Sistemas Lineales 2
Examen, 12 de febrero del 2004

Te solicitamos:

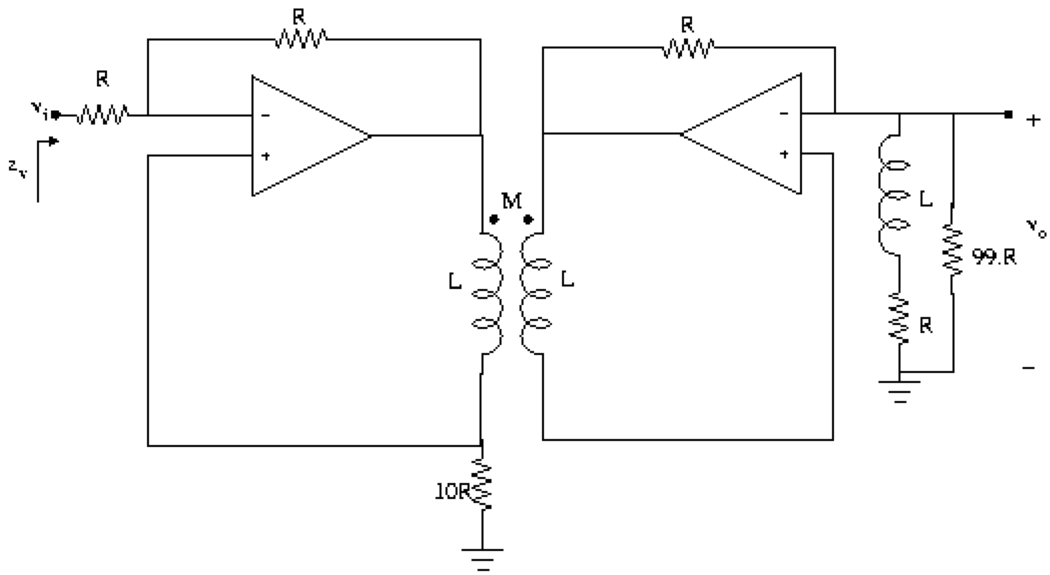
- **poner nombre y apellido** en todas las hojas.
- **recuadrar las respuestas** correspondientes a las distintas partes de los ejercicios.
- **resolver problemas diferentes en hojas separadas**.

Se recuerda que la prueba es individual y **dura 3 horas**. No olvides de administrar el tiempo de la mejor manera. Para pasar a la instancia de oral es necesario tener al menos un ejercicio completo. Se sugiere justificar o explicar cada uno de los pasos realizados. Sólo se responderán dudas sobre la letra.

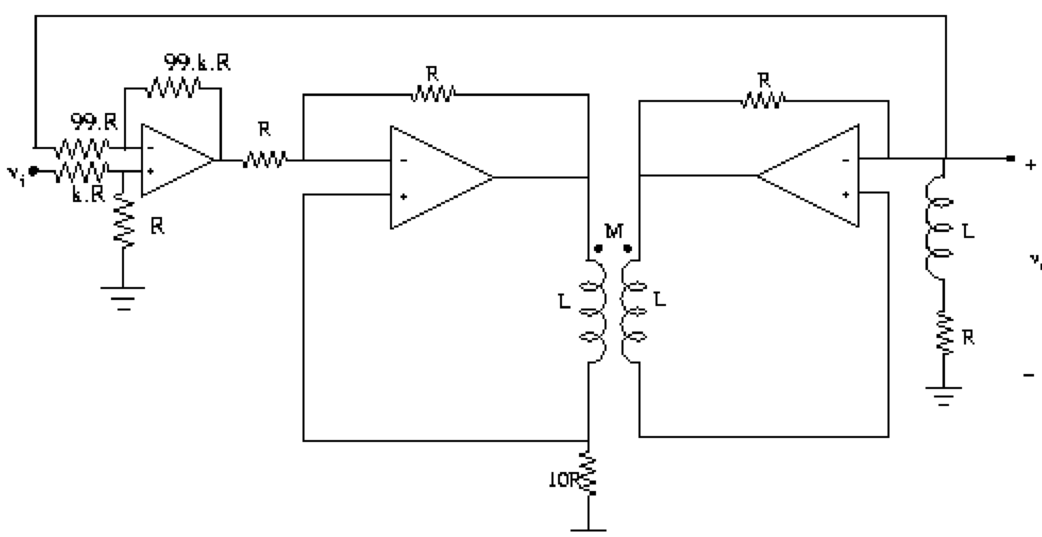
Muchas gracias por tu colaboración y buena suerte!!!

