Sistemas Lineales 2
Examen, 15 de febrero del 2006

Te solicitamos:

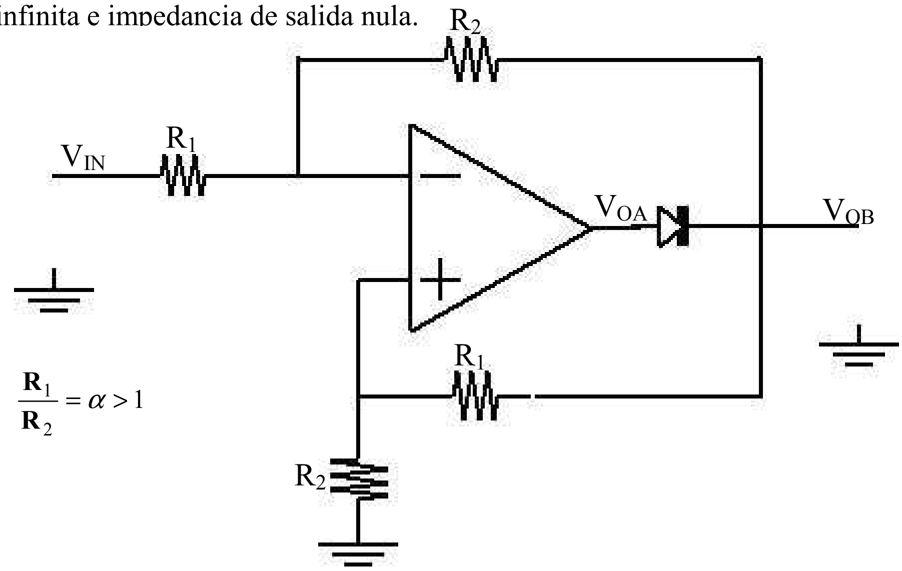
- **poner nombre y apellido** en todas las hojas.
- **recuadrar las respuestas** correspondientes a las distintas partes de los ejercicios.
- **resolver problemas diferentes en hojas separadas**.

Se recuerda que la prueba es individual y **dura 3 horas**. No olvides de administrar el tiempo de la mejor manera. Para pasar a la instancia de oral es necesario tener al menos un ejercicio completo. Se sugiere justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Sólo se responderán dudas sobre la letra.

Muchas gracias por tu colaboración y buena suerte!!!

Ejercicio 1

En el circuito de la figura, el amplificador operacional es ideal, con ganancia infinita, resistencia de entrada infinita e impedancia de salida nula.



a) Deducir, explicando claramente, la relación entre el estado del diodo, el modo de funcionamiento del amplificador operacional y el signo de la señal de entrada V_{IN}.

b) Para el caso V_{IN}=**A**.sen(ωt), representar en gráficas correlacionadas, las tensiones V_{IN}, V_{OA} y V_{OB}.

c) Calcular el valor eficaz de la señal de entrada de la parte anterior [V_{eff} (V_{IN})] y hallar su relación con el valor medio de la respectiva V_{OB} [V_M (V_{OB})].

d) Se desea filtrar la señal de salida V_{OB} de la parte **b)** de manera tal de obtener una señal aproximadamente constante. Para el caso de una señal de entrada de frecuencia 1kHz, indicar qué tipo de filtro utilizaría y con qué frecuencia de corte trabajaría. Fundamente la respuesta.

e) ¿Qué ganancia (en decibeles) debería tener el filtro de la parte anterior para que la constante sea igual a **A** (amplitud de la entrada V_{IN})?

f) Diseñe un circuito que cumpla con las partes **d)** y **e)**.

Ejercicio 2

a) En el circuito de la figura 1 hallar la impedancia vista Z_v y la transferencia $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$.

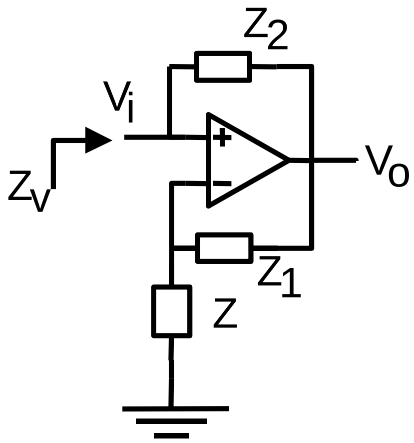


Figura 1

b) Hallar la transferencia de lazo abierto del circuito de la figura 2.

