Ejercicio 1

a) Hallar $\frac{R_2}{R_1}$ y $\frac{R_4}{R_3}$ para que el circuito de la figura 1 sea equivalente a un amplificador operacional de ganancia finita con A = 4. Los A.O. son ideales con ganancia infinita.

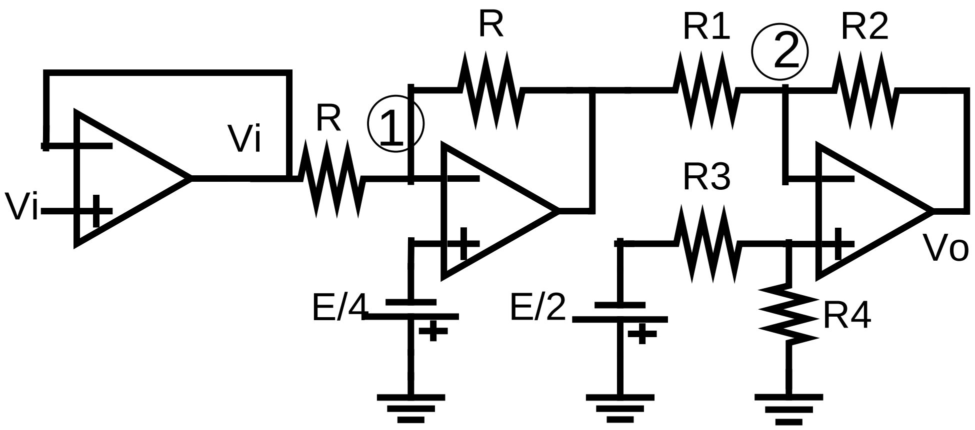


Figura 1

Solución:
La impedancia de entrada es infinita (no circula corriente por la rama de entrada).
La impedancia de salida es cero porque es la salida de un operacional.
Ahora calculamos la ganancia del circuito:
Calculando los nodos 1 y 2, y el divisor de tensión en la pata + del segundo operacional, tenemos:

$$\frac{V_i + E/4}{R} = \frac{-E/4 - V_{01}}{R} \Rightarrow V_{01} = -V_i - \frac{E}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_{01} - V_2}{R_1} = \frac{V_2 - V_o}{R_2} \\ V_2 = -\frac{E}{2}\frac{R_4}{R_3 + R_4} \end{array} \right\} \Rightarrow V_o = -V_{01}\frac{R_2}{R_1} - \frac{E}{2}\frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)}$$

$$\Rightarrow V_o = V_i\frac{R_2}{R_1} + \frac{E}{2}\frac{R_2}{R_1} - \frac{E}{2}\frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)}$$

Si V_i es la entrada de un A.O. ideal de ganancia finita A = 4, la salida es $4V_i$, entonces:

$V_i\frac{R_2}{R_1} + \frac{E}{2}\frac{R_2}{R_1} - \frac{E}{2}\frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)} = 4V_i$, para que esto sea válido para todo V_i se debe cumplir:

$$\frac{R_2}{R_1} = 4 \quad \text{y} \quad \frac{E}{2}\frac{R_2}{R_1} - \frac{E}{2}\frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} = 4}$$

b) i) En el circuito de la figura 2, cumpliéndose las condiciones encontradas en (a), hallar y graficar $V_c(t)$ y $V_o(t)$ hasta llegar al régimen. Los A.O. son ideales con ganancia infinita y trabajan en el rango ± E. Suponer que el operacional 4 trabaja saturado, e inicialmente su salida es E. El condensador está inicialmente descargado.