Ejercicio 1

a) En el circuito de la figura hallar **la transferencia** $H(s)=\dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$ y la **impedancia de entrada** z_v. Los operacionales son ideales y de ganancia infinita.



b) Hallar la transferencia de lazo abierto en el circuito de la figura siguiente. Los operacionales son como en la parte **a)**. **Explicar claramente el proceso realizado, en particular si usa la parte a).**



c) Estudiar la estabilidad del circuito de la parte anterior según el criterio de Nyquist. Discutir según K sabiendo que $M = \dfrac{L}{99}$.

Ejercicio 2

a) Se considera el circuito de la Fig.1, donde los operacionales son ideales de ganancia infinita. A salida se muestra un bloque que introduce únicamente una ganancia $K > 0$ y tiene impedancia de entrada ∞.

i) Diseñar dicho bloque si se dispone de un A.O. ideal y resistencias de valores R_a y R_b. Hallar la relación que deben cumplir R_a y R_b para que $K = 10$. **Este valor para K se mantendrá por el resto del ejercicio.**

ii) Hallar la transferencia $H(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$.

iii) Realizar los diagramas asintóticos de Bode de $H(jw)$. Valen las siguientes relaciones: $w_o = \dfrac{1}{2R_1C_1}$ y $w_o^2 = \dfrac{1}{R^2CC_1}$.

Verificar que se trata de un filtro pasabajos de 2º orden de frecuencia de corte w_o .

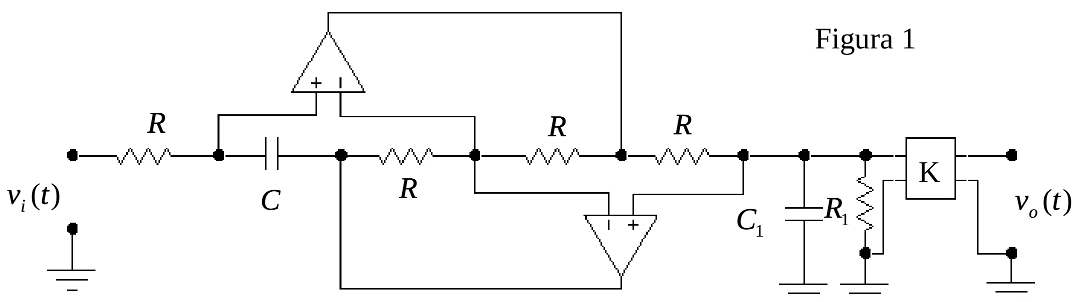


Figura 1

b) Se consideran los circuitos de la Fig.2, donde A.O.1 es ideal trabajando como comparador entre niveles $\pm V_{CC}$ y A.O.2 es ideal trabajando en zona lineal sin saturación.

i) Hallar y graficar las salidas $v_{o1}(t)$ y $v_{o2}(t)$ si la entrada $v_i(t)$ es sinusoidal de amplitud V_{cc}. **Justificar claramente las hipótesis realizadas sobre los elementos no lineales.**

ii) Hallar sus respectivos períodos.

iii) Para el Schmidt-Trigger, dar el ancho de la ventana de disparo.

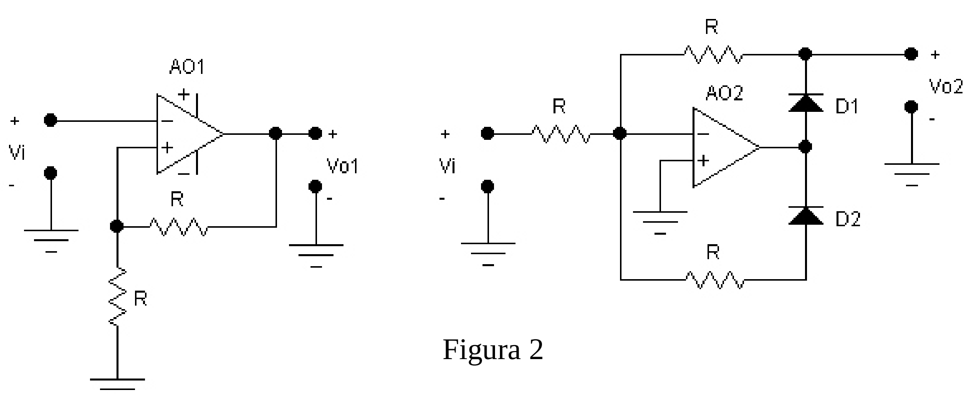


Figura 2

c) En el circuito de la Fig.3 hallar la salida aproximada en régimen $V_{out}(t)$ ante una entrada sinusoidal de la forma $V_i(t) = V_{cc}\sin(wt)$. Se verifica la relación $w >> w_o$ Los operacionales A.O.1 y A.O.2 cumplen las mismas hipótesis de la parte anterior y el bloque $H(s)$ corresponde al circuito de la parte **a)**. **Justificar claramente las aproximaciones realizadas y los supuestos que haga**.

