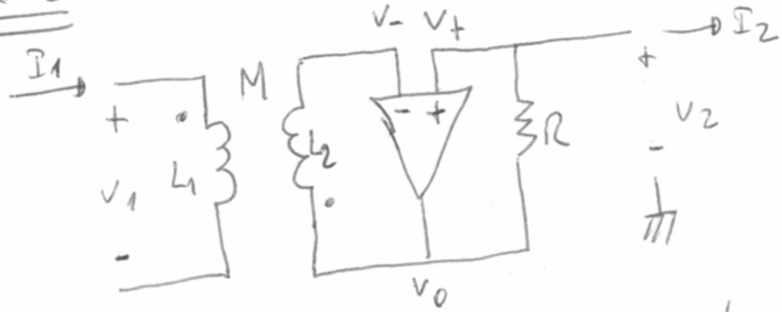
Ejercicio 2

a)



Debido a que por L_2 no circula corriente, las ecuaciones en Laplace quedan:

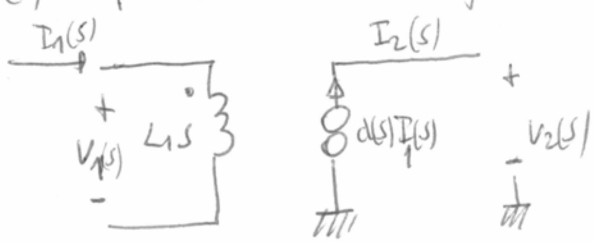
(I) $V_i = L_1 s I_1$

$V_0 - V_- = M s I_1$

(II) $I_2 = \frac{V_0 - V_+}{R} = \frac{V_0 - V_-}{R} = \frac{M}{R} s I_1$

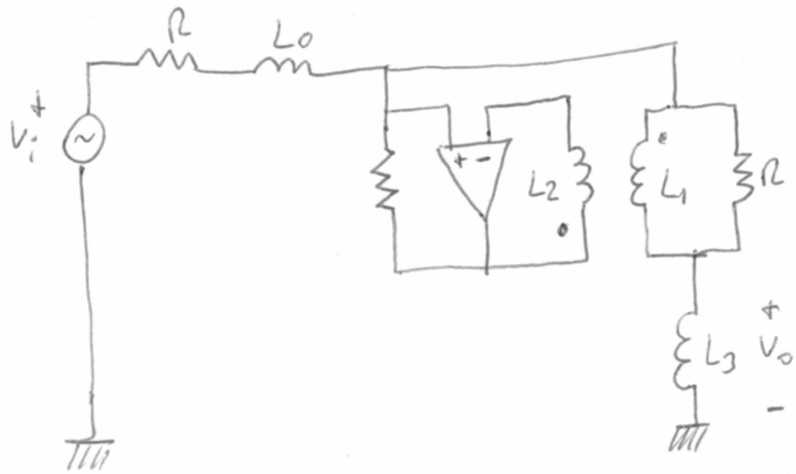
($v_- = v_+$ A.O. ideal)

Con (I) y (II) se puede construir el equivalente

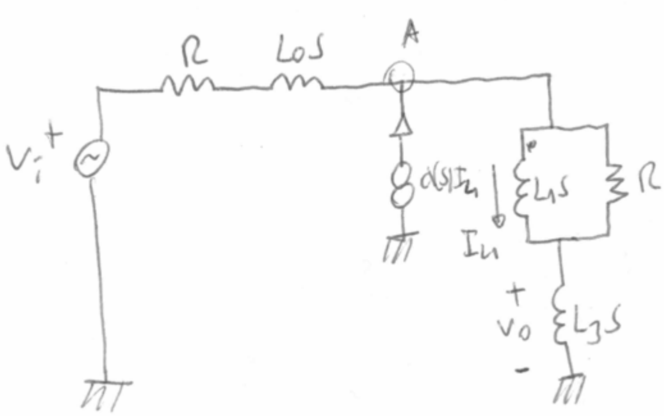


Con $\boxed{a(s) = \frac{M}{R} s}$

b)



utilizando el equivalente hallado en la parte (a), el circuito queda (en Laplace)