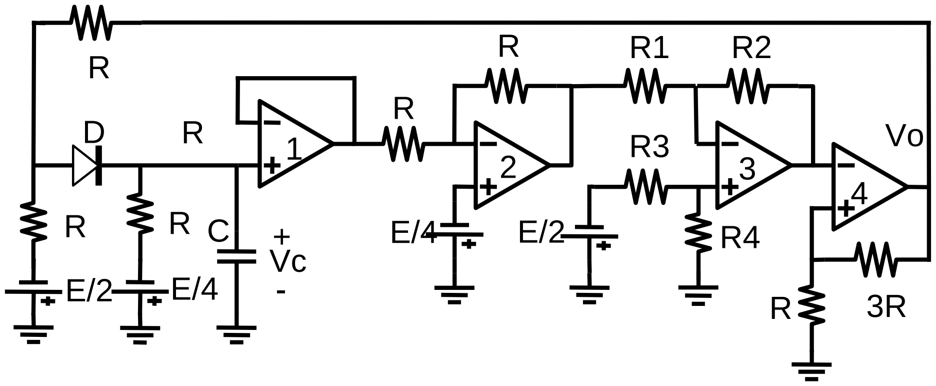
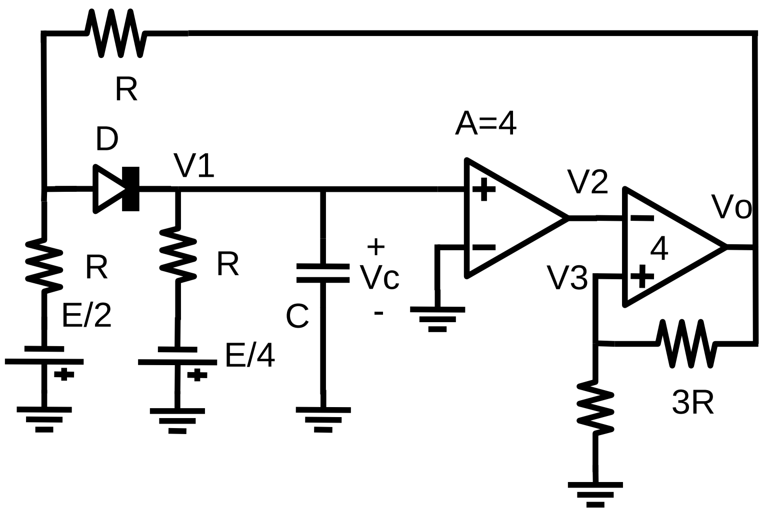


Figura 2

Utilizando la parte (a), el circuito queda:



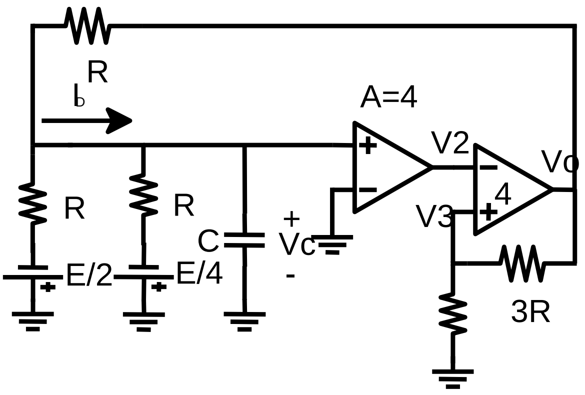
Hacemos ahora el estudio del circuito por tramos:

Tramo 1: $0 < t < t_0$

Hipótesis:

- $\boxed{V_o = E}$
- D on, entonces $\Delta V_D = 0$

El circuito queda :



Aplicando la fórmula de carga y descarga de un capacitor: $V_c = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$

$$\boxed{V_C = \frac{E}{12}(1 - e^{-\frac{3t}{RC}})Y(t)} \Rightarrow V_2 = \frac{E}{3}(1 - e^{-\frac{3t}{RC}})Y(t)$$

Verificación de las hipótesis:

- A.O.: V_3 = E/4, V_2 < E/4 desde el comienzo (comienza en 0) hasta un tiempo t_o donde $V_2 = V_3$, calculamos t_0:

$$V_2 = \frac{E}{3}(1 - e^{-\frac{3t_0}{RC}}) = \frac{E}{4} = V_3 \Rightarrow \boxed{t_0 = \frac{1}{3}RC\ln 4}$$

Entonces se verifica la hipótesis de que el A.O. satura a E en el tramo $(0,t_0)$

