columna p de A'

↳ cada pixel de $\hat{x}$ es CL de los pixeles correspondientes de $a_1, a_2, \ldots, a_{15}$.

(¡los coeficientes de la C.L en el cálculo de los pixeles no son siempre los mismos!)