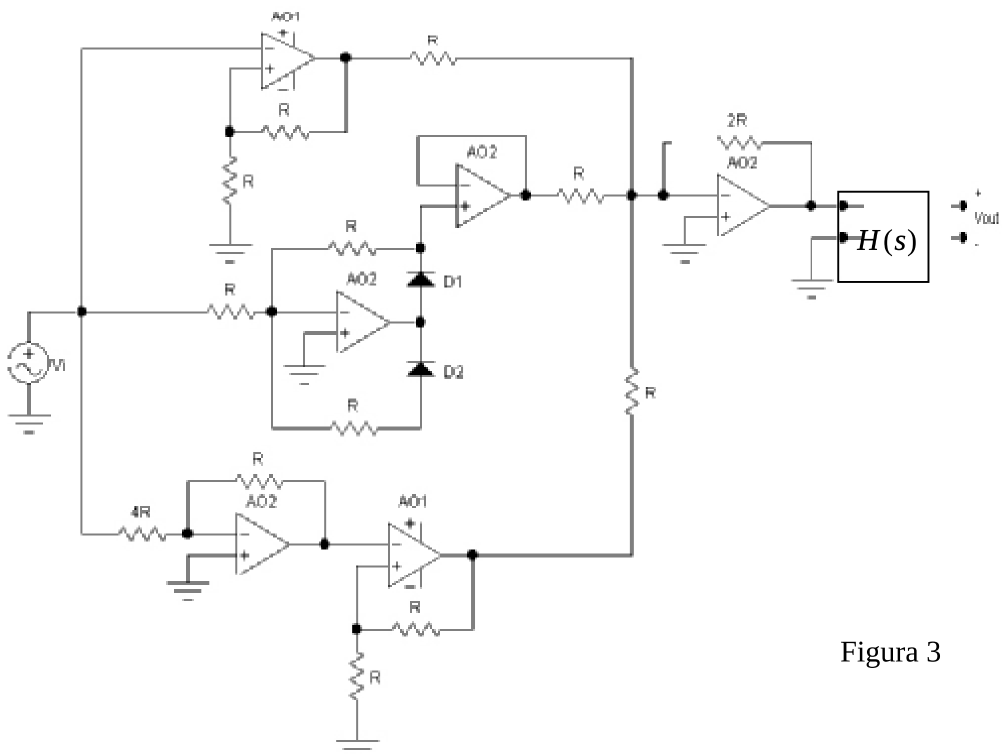


Figura 3

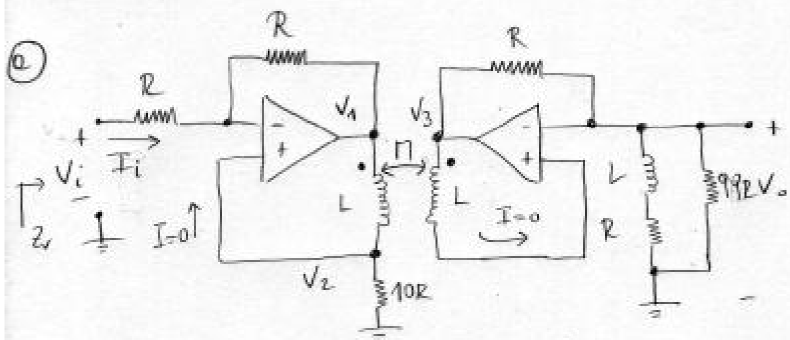
Sugerencia: reconocer bloques, en particular el sumador, y aplicar el principio de superposición.

SISTEMAS LINEALES 2: FEBRERO 2004

1

Ejercicio 1:

a)



Para el A.O de la izquierda, por el cortocircuito virtual tenemos que $e_- = e_+ = V_2$

Planteando la ecuación de nudos: $\frac{V_i - V_2}{\cancel{R}} = \frac{V_2 - V_1}{\cancel{R}} \Rightarrow V_1 = 2V_2 - V_i$

Notando que la corriente por el primario del transformador es $\frac{V_2}{10R}$ tenemos:

$$V_1 - V_2 = Ls\frac{V_2}{10R} \Rightarrow V_2 = \frac{10R}{10R - Ls}V_i$$

Para el A.O. de la derecha, por el cortocircuito virtual tenemos que $e_- = e_+ = V_o$