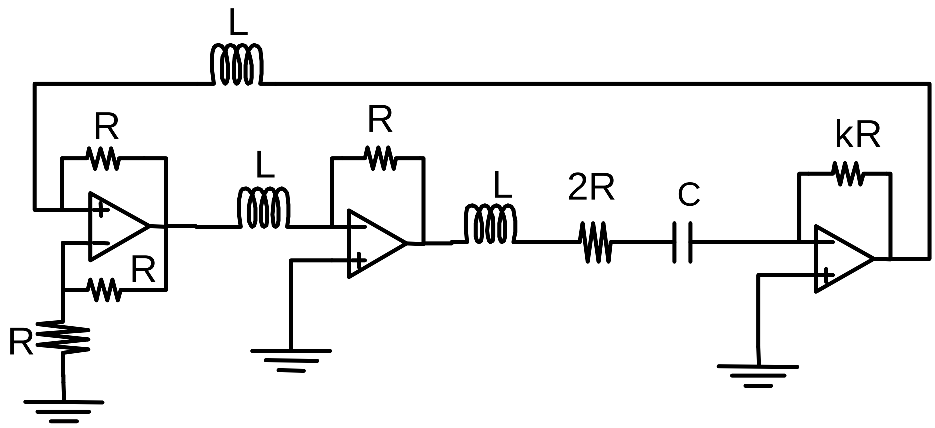


Figura 2

c) Estudiar la estabilidad del circuito de la figura 2 usando el criterio de Nyquist. Sabiendo que $\frac{L}{R} = 10\sqrt{LC} = \frac{1}{\omega_0}$; discutir según k.

$V_\Delta = V_{OA} - V_{OB}$, I_Δ es la corriente por el diodo

si D on, $V_{OA} = V_{OB}$ El operacional trabaja en zona lineal.

Debe verificarse $I_\Delta > 0$. $(e^+ = e^-)$

$V_{OA} = V_{OB} = \frac{V_i}{1-\alpha}$; $I_\Delta = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha^2}\right)\left(\frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}\right) V_{in} > 0$ si $V_{in} < 0$ pues $\alpha > 1$

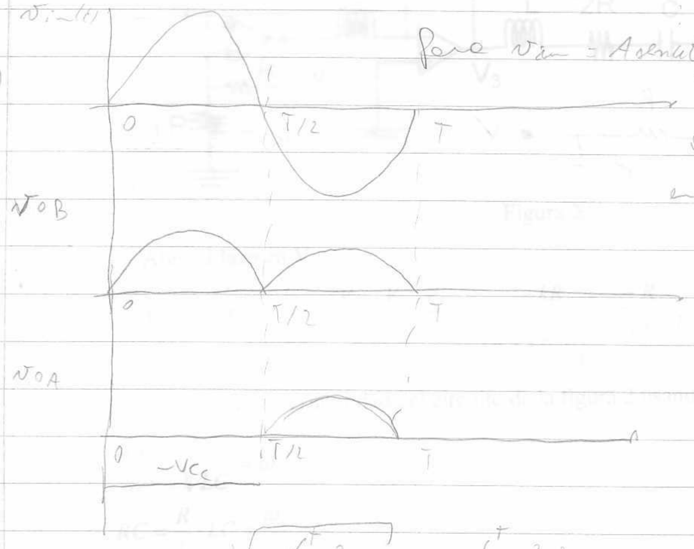
si D OFF, $V_{OA} = \pm V_{cc}$ (el operacional trabaja como comparador)

$I_\Delta = 0$

Debemos verificar $V_\Delta = V_{OA} - V_{OB} < 0$.

$V_{OB} = \frac{V_{in}}{2}$; $e^- = \left(\frac{\alpha+2}{\alpha+1}\right)\frac{V_{in}}{2}$; $e^+ = \frac{V_{in}}{2(\alpha+1)}$

$\Rightarrow e^+ - e^- = -\frac{V_{in}}{2} \Rightarrow$ si $V_{in} > 0 \Rightarrow e^+ < e^- \Rightarrow V_{OA} = -V_{cc} < V_{OB}$.



