

b) $x_1[n] = x[2n] \rightarrow \textcircled{1}$

$x_1[n]$ es periódico $\Leftrightarrow \exists N > 0, N \in \mathbb{Z} \neq 0 / x_1[n] = x_1[n+N] \rightarrow \textcircled{2}$

$x_1[n+N] \stackrel{\text{por } \textcircled{1}}{=} x[2n+2N] \stackrel{\text{por } \textcircled{2}}{=} x_1[n] = x[2n] \Rightarrow x[2n] \text{ es periódico}$
 por def $\forall n \in \mathbb{Z}, \text{ con período } M=2N$

c) $x_2[n] = \begin{cases} x[n/2] & ; n \text{ par} \\ 0 & ; n \text{ impar} \end{cases}$

Si n es impar $\Rightarrow x_2[n] = 0$, es periódico de período $M=2k$
 $\forall k \in \mathbb{Z}$, de período arbitrario.

Si n es par $\Rightarrow x_2[n] = x[n/2]$

Sea $M \in \mathbb{Z}, M > 0$.

Como $x[n]$ es periódico $\Leftrightarrow \exists N \in \mathbb{Z}, N > 0 / x[n+N] = x[n]$

$x_2[n+M] = x\left[\frac{n+M}{2}\right] \Rightarrow \frac{M-N}{2} \Rightarrow M=2N$

para que $x_2[n]$ sea periódico

Entonces $M=2N$, se tiene que $x_2[n]$ es periódico con período $M=2N$.