Notando que la corriente por el secundario del transformador es 0 tenemos:

$$V_3 - V_o = Ms\frac{V_2}{10R} \Rightarrow V_3 - V_o = \frac{Ms}{10R - Ls}V_i$$

Planteando la ecuación de nudos a la salida: $\frac{V_3 - V_o}{\cancel{R}} = \frac{V_o(Ls + 100R)}{99\cancel{R}(Ls + R)}$

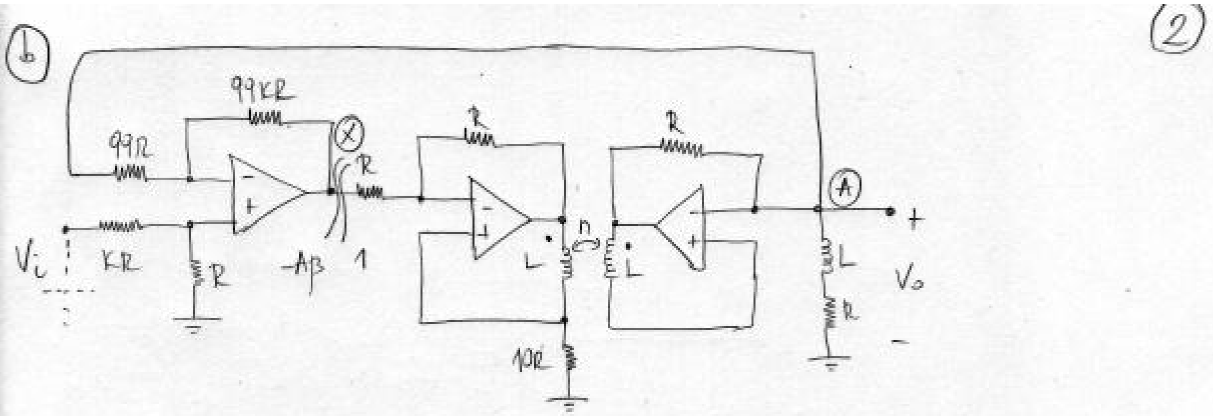
$$\Rightarrow \frac{Ms}{10R - Ls}V_i = \frac{Ls + 100R}{99(Ls + R)}V_o \Rightarrow \boxed{H(s) = -\frac{99M}{L}\frac{s\left(s + \frac{R}{L}\right)}{\left(s - \frac{10R}{L}\right)\left(s + \frac{100R}{L}\right)}}$$

$$I_i = \frac{V_i - V_2}{R} \Rightarrow RI_i = V_i\left(1 - \frac{10R}{10R - Ls}\right) = V_i\frac{Ls}{Ls - 10R}$$

$$Z_v = \frac{V_i}{I_i} \Rightarrow \boxed{Z_v = R\frac{(Ls - 10R)}{Ls}}$$

(2)

(b)



Abro el lazo e inyecto una señal unitaria en ⓧ. Sé que a la vuelta tengo $-A\beta(s)$. Notando que al abrir el lazo anulo la entrada V_i, por la tierra virtual la resistencia 99R queda a tierra y reconozco el bloque de la parte anterior. En (A) tengo $H(s)$. Tras el bloque inversor de ganancia K, $\boxed{-A\beta(s) = -KH(s)}$

(c) En primer lugar realicemos los diagramas de Bode de $A\beta(j\omega)$.

Siendo $n = \frac{L}{99}$ $\Rightarrow$ $A\beta(j\omega) = -K\dfrac{j\omega(j\omega+\omega_0)}{(j\omega-10\omega_0)(j\omega+100\omega_0)}$