Para $v_{in} = A \operatorname{sen}\omega t$, v_{OB} es periódica, de periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Entre 0 y $T/2$, vale $\frac{A}{2}\operatorname{sen}\omega t$ y entre $\frac{T}{2}$ y T vale $\frac{A}{1-\alpha}\operatorname{sen}\omega t$.

c) $V_{eff}(V_{in}) = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v_{in}^2(t)\,dt} \Rightarrow \int_0^T A^2 \operatorname{sen}^2\omega t\,dt = A^2\int_0^T \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2}\,dt = \frac{A^2 T}{2}$

$\Rightarrow \boxed{V_{eff}(V_{in}) = \frac{A}{\sqrt{2}}}$

$\boxed{V_m(V_{OB})} = c_0(V_{OB}) = \frac{1}{T}\int_0^T v_{OB}(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{T/2}\frac{A}{2}\operatorname{sen}\omega t\,dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}\frac{A}{1-\alpha}\operatorname{sen}\omega t\,dt$

$= \frac{-A}{2T}\left.\frac{\cos\omega t}{\omega}\right|_0^{T/2} - \frac{A}{T(1-\alpha)}\left.\frac{\cos\omega t}{\omega}\right|_{T/2}^{T} = \frac{-A}{T\frac{2\pi}{T}}\left[\frac{\cos\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} - 1}{2} + \frac{\cos\frac{2\pi}{T}T - \cos\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2}}{1-\alpha}\right]$

$= -\frac{A}{2\pi}\left[\frac{-2}{2} + \frac{2}{1-\alpha}\right] = \frac{-A}{\pi}\left[\frac{-(1-\alpha)+2}{2(1-\alpha)}\right] = \frac{-A}{2\pi}\frac{(\alpha+1)}{(1-\alpha)} = \boxed{\frac{A}{2\pi}\frac{(\alpha+1)}{\alpha-1}}$

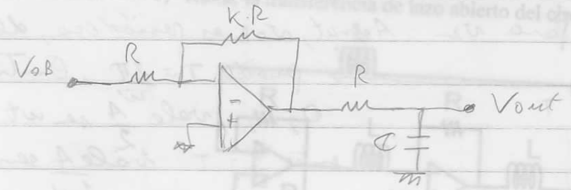
$$\boxed{\frac{V_{eff}(V_{in})}{c_0(V_{oB})} = \frac{\frac{A}{\sqrt{2}}}{\frac{A}{2\pi}\,\frac{(\alpha+1)}{(\alpha-1)}} = \frac{2(\alpha-1)}{\sqrt{2}(\alpha+1)}}$$

d) Para obtener una señal cte a partir de V_{oB} basta con realizar un filtrado pasabajos que sólo deje pasar la continua. Para ello, la frecuencia de corte (f_c) del filtro debe ser mucho menor que la fundamental de V_{oB}, que vale 1 kHz. Alcanza con $f_c \simeq 100$ Hz.

e) La ganancia K del filtro en continua debe ser tal que

$$K \cdot c_0 = A \Rightarrow K \cdot \frac{A}{2\pi}\,\frac{(\alpha+1)}{(\alpha-1)} = A \Rightarrow \boxed{K = 2\pi\,\frac{(\alpha-1)}{\alpha+1}}$$

f)

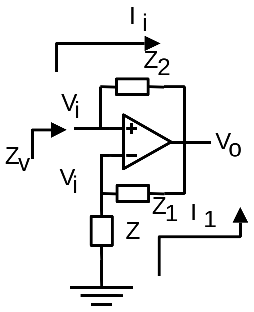


$$RC = \frac{1}{1\,kHz}$$

a) En el circuito de la figura 1 hallar la impedancia vista Z_v y la transferencia

$$H(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}.$$

Figura 1



$$V_o=\left(1+\frac{Z_1}{Z}\right)e^-=\left(1+\frac{Z_1}{Z}\right)V_i$$ por divisor de tensión y cc virtual

$$\left.\begin{array}{l} Z_1 I_1 = Z_2 I_i \\ V_i = -Z.I_1 \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{Z_1}{Z}V_i = Z_2 I_i \Rightarrow Z_v = \frac{V_i}{I_i} = -\frac{Z_2 Z}{Z_1}$$ la caída en Z_1 y en Z_2 debe ser igual por cc virtual

b) Hallar la transferencia de lazo abierto del circuito de la figura 2.

