Universidad de la República | **Cálculo 3**
Facultad de Ingeniería - IMERL | **8 de Diciembre de 2018**

EXAMEN
DURACIÓN: 3:30 HORAS.

No. de examen	Apellido y nombre	Firma	Cédula

En todos los casos se deben justificar las respuestas, haciendo referencia a los resultados utilizados. El mínimo para aprobar el examen son 50 puntos y uno de los problemas completamente resuelto.

Problema I (30 pts.)

Estudia si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, demostrando en el primer caso o mostrando contraejemplos en el segundo.

1. La longitud de una curva no depende la parametrización elegida.
2. Si dos campos definidos en un abierto conexo del plano tienen el mismo rotor entonces difieren en un campo de gradientes.
3. Si un campo en un abierto del espacio es solenoidal y el flujo sobre una esfera de centro un punto p y radio k vale 14, entonces el flujo sobre cualquier esfera de centro p tiene el mismo valor. (Las normales son tomadas de la misma forma).
4. Si un campo definido en $\mathbb{R}^3$ es de rotores entonces el flujo sobre una superficie compacta sin borde es nulo.
5. Si para un punto p del espacio existen superficies cerradas que lo contienen en su interior de diámetro arbitrariamente pequeño y tales que el flujo de un campo F sobre ellas es nulo, entonces la divergencia de F en p es nula.

Problema II (35 pts.)

Considera la superficie S definida por $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ \ x^2 + y^2 = z^2, \ 2z - y \geq 6, \ z \leq 8\}$ y el campo F definido en $\mathbb{R}^3$ definido por $F(x, y, z) = (-2z, -1, 1)$.

1. Bosqueja S.
2. Halla un potencial vector G.
3. Parametriza el borde de S (oriéntala a tu gusto).
4. Calcula la circulación de G en el borde de S con la orientación que elegiste.
5. ¿El resultado de la parte anterior depende del potencial G que elegiste? Justifica tu respuesta.

Problema III (35 pts.)

Sea F un campo definido por

$$F(x,y,z) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, g(z) \right),$$

con g una función definida en $\mathbb{R}$ de clase C^1. Sea U el mayor dominio de definición de F.

1. Prueba que F es irrotacional en U para cualquier g.
2. Prueba que F no es de gradientes en U.
3. Describe las posibles circulaciones de F a lo largo de curvas cerradas simples incluidas en U.
4. Sea la curva $\gamma : [\pi/2, 5\pi/2] \to \mathbb{R}^3$ definida por $\gamma(t) = (t\cos(t), t\sin(t), t)$. Calcula la circulación de F sobre γ con $g(z) = z$.
5. Halla g para que F sea solenoidal.
6. En las condiciones de la parte anterior, es F un campo de rotores en U? En caso afirmativo calcula un potencial vector.