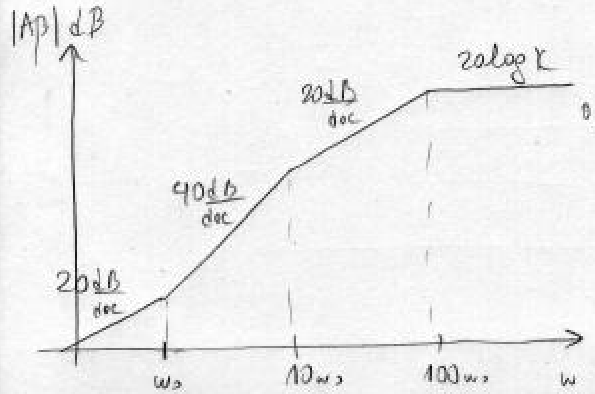
$\omega_0 = \frac{R}{L}$

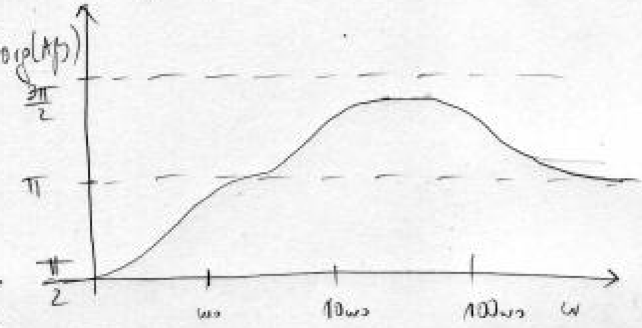
Si $\omega \ll \omega_0 \Rightarrow A\beta(j\omega) \simeq \dfrac{Kj\omega}{1000\omega_0} \Rightarrow \begin{cases} |A\beta| \simeq 20\log\frac{K}{1000\omega_0} + 20\log\omega \text{ dB} \\ \arg(A\beta) \simeq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Si $\omega_0 \ll \omega \ll 10\omega_0 \Rightarrow A\beta(j\omega) \simeq -\dfrac{K\omega^2}{1000\omega_0^2} \Rightarrow \begin{cases} |A\beta| \simeq 20\log\frac{K}{1000\omega_0^2} + 40\log\omega \text{ dB} \\ \arg(A\beta) \simeq \pi \end{cases}$

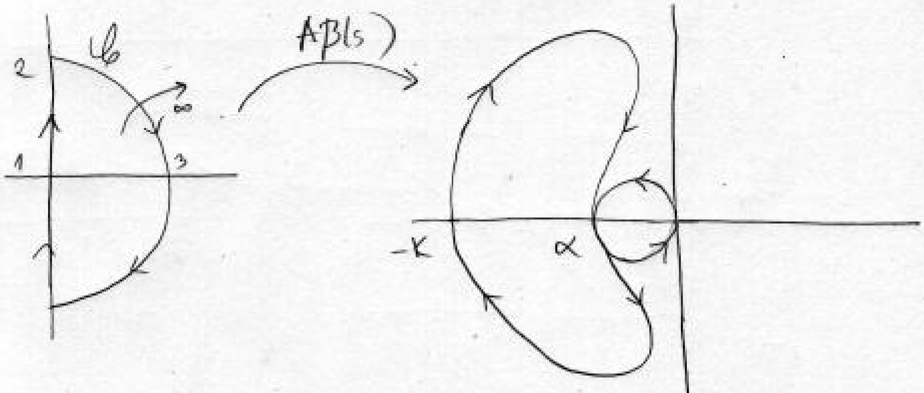
Si $10\omega_0 \ll \omega \ll 100\omega_0 \Rightarrow A\beta(j\omega) \simeq -\dfrac{Kj\omega}{100\omega_0} \Rightarrow \begin{cases} |A\beta| \simeq 20\log\frac{K}{100\omega_0} + 20\log\omega \text{ dB} \\ \arg(A\beta) \simeq \frac{3\pi}{2} \end{cases}$

Si $\omega \gg 100\omega_0 \Rightarrow A\beta(j\omega) \simeq -K \Rightarrow \begin{cases} |A\beta| \simeq 20\log K \\ \arg(A\beta) \simeq \pi \end{cases}$





3



De 1 a 2, uso la información del Bode.

De 2 a 3, se mapea a $-K$

El resto simétrico respecto al eje real.

Para la curva $\mathcal{C}$ elegida, $P=1$. Para estabilidad $N = Z-P = -1$.

Por lo tanto del diagrama vemos que si $\alpha < -1 \Rightarrow N=-1$ y el sistema será estable.

Calculamos α: $\alpha = \dfrac{-Kj\omega(j\omega+\omega_0)}{(j\omega-10\omega_0)(j\omega+100\omega_0)} \Rightarrow \alpha\left(-(1000\omega_0^2+\omega^2)+90\omega_0\omega j\right) = -Kj\omega(j\omega+\omega_0)$

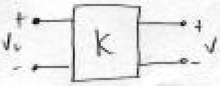
Igualando partes imaginarias $\alpha\, 90\omega_0\omega = -K\omega\omega_0 \Rightarrow \alpha = -\dfrac{K}{90}$

$-\dfrac{K}{90} < -1 \Rightarrow$ Si $\boxed{K>90}$ es <u>ESTABLE</u>

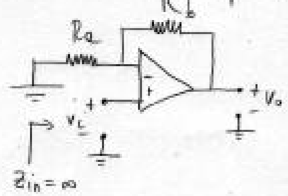
4

Ejercicio 2:

a) i)