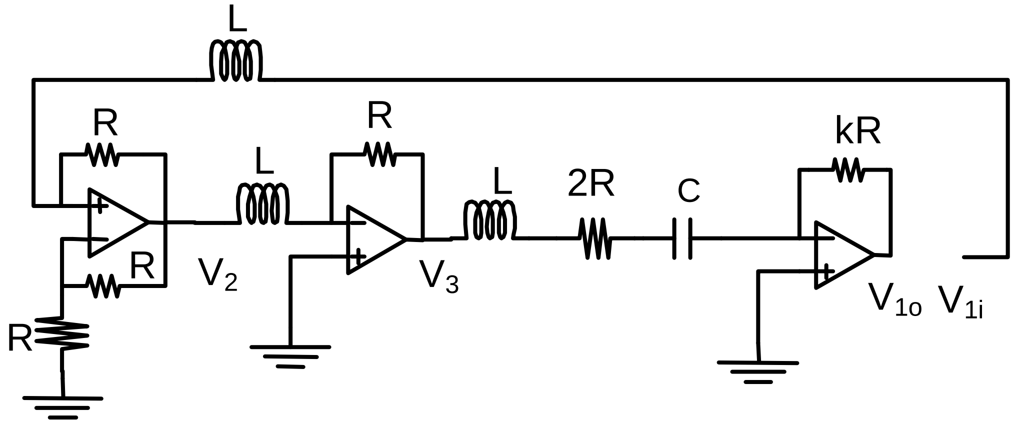


Figura 2

Abro el lazo en V_1.

$$G_{ol}=\text{"}-A\beta\text{"}=\frac{V_{1o}}{V_{1i}}=\frac{V_{1o}}{V_3}\cdot\frac{V_3}{V_2}\cdot\frac{V_2}{V_{1i}}=\frac{-kR}{Ls+2R+\frac{1}{Cs}}\cdot\frac{-R}{Ls}\cdot\frac{-2R}{Ls-R}$$

