Herramientas para el diseño y análisis de redes de transporte urbano de pasajeros

Tema 7: Redes de transporte público

Redes de transporte público

- Transporte público colectivo. Recorridos y horarios fijos que están disponibles para el uso de todas las personas que pagan la tarifa establecida.

- Repartición modal significativa en la mayoría de las ciudades (25% del total de los viajes en el Área Metropolitana de Montevideo en 2016).

- En este curso:
  - Modelos descriptivos: estrategias óptimas de usuarios para obtener flujos y tiempos de viaje.
  - Modelos normativos: optimización de la red (costos de usuarios y de operadores), variando aspectos topológicos (recorridos de ómnibus, ubicación de corredores exlusivos, vías de tren y túneles de metro) y no topológicos (frecuencia, tabla de horarios, tipo de vehículo).

Comportamiento de usuarios de transporte público

- Análogo al caso de transporte privado (equilibrio de usuario), pero con características propias.
- Entrada: matriz origen-destino y especificación de los servicios, también denominados líneas (recorridos, paradas, frecuencias, horarios).
- Salida: flujos de pasajeros en cada línea, tiempos de viaje.
- Gran variedad de situaciones e hipótesis diferentes.

Variantes en el modelado

Horarios vs. frecuencias En el primer caso los datos de entrada incluyen el horario exacto de pasada de cada línea por cada parada. En el segundo se especifica un promedio de tiempo entre pasadas sucesivas.

Sin congestión vs. con congestión El primer caso asume capacidades infinitas y tiempos de viaje independientes de los flujos de pasajeros en las líneas. El segundo considera retrasos por capacidad (un usuario no puede abordar el vehículo por falta de capacidad) y carga de las líneas (retrasos por ascensos y descensos).

Variantes en el modelado (cont.)

Equilibrio vs. día a día En el primer caso se obtienen flujos en equilibrio (similar a UE en transporte privado). En el segundo se modelan todos los cambios que llevan de un estado a otro (en equilibrio o no).

Determinístico vs. estocástico En el primer caso todos los usuarios perciben los costos de la misma forma. En el segundo, los costos son percibidos según una distribución de probabilidades.

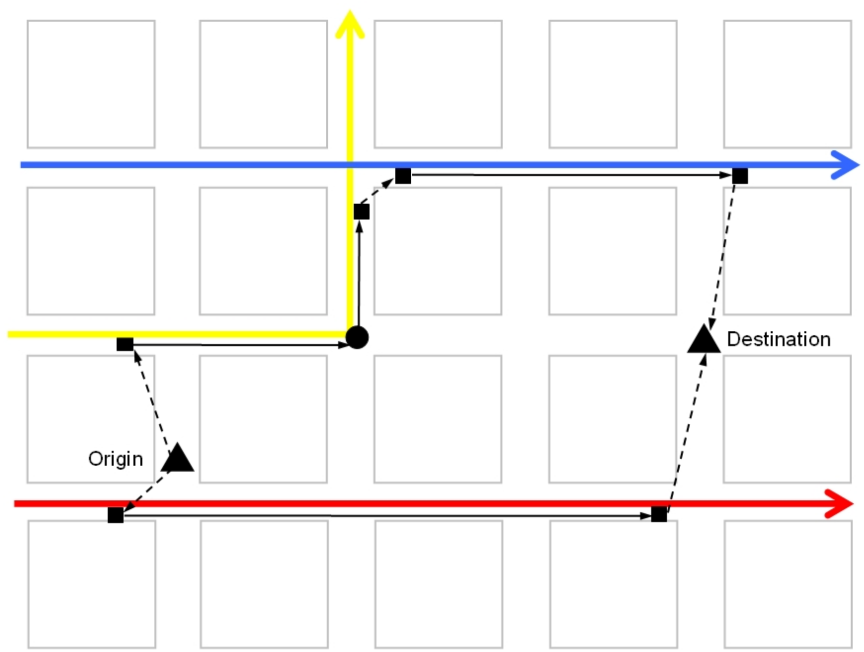
Simulación vs. analítico En el primer caso se representa explícitamente cada usuario y su interacción con el sistema de transporte público. En el segundo se modelan flujos y se obtienen valores promedio.