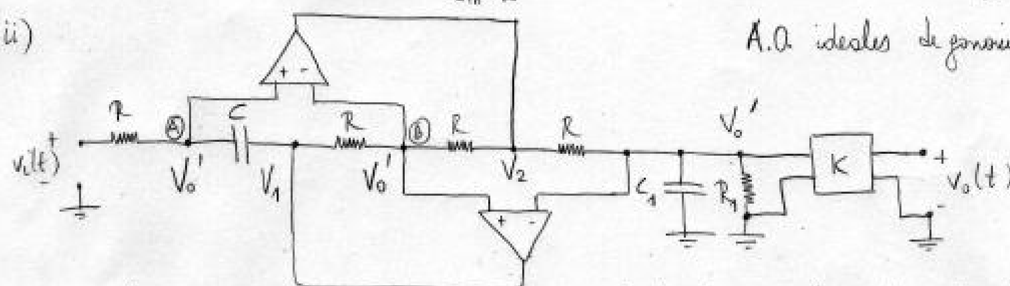


Para el diseño de dicho bloque, construyo una configuración no inversora.



$$\frac{V_o}{V_i} = \underbrace{1+\frac{R_b}{R_a}}_{K} \Rightarrow \frac{R_b}{R_a}+1 = 10 \Rightarrow \boxed{\frac{R_b}{R_a} = 9}$$

ii) A.O. ideales de ganancia infinita



$V_o = 10\,V_o'$. Notar como se propaga la tensión V_o' debido a los cortocircuitos virtuales.

Planteando el divisor de tensiones a la salida: $V_o' = \dfrac{R_1 \| \frac{1}{Cs}}{R_1 \| \frac{1}{C_1 s} + R} V_2 = \dfrac{R_1}{RR_1C_1s+R+R_1} V_2$ (I)

Planteando la ecuación de nudos en B: $V_1 = 2V_o' - V_2$ (II)

$\Rightarrow$ (I) y (II) $V_1 = V_o'\left(2 - \dfrac{RR_1C_1s+R+R_1}{R_1}\right) = V_o'\left(\dfrac{R_1 - RR_1C_1s+R+R_1}{R_1}\right)$ (III)

Planteando la ecuación de nudos en A: $\dfrac{V_{in}-V_o'}{R} = (V_o' - V_1)Cs$ (IV)

$\Rightarrow$ (IV) y (III) $V_{in} = V_o' + V_o'RCs\left(1 - \dfrac{R_1 - RR_1C_1s+R+R_1}{R_1}\right) = V_o'\left(\dfrac{R^2R_1C_1Cs^2+R^2Cs+R_1}{R_1}\right)$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}} = 10\frac{R_1}{R^2R_1C_1Cs^2+R^2Cs+R_1}, \quad \boxed{H(s) = 10\frac{\frac{1}{R^2C_1C}}{s^2+\frac{1}{R_1C_1}s+\frac{1}{R^2C_1C}}}$$

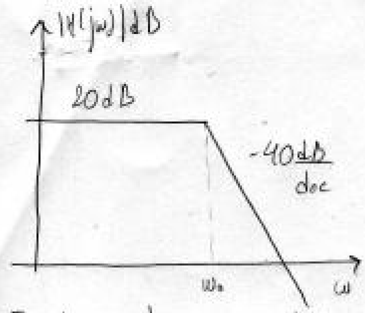
iii) Se verifican las relaciones $\omega_o = \dfrac{1}{2R_1C_1}$, $\omega_o^2 = \dfrac{1}{R^2CC_1}$

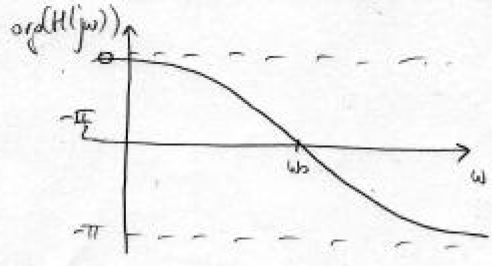
$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{10\,\omega_o^2}{(j\omega)^2+2\omega_o(j\omega)+\omega_o^2} = \frac{10\,\omega_o^2}{(j\omega+\omega_o)^2}$$

Si $\omega \ll \omega_o \Rightarrow H(j\omega) \simeq 10 \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|\,dB \simeq 20\text{ dB} \\ \arg(H(j\omega)) \simeq 0 \end{cases}$

Si $\omega \gg \omega_o \Rightarrow H(j\omega) \simeq -\dfrac{10\,\omega_o^2}{\omega^2} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|\,dB \simeq 20\log 10\omega_o^2 - 40\log\omega \text{ dB} \\ \arg(H(j\omega)) \simeq -\pi \end{cases}$

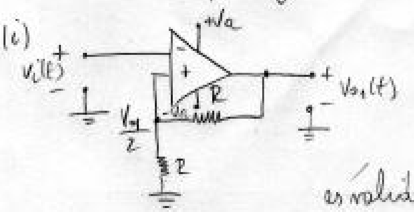
5





Es claramente un pasa bajos de segundo orden.

