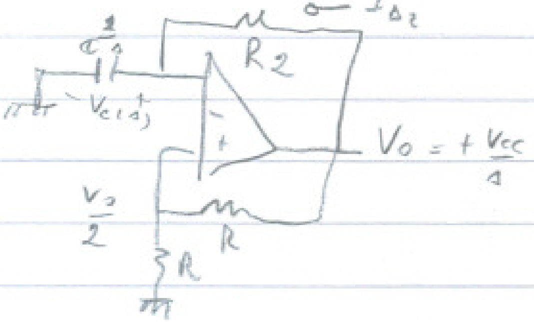
Primer tramo

a) Suponemos que $V_0 = +V_{cc}$ y que D_2 ON, D_1 OFF.

→ El circuito queda así:



$e^-(t) = v_c(t)$

$\tau_2 = R_2 C$

$$\frac{V_0 - V_c}{R_2} = V_c \cdot Cs \Rightarrow V_0 = V_c(1 + R_2 C s) = \tau_2 \cdot (s + 1/\tau_2)$$

$$V_c(s) = \frac{V_0(s)}{\tau_2 \cdot (s + 1/\tau_2)} = \frac{V_{cc}}{\tau_2\, s\,(s + 1/\tau_2)} = V_{cc}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/\tau_2}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{v_c(t) = Y(t)\, V_{cc}\left(1 - e^{-t/\tau_2}\right) = e^-(t)}$$

$$e^+(t) = \frac{V_{cc}}{2}$$

⇒ Inicialmente: $e^+ > e^- \Rightarrow V_0 = +V_{cc}$ Verifica

: $i_{D2} = v_c'(t) = Y(t)\,\frac{V_{cc}}{R_2}\, e^{-t/\tau_2} > 0$

D_2 ON Verifica

: $v_{D1}(t) = e^-(t) - v_0(t) < 0 \Rightarrow D_1$ OFF verifica

Todo vale hasta $T_0 \,/\, e^+ = e^-$

$$e^-(T_0) = \frac{V_{cc}}{2} = V_{cc}\left(1 - e^{-T_0/\tau_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-T_0/\tau_2}$$

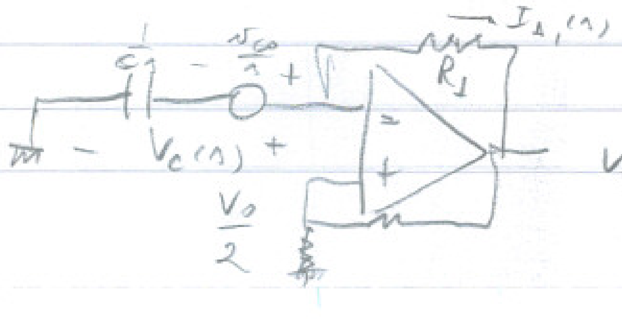
$$\Rightarrow -\frac{T_0}{\tau_2} = -\log 2 \Rightarrow \boxed{T_0 = \tau_2 \log 2}$$ Fin primer tramo

En ese instante, $v_c(T_0) = \frac{V_{cc}}{2}$

Segundo tramo (nuevo origen de tiempo)

Suponemos $v_0(t) = -V_{cc}$, D_1 ON, D_2 OFF

El condensador arranca cargado a $\frac{V_{cc}}{2} = v_{c0}$



$R_1 C = \tau_1$

$$\frac{V_0(s) - V_c(s)}{R_1} = \frac{V_c(s) - \frac{v_{c0}}{s}}{1/Cs}$$

$$\Rightarrow \frac{V_0(s)}{R_1} + C v_{c0} = V_c(s)\left[\frac{1}{R_1} + Cs\right] = V_c(s)\left[\frac{1+R_1Cs}{R_1}\right]$$

$$\Rightarrow V_0(s) + \tau_1 v_{c0} = V_c(s)\left[1+\tau_1 s\right]$$

$$V_c(s) = \frac{-\frac{V_{cc}}{s} + \tau_1 v_{c0}}{\tau_1(s+1/\tau_1)} = -V_{cc}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau_1}\right] + \frac{v_{c0}}{s+1/\tau_1}$$

$$\boxed{v_c(t) = Y(t)(-V_{cc})\left(1-e^{-t/\tau_1}\right) + v_{c0}\, e^{-t/\tau_1} = e^-(t)}$$

$$\boxed{e^+(t) = Y(t)\frac{V_{cc}}{2}} \qquad \boxed{e^-(t) = Y(t)\, V_{cc}\left[\frac{3}{2}e^{-t/\tau_1} - 1\right]}$$

Inicialmente: $e^- > e^+ \Rightarrow v_0(t) = -V_{cc}$ Verifico

- $i_{\Delta 1} = \frac{-v_0(t) + e^-(t)}{R_1} = -Y(t)\left[\cancel{-V_{cc}} - V_{cc}\frac{3}{2}e^{-t/\tau_1} + \cancel{V_{cc}}\right]$
  $i_{\Delta 1} > 0 \Rightarrow \Delta_1$ ON Verifico
- $v_{\Delta 2} = v_0(t) - e^-(t) < 0 \Rightarrow \Delta_2$ OFF Verifico