Ejercicio 2:

b) Por divisor de corriente:

$$I_{L_1} = \left(\frac{R}{R+L_1 s}\right)\frac{V_o}{L_3 s}$$

Nodo en A:

$$\frac{V_i - V_A}{R+L_o s} + \frac{M}{R} s I_{L_1} = \frac{V_o}{L_3 s}$$

$$V_A = V_o + (R // L_1 s)\frac{V_o}{L_3 s}$$

$$\frac{V_i}{R+L_o s} - \frac{V_o}{R+L_o s} - \left(\frac{R L_1 s}{R+L_1 s}\right)\frac{V_o}{L_3 s}\frac{1}{(R+L_o s)} + \frac{M}{R}\frac{s R}{(R+L_1 s)}\frac{V_o}{L_3 s} = \frac{V_o}{L_3 s}$$

$$\Rightarrow V_i = \left[1 + \left(\frac{R L_1 s}{R+L_1 s}\right)\frac{1}{L_3 s} - \left(\frac{M s}{R+L_1 s}\right)\frac{1}{L_3 s}(R+L_o s) + \frac{(R+L_o s)}{L_3 s}\right] V_o$$

$$V_i = \frac{(L_1 L_3 - M L_o + L_o L_1)s^2 + R(2L_1 + L_3 + L_o - M)s + R^2}{L_3 s (R+L_1 s)} V_o$$

$$\boxed{H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{L_3 s (R+L_1 s)}{(L_1 L_3 + L_o L_1 - M L_o)s^2 + R(2L_1 + L_3 + L_o - M)s + R^2}}$$

c) Trabajando con las relaciones: $L_2 = 4L_1$, $L_o = \frac{5}{4}L_1$, $L_3 = \frac{L_1}{4}$, $M = \sqrt{L_1 L_2}$

(Transf. perfecto)

Con las relaciones anteriores:

$$(L_1 L_3 + L_o L_1 - M L_o)s^2 + R(2L_1 + L_3 + L_o - M)s + R^2 = -L_1^2 s^2 + \frac{3}{2} R L_1 s + R^2 =$$

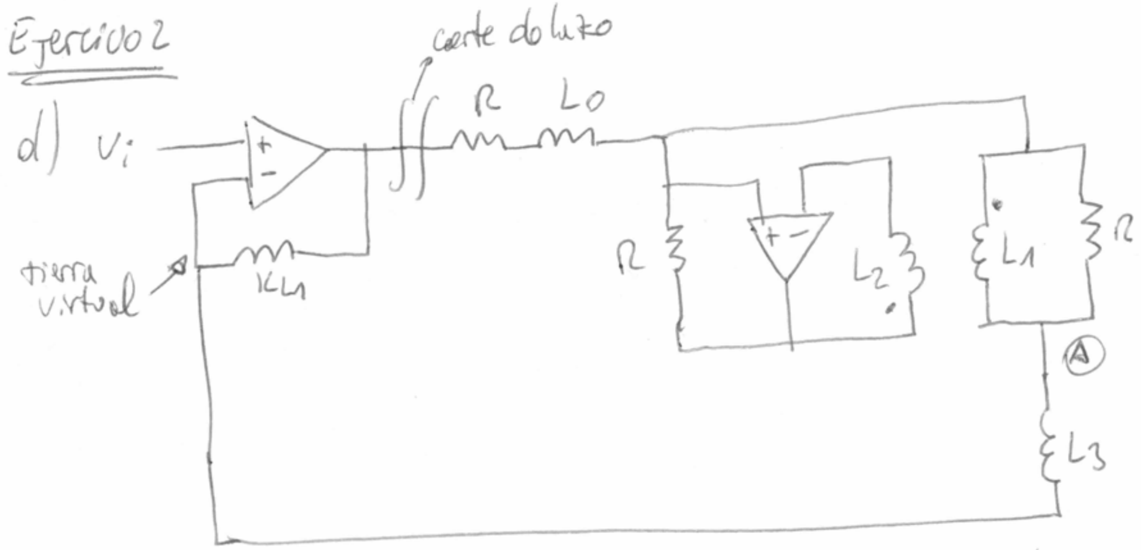
$$= -L_1^2\left(s + \frac{R}{2L_1}\right)\left(s - 2\frac{R}{L_1}\right)$$