(b) (i)



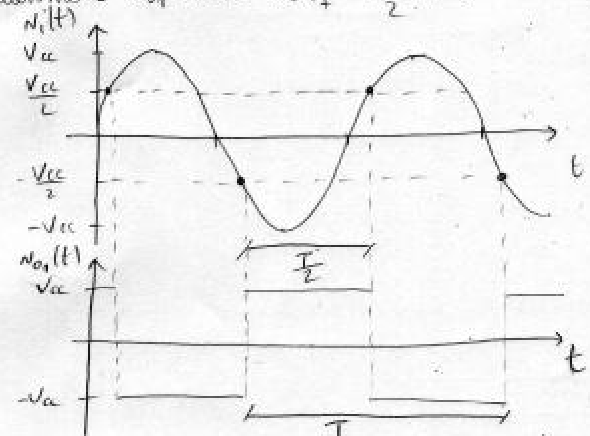
Estudiamos la salida del Schmitt-Trigger ante una entrada de la forma $v_i(t) = V_{cc} \sin(\omega t)$.

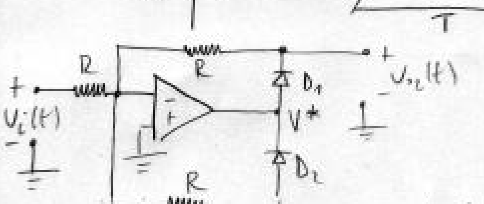
Supongo inicialmente $V_{o1} = +V_{cc} \Rightarrow e_+ = \frac{V_{cc}}{2} > e_-$ lo cual es válido hasta que la sinusoide alcanza $\frac{V_{cc}}{2}$.

En este instante, $V_{o1} = -V_{cc} \Rightarrow e_+ = -\frac{V_{cc}}{2} < e_-$ hasta que la sinusoide alcanza $-\frac{V_{cc}}{2}$.

Ahora nuevamente $V_{o1} = +V_{cc} \Rightarrow e_+ = \frac{V_{cc}}{2} > e_-$ hasta que $v_i(t) = \frac{V_{cc}}{2}$ y entra en regimen

$\omega = \frac{2\pi}{T}$





Estudiamos el semiciclo positivo de $v_i(t)$. Supongo D_1 off, D_2 ON. Estando D_1 cortado y por la tierra virtual $\Rightarrow V_{o2} = 0$

Verificamos el supuesto acerca de los diodos: $V_{D1} = V^* - 0 \overset{\text{INVERSOR}}{=} -V_{in} < 0$, $i_{D2} = \frac{0 - V^*}{R} = \frac{V_{in}}{R} > 0$

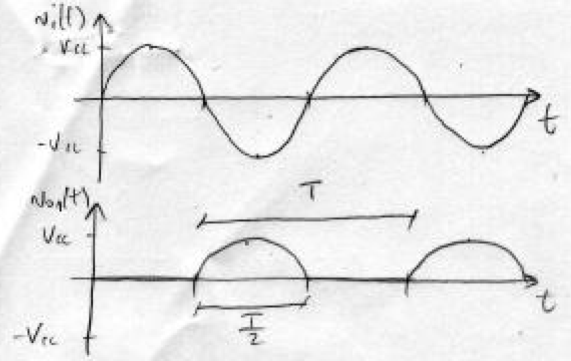
Estudiamos el semiciclo negativo de $v_i(t)$. Supongo D_1 ON, D_2 off

Reconociendo el inversor $\Rightarrow V_{o2} = -V_{in} = V^*$

Verificamos el supuesto acerca de los diodos: $i_{D1} = \frac{V^* - 0}{R} = \frac{-V_{in}}{R} > 0$, $V_{D2} = 0 - V^* = V_{in} < 0$

Observamos que se trata de un rectificador de media onda.