Modelo de estrategias óptimas

- Ampliamente referenciado a nivel académico y adoptado en la práctica.
- Basado en frecuencias, sin congestión, determinístico y analítico.
- Estrategia: conjunto de reglas que cuando son aplicadas, permiten al usuario llegar a su destino.
- Estrategia óptima: la que minimiza el tiempo total esperado de viaje desde un origen hasta un destino.

Estrategias óptimas: conceptos y terminología

- Componentes del tiempo de viaje: caminata desde centroide origen, espera en parada origen, viaje a bordo, caminata a centroide destino (se repiten en caso de transbordos).
- Líneas candidatas: conjunto identificado a priori de líneas que el usuario considera tomar.



Estrategias óptimas: hipótesis

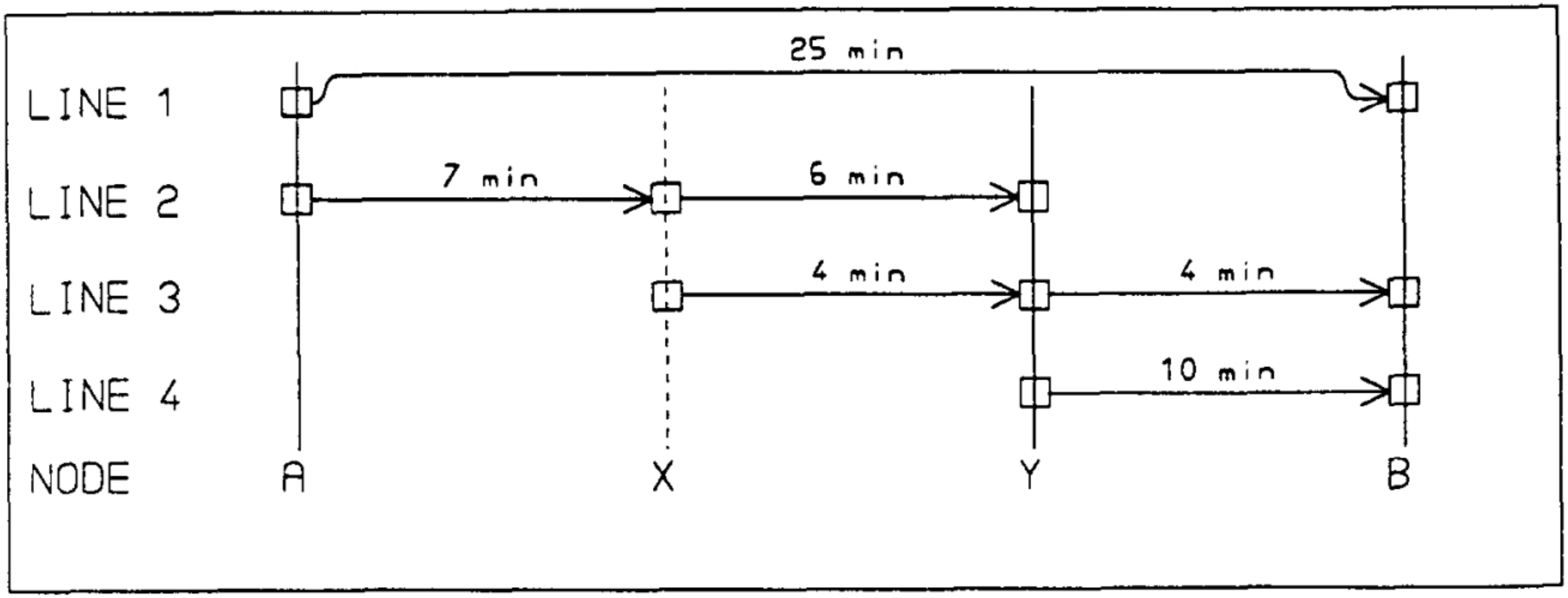
- El usuario selecciona en el origen una parada y un conjunto $L = \{l_1, \ldots l_c\}$ de líneas candidatas, con frecuencias $f_1, \ldots f_c$.