Entonces: $$H(s) = \frac{L_3 L_1}{-L_1^2}\frac{s(s + R/L_1)}{\left(s+\frac{R}{2L_1}\right)\left(s - 2\frac{R}{L_1}\right)} \Rightarrow$$

$$\boxed{H(s) = H_o \frac{s(s+w_o)}{(s-2w_o)(s+\frac{w_o}{2})}}$$ con $\boxed{H_o = -\frac{1}{4}}$ $\boxed{w_o = \frac{R}{L_1}}$

Ejercicio 2

d)

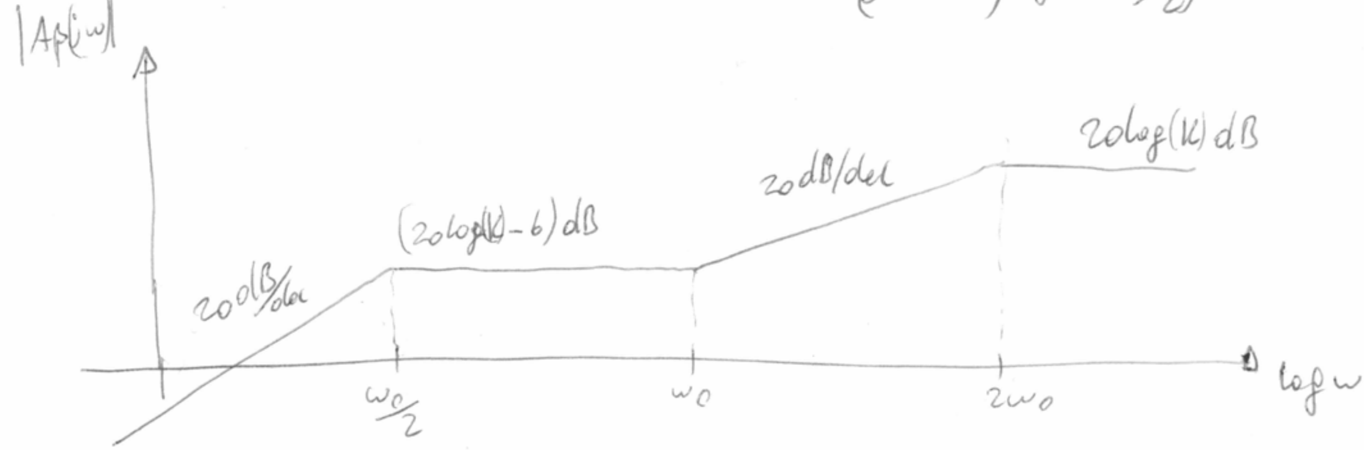


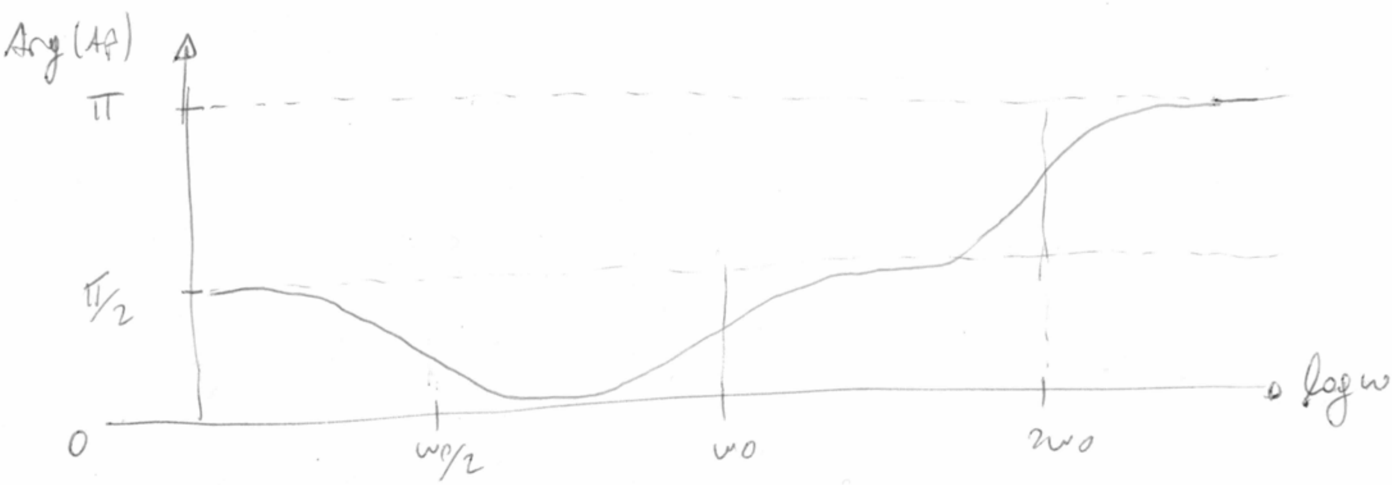
Cortando el lazo donde se indica, entre dicho punto, y el punto A se tiene la transferencia calculada anteriormente $H(s)$.
El otro tramo es una configuración inversora (observar tierra virtual en ...) por lo que su transferencia es: $-K\frac{L_1}{L_3}$ $\Rightarrow$ para todo el lazo abierto se tiene

$$-A\beta(s) = -K\frac{L_1}{L_3}H(s) = -K\,4\,H(s) \Rightarrow \frac{K(s+\omega_0)s}{(s-2\omega_0)(s+\omega_0/2)}$$