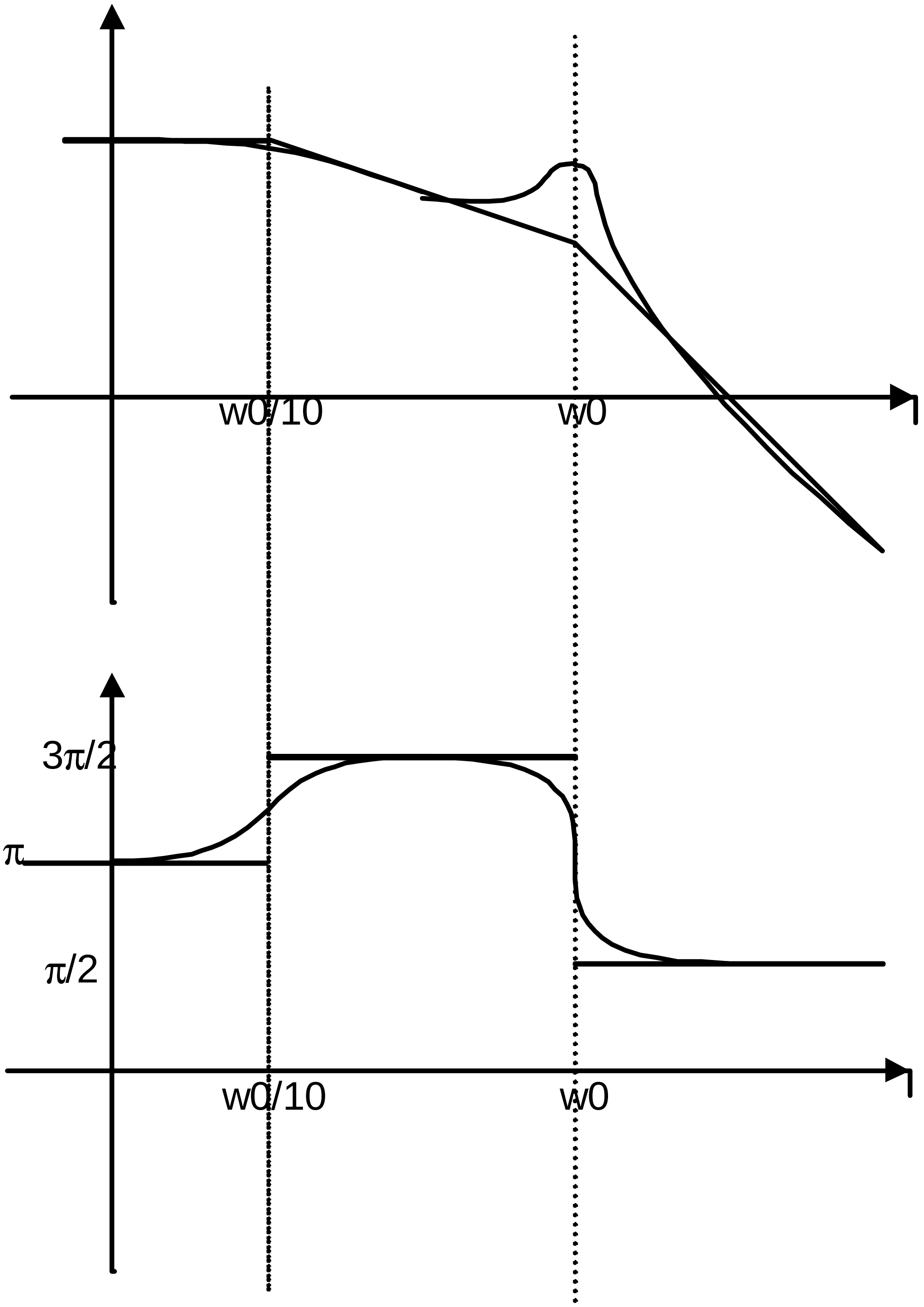
c) Estudiar la estabilidad del circuito de la figura 2 usando el criterio de Nyquist.

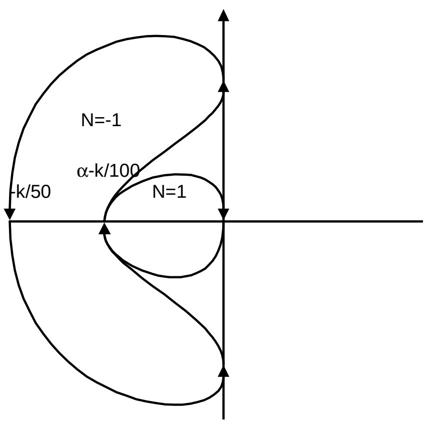
$$\frac{10R}{L}=\sqrt{\frac{1}{LC}}=\omega_0$$

$$RC=\frac{R}{L}\cdot LC=\frac{\omega_0}{10}\cdot\frac{1}{\omega_0^2}=\frac{1}{10\omega_0}$$

$$\frac{R^2C}{L}=\frac{R}{L}.RC=\frac{\omega_0}{10}\cdot\frac{1}{10\omega_0}=\frac{1}{100}$$

$$A\beta=\frac{-kR^2C/L}{LCs^2+2RCs+1}\cdot\frac{-2}{\frac{Ls}{R}-1}=\frac{k}{50}\cdot\frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2}+\frac{s}{5\,\omega_0}+1}\cdot\frac{1}{\frac{s}{\omega_0}-1}$$





P=1, N=Z-P => Z=N+P=N+1
Del bode $\alpha \sim A\beta(jw_0) = -k/100$
Para que sea estable N=-1 por lo tanto debe ser:
$\alpha=k/100 < 1 < k/50$ o sea 100>k>50
Sin hacer la aproximación, se puede plantear w_1 tal que $A\beta(jw1)$ sea real negativo, lo que da $\alpha=k/99$.