- Se dirige a la parada, espera por cualquier ómnibus que pase de las líneas L y toma el primero.

- Si se asume arribos de Poisson de tasa f_i para la llegada de ómnibus de la línea l_i a la parada y arribos uniformes de usuarios a la parada, entonces:
  - El tiempo de espera por el primer ómnibus de L es $\alpha / \sum_{i \in 1..c} f_i$ ($\alpha = 0.5$ para servicios regulares)
  - La proporción de pasajeros que toman la línea l_j es $f_j / \sum_{i \in 1..c} f_i$

Estrategias óptimas: ejemplo

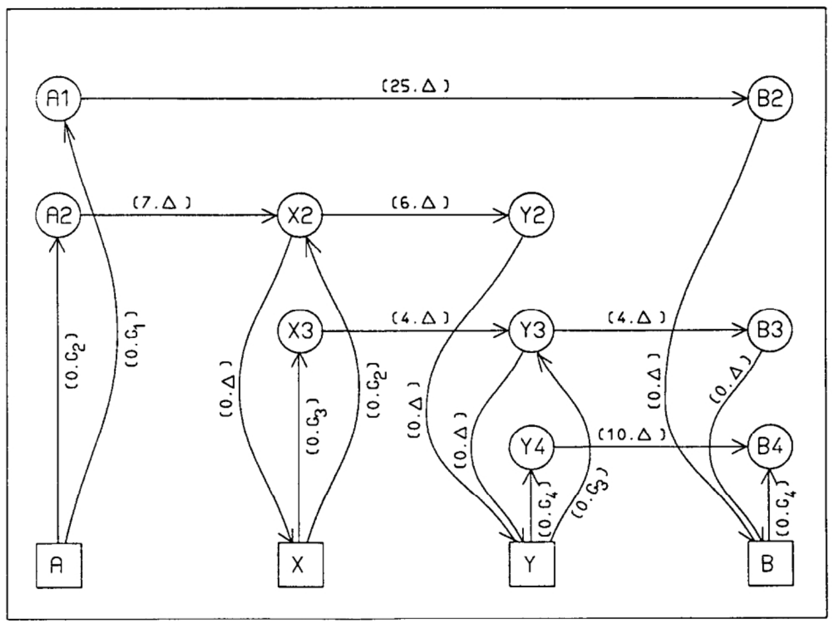
Viaje desde A hacia B, considerando cuatro líneas y dos puntos intermedios X e Y.