$$A\beta(s) = -K\frac{s(s+\omega_0)}{(s-2\omega_0)(s+\omega_0/2)}$$

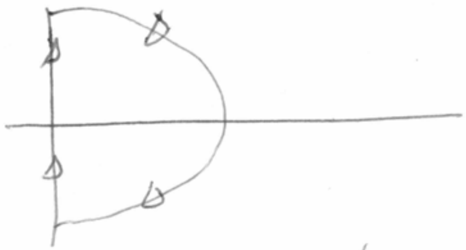
Calculando el Bode de $A\beta(j\omega) = -\frac{K(j\omega+\omega_0)\,j\omega}{(j\omega-2\omega_0)(j\omega+\omega_0/2)}$ se tiene





Ejercicio 2

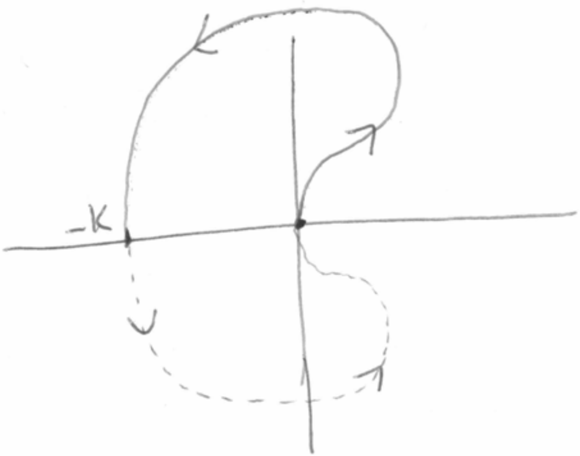
d) Para construir el diagrama de Nyquist elegimos la curva $\mathcal{C}$ para cubrir el semiplano derecho.



$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} P=1 \\ Z=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow N = Z - P \Rightarrow N = -P = -1$$

(1 vuelta antihoraria

Teniendo en cuenta esto y los datos del Bode, Nyquist queda:



Para que haya estabilidad, debe de ser $-K < -1 \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} K > 1 \\ \text{Estable} \end{matrix}}$