Todo vale hasta que $e^+(T_1) = e^-(T_1)$ (T_1 "medido" desde T_0)

$$-\frac{V_{cc}}{2} = V_{cc}\left[\frac{3}{2}e^{-T_1/\tau_1} - 1\right] \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{3}{\cancel{2}}e^{-T_1/\tau_1}$$

$$\Rightarrow e^{-T_1/\tau_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-T_1}{\tau_1} = \log\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{T_1 = \tau_1 \log 3}$$

$v_c(T_1) = -\frac{V_{cc}}{2}$ (condición de arranque del siguiente tramo)

<u>Tercer tramo</u> (nuevo origen de tiempo)

Suponemos $v_0(t) = +V_{cc}$, Δ_2 ON, Δ_1 OFF

El condensador arranca cargado a $-V_{cc}/2$

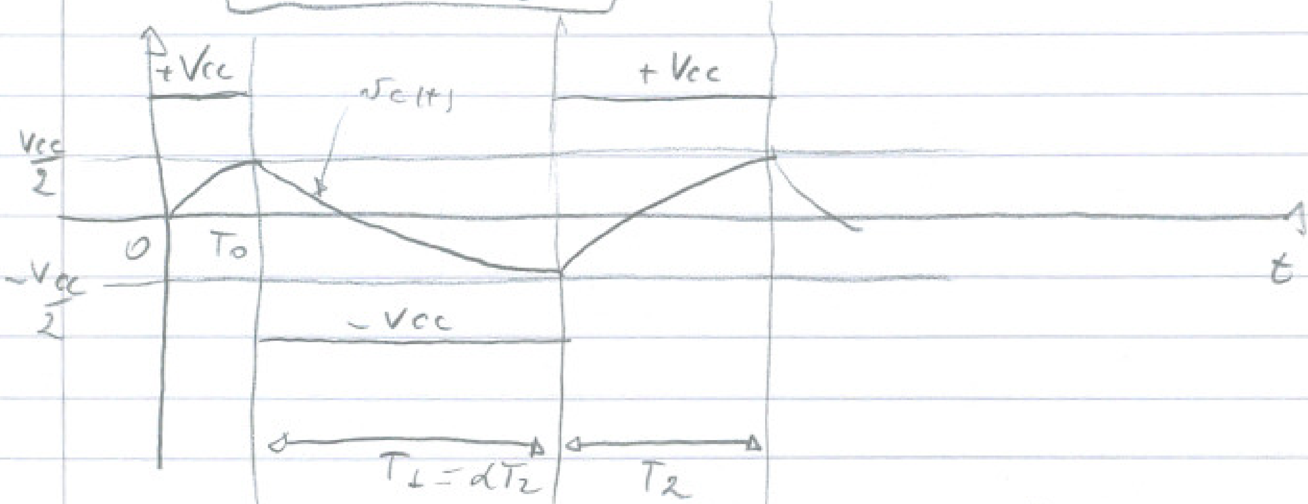
Las cuentas son idénticas al tramo anterior, cambiando R_1 por R_2 y ajustando v_{c0}:

$$\boxed{\begin{array}{l} e^+(t) = \frac{V_{cc}}{2}Y(t) \\ e^-(t) = Y(t)\, V_{cc}\left[1 - \frac{3}{2}e^{-t/\tau_2}\right] \end{array}}$$

La verificación de las suposiciones es idéntica a las anteriores

Todo vale hasta el instante T_2 (medido desde T_1) en el que $e^+ = e^-$.

$$\boxed{T_2 = \tau_2 \cdot \log 3}$$



b) $\alpha = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\tau_2 \cdot \log 3}{\tau_1 \log 3} = \frac{R_2 C \log 3}{R_1 C \log 3} = \boxed{\frac{R_2}{R_1} = \alpha}$

c) $v_o(t)$ en régimen periódico, de periodo $T = T_1 + T_2$.

$T = (1+\alpha) T_2$

$\Rightarrow$ Imponemos $c_3 = 0$

$$c_3 = \frac{1}{T}\int_0^T v_{o,\text{régimen}}(t)\, e^{-j3\frac{2\pi}{T}t}\, dt = \frac{V_{cc}}{T}\left[\int_0^{T_1} e^{-j\frac{6\pi}{T}t}dt - \int_{T_1}^{T} e^{-j\frac{6\pi}{T}t}dt\right]$$

$$\Rightarrow c_3 = \frac{V_{cc}}{T}\left[\frac{e^{-j\frac{6\pi}{T}t}}{-j\frac{6\pi}{T}}\Bigg|_0^{T_1} - \frac{e^{-j\frac{6\pi}{T}t}}{-j\frac{6\pi}{T}}\Bigg|_{T_1}^{T}\right] = \frac{V_{cc}}{-j6\pi}\left[e^{-j\frac{6\pi T_1}{T}} - 1 - \underbrace{e^{-j\frac{6\pi T}{T}}}_{1} + e^{-j\frac{6\pi T_1}{T}}\right]$$

$$c_3 = \frac{V_{cc}}{-j3\pi}\left[e^{-j\frac{6\pi\alpha T_2}{(1+\alpha)T_2}} - 1\right] \Rightarrow \text{Debe ser } e^{-j6\pi\frac{\alpha}{1+\alpha}} = 1$$

$$\Rightarrow 3\,\cancel{6\pi}\frac{\alpha}{1+\alpha} = 2k\pi \Rightarrow \frac{\alpha}{1+\alpha} = \frac{k}{3}$$

$$\Rightarrow 3\alpha = k + \alpha k \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{k}{3-k}}$$

Si elegimos $k=1$, tenemos $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$