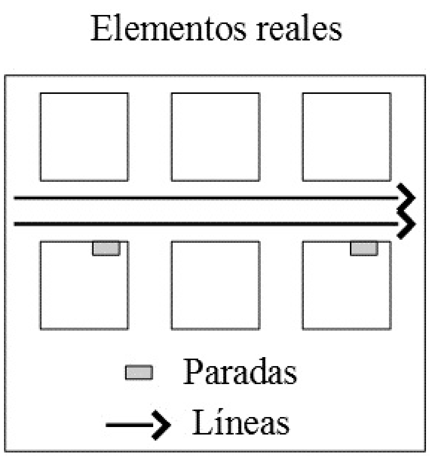
Estrategias óptimas: modelo de red

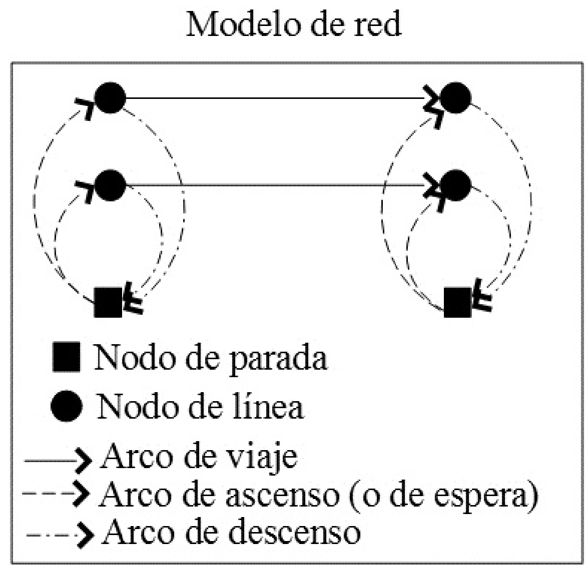
Modelo subyacente de red para el ejemplo anterior:

- Nodos específicos para paradas y detención de vehículos en paradas.
- Arcos de viaje: ponderados con tiempo de viaje, no tienen espera.
- Arcos de ascenso (o de espera): ponderados con tiempo de espera, no tienen viaje.



Estrategias óptimas: modelo de red, caso general





Estrategias óptimas: notación

- Estrategias óptimas para todo nodo origen hacia un destino $r \in N$.
- c_a: tiempo de viaje en el arco $a \in A$ (cero si es de ascenso o descenso).
- f_a: frecuencia de la línea representada por el arco $a \in A$ (infinita si es arco de viaje o descenso).
- b_n: demanda desde el nodo $n \in N$, con $n \neq r$; $b_r = -\sum_{n \in N, n \neq r} b_n$.
- v_a: flujo en el arco $a \in A$.
- V_n: flujo en el nodo $n \in N$.
- x_a: variable binaria, indica si $a \in A$ es parte de la estrategia óptima.

Estrategias óptimas: formulación

$$\min_{v,V,x} \quad \sum_{a\in A} c_a v_a + \sum_{n\in N} \frac{V_n}{\sum_{a\in A_n^+} f_a x_a} \tag{1}$$

s.t.

$$v_a = \frac{f_a x_a}{\sum_{a'\in A_n^+} f_{a'} x_{a'}} V_n \qquad \forall\ a \in A_n^+, n \in N, \tag{2}$$

$$V_n = \sum_{a\in A_n^-} v_a + b_n \qquad \forall\ n \in N, \tag{3}$$

$$V_n \geq 0 \qquad \forall\ n \in N, \tag{4}$$

$$x_a \in \{0,1\} \qquad \forall\ a \in A. \tag{5}$$

Estrategias óptimas: reformulación

- El modelo (1)-(5) es no lineal (expresiones 1 y 2) y con variables discretas (expresión 5), por lo tanto es difícil de resolver.

- Se propone el cambio de variables $w_n = V_n / \sum_{a \in A_n^+} f_a x_a$, se substituye la restricción de no negatividad de flujo en nodos $(V_n \geq 0)$ por su análoga para arcos $(v_a \geq 0)$ y se aplican propiedades del conjunto factible determinado por las restricciones resultantes.

- Se obtiene una reformulación del problema, más fácil de resolver.

Estrategias óptimas: reformulación (cont.)

$$\min_{v,w} \quad \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{n \in N^P} w_n \tag{6}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{a \in A_n^+} v_a - \sum_{a \in A_n^-} v_a = b_n \qquad \forall\, n \in N, \tag{7}$$