- Diodo: para que el diodo conduzca se debe verificar que $I_D > 0$:

$$I_D(s) = \frac{V_O - V_C}{R} - \left(\frac{E}{2S} + V_c\right)\frac{1}{R} \Rightarrow I_D(t) = \left(\frac{E}{3} + \frac{1}{6}e^{-3t/RC}\right)Y(t) > 0 \forall t > 0$$

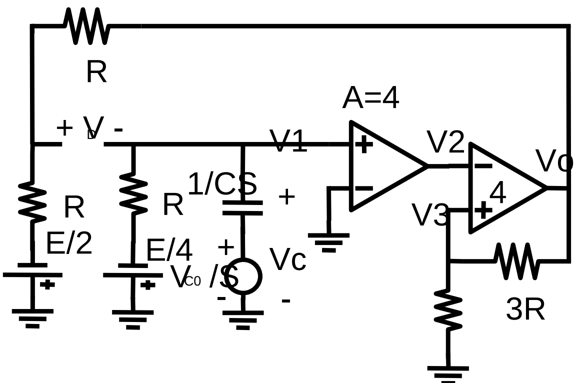
Se verifica en todo el intervalo

Tramo 2 $t_0 < t < t_1$

Hipótesis:

- V_o = -E
- D off , entonces $I_D = 0$

El circuito queda :



El dato previo en el condensador es: $V_{c0} = \frac{E}{16}$

Aplicando la fórmula de carga y descarga de un condensador

Se tiene:

$$\boxed{V_C = \left[-\frac{E}{4}(1-e^{-t'/RC}) + \frac{E}{16}e^{-\frac{t'}{RC}} \right] Y(t')} \Rightarrow V_2 = \left[-E(1-e^{-t'/RC}) + \frac{E}{4}e^{-\frac{t'}{RC}} \right] Y(t')$$

Donde $t' = t - t_0$

Verificación de las hipótesis:

- A.O.: La salida del amplificador 4 es V_0 = -E si $V_2 > V_3$, al comienzo V2 = E/4, y tiende hacia –E, por lo que este estado se mantiene hasta que $V_2 = V_3$, o sea:

$$-\frac{E}{4} = -E(1-e^{-t'/RC}) + \frac{E}{4}e^{-\frac{t'}{RC}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} t'_1 = RC\ln\frac{5}{3} \\ t_1 = t'_1 + t_0 \end{array}}$$

- Diodo: Para que el diodo esté off se debe verificar que $\Delta V_D < 0$:

$$\Delta V_D = V_1 - V_C = -\frac{E}{2} - \frac{5}{16}e^{-t'/RC} < 0 \forall t' > 0$$

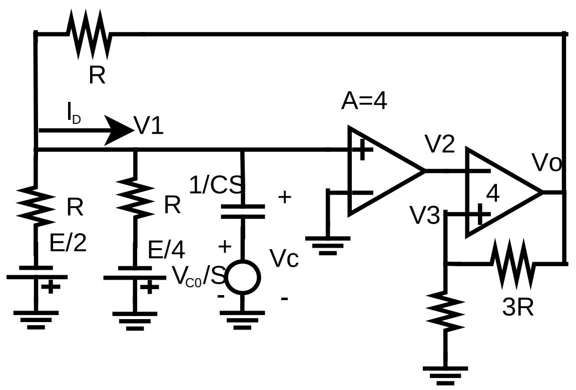
  Por lo que se verifica en todo el tramo

Tramo 3 $t_1 < t < t_2$

Hipótesis

- $V_o = E$
- D on, entonces $\Delta V_D = 0$

El circuito queda :



El dato previo en el condensador es: $V_{c0} = -\frac{E}{16}$

$$\boxed{V_C = \left[\frac{E}{12}(1-e^{-\frac{3t''}{RC}}) - \frac{E}{16}e^{-\frac{3t''}{RC}} \right] Y(t'')} \Rightarrow V_2 = \left[\frac{E}{3}(1-e^{-\frac{3t''}{RC}}) - \frac{E}{4}e^{-\frac{3t''}{RC}} \right] Y(t'')$$

Donde t’’ = t - t_1
Verificación de las hipótesis:

- A.O.: La salida del amplificador 4 es V_0 = E si $V_2 < V_3$, al comienzo V2 = -E/4, y tiende hacia E/3, por lo que este estado se mantiene hasta que $V_2 = V_3$, o sea:

$$\frac{E}{4} = \left[\frac{E}{3}(1 - e^{-\frac{3t''_2}{RC}}) - \frac{E}{4} e^{-\frac{3t''_2}{RC}} \right] \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} t''_2 = \frac{1}{3} RC \ln 7 \\ t_2 = t''_2 + t_1 \end{array}}$$

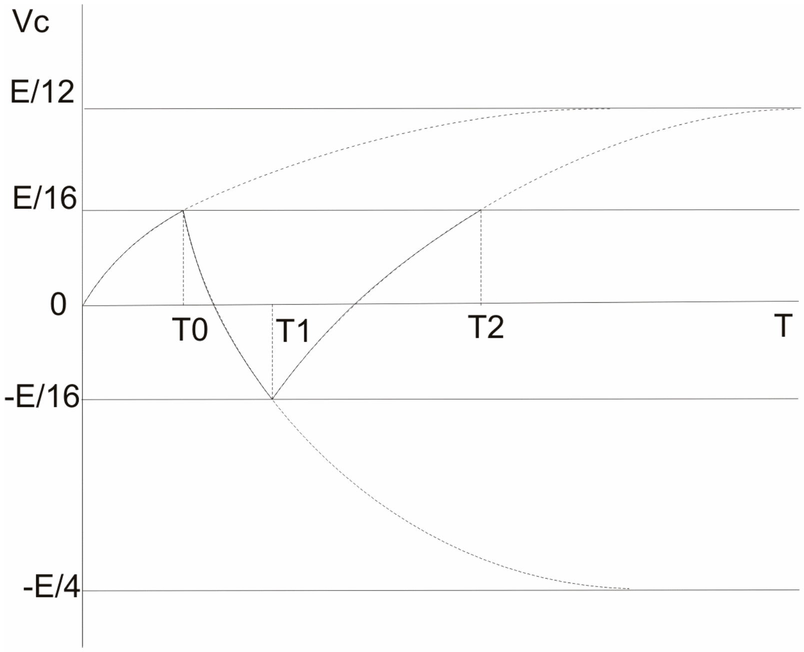
- Diodo: Para que el diodo esté on se debe verificar que $I_D > 0$:

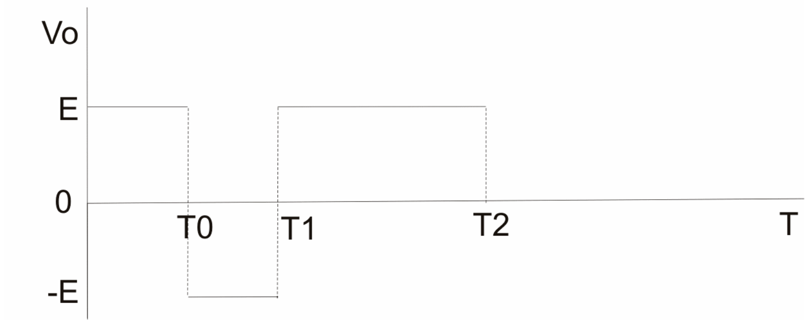
$$I_D(s) = \frac{V_O - V_C}{R} - \left(\frac{E}{2S} + V_c \right) \frac{1}{R} \Rightarrow I_D(t) = \left(\frac{E}{3} + \frac{7}{24} e^{-3t''/RC} \right) Y(t'') > 0 \forall t'' > 0$$

  Por lo que se verifica en todo el tramo

La condición inicial para el condensado para el siguiente tramo es $V_{c0} = \frac{E}{16}$

y el amplificador 4 cambia a –E por lo que estamos en las mismas condiciones que en el tramo 2, por lo que llegamos al régimen.
Gráficamente:





ii) Determinar el período de oscilación

$$T = t'_1 + t''_2 = RC\left(\ln\frac{5}{3} + \frac{1}{3}\ln 7\right)$$