(6)

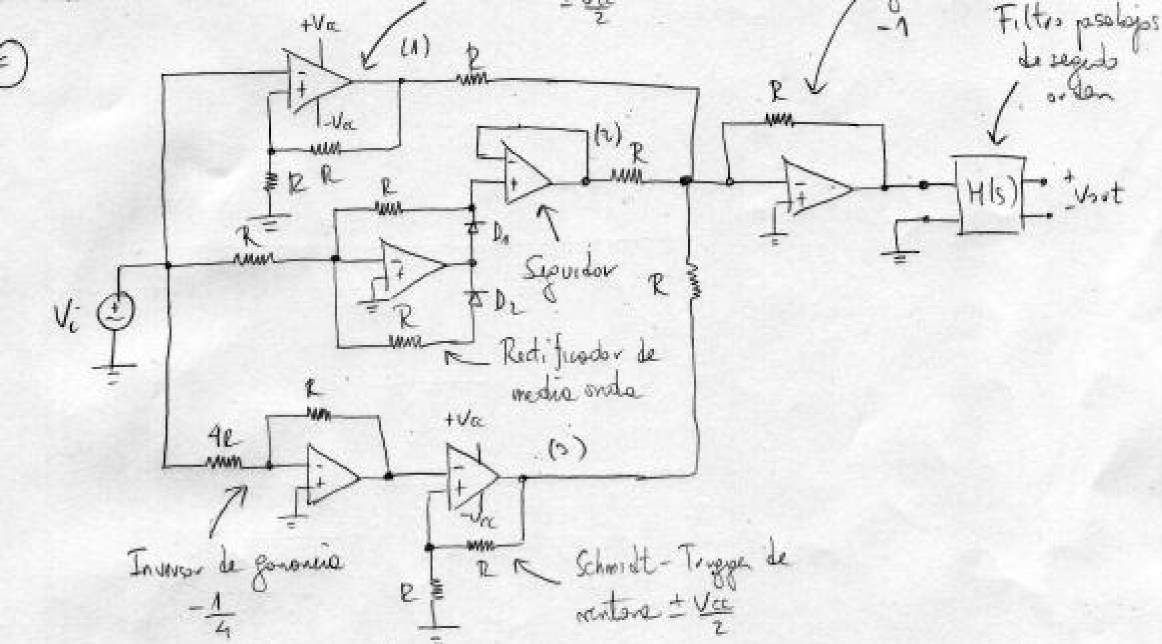


(ii) Ambas señales son T periódicas ($T = \frac{2\pi}{\omega}$)

(iii) En el Schmidt-Trigger vimos que conmuta el estado del comparador cuando se cruzan los niveles $\pm \frac{V_{cc}}{2}$. Estos valores son los límites de la ventana de disparo.

El ancho es V_{cc}.

(c)



Se inyecta $V_i = V_{cc}\sin(\omega t)$ y $\omega \gg \omega_0$

Como por la parte anterior vimos que todas las señales involucradas mantienen el período $T = \frac{2\pi}{\omega}$, podemos suponer que en régimen el filtro H(s) solo deja pasar las componentes de continua. (con ganancia 10)

Vemos que el sumador suma 3 señales y las inyecta al filtro por lo cual podemos aplicar superposición para estudiar el efecto de cada una a la salida

7

En primer lugar tenemos la salida del Schmitt-Trigger con ganancia de -1. Pero el valor medio de la onda cuadrada simétrica es nulo

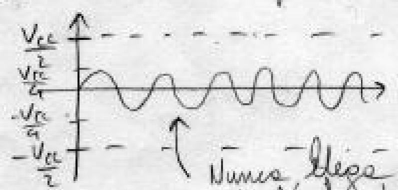
$\Rightarrow v_{out}^{(1)}(t) \simeq 0$

En segundo lugar tenemos la salida del rectificador de media onda con ganancia -1

$\Rightarrow \bar{v}^{(2)}(t) = -\frac{V_{cc}}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T} \left|\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right| dt = -\frac{V_{cc}}{\pi} \Rightarrow v_{out}^{(2)}(t) \simeq -\frac{10V_{cc}}{\pi}$ pues el filtro introduce una ganancia de 10.

Finalmente, tenemos la salida del Schmitt-Trigger con ganancia de -1, pero se inyecta una señal $-\frac{V_{cc}}{4}\sin(\omega t)$. Esta señal queda totalmente comprendida dentro de la ventana de disparo por lo cual la salida será constante $-V_{cc}$ ó $+V_{cc}$ según si inicialmente el comparador estaba saturado a $+V_{cc}$ ó $-V_{cc}$ respectivamente

$\Rightarrow v_{out}^{(3)}(t) = -10V_{cc}$ pues el filtro introduce una ganancia de 10 y supuse el comparador inicialmente saturado a $+V_{cc}$



Nunca llega a los límites de conmutación del comparador.

$\Rightarrow \underset{\text{régimen}}{v_{out}} \simeq v_{out}^{(1)} + v_{out}^{(2)} + v_{out}^{(3)}$

$\Rightarrow \boxed{v_{out} \simeq -10V_{cc}\left(1+\frac{1}{\pi}\right)}$