$$v_a \leq f_a w_n \qquad \forall\, a \in A_n^{W+}, n \in N^P, \tag{8}$$

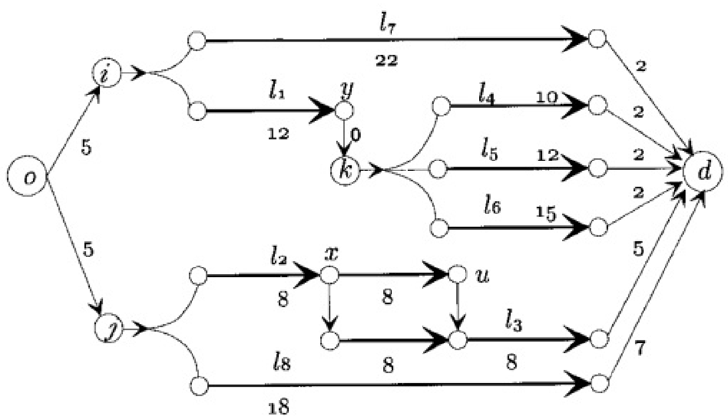
$$v_a \geq 0 \qquad \forall\, a \in A, \tag{9}$$

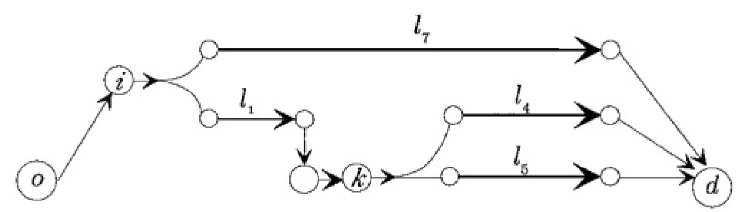
$$w_n \geq 0 \qquad \forall\, n \in N^P. \tag{10}$$

donde $N^P \subset N$ es el conjunto de nodos que representan paradas y $A_n^{W+} \subset A$ es el conjunto de arcos salientes de espera del nodo $n \in N^P$.

Estrategias óptimas: propiedades

- El modelo (6)-(10) es lineal con variables reales, por lo tanto es más sencillo de resolver.
- Es una variante del problema de camino de costo mínimo, al que se agrega el término que representa el tiempo de espera en la función objetivo (6) y la restricción (8) que divide el flujo de pasajeros entre las líneas candidatas.
- La solución óptima es un *hipercamino*, dado que el flujo se divide en las paradas según el ómnibus que pase primero, perteneciente al conjunto de líneas candidatas.
- Figura: grafo y un hipercamino, tomado de Nguyen et al. (1998).





Estrategias óptimas: resolución

- El problema (6)-(10) admite una resolución eficiente (óptima) en tiempo polinomial.
- El algoritmo es similar al de Dijkstra.
- Se procede en dos fases: (i) cálculo de la estrategia óptima y su valor objetivo, (ii) asignación de flujos a los arcos.
- u_i es el valor objetivo (tiempo total esperado) de la estrategia óptima para viajar desde el nodo i al r.

Estrategias óptimas: algoritmo fase 1

Paso 1: Inicialización.

- $u_i = \infty, \forall i \in N - \{r\}; u_r = 0$
- $f_i = 0, \forall i \in N$
- $S = A; \bar{A} = \emptyset$

Paso 2: Proceso nuevo arco.

- Si $S = \emptyset$ entonces detener
- Si no encontrar $a = (i, j) \in S$ tal que $u_j + c_a \leq u'_j + c'_a, \forall a' = (i', j') \in S$
- $S = S - \{a\}$

Paso 3: Actualización etiqueta de nodo.

- Si $u_i \geq u_j + c_a$ entonces
- $u_i = (f_i u_i + f_a(u_j + c_a))/(f_i + f_a)$
- $f_i = f_i + f_a; \bar{A} = \bar{A} + \{a\}$
- Ir al paso 2

Estrategias óptimas: algoritmo fase 2

Paso 1: Inicialización.

- $V_i = b_i, \forall i \in N$

Paso 2: Asignación de flujos.

- Para cada $a \in A$, en orden decreciente de $(u_j + c_a)$ hacer
- Si $a \in \bar{A}$ entonces $v_a = (f_a/f_i)V_i, V_j = V_j + v_a$
- Si no $v_a = 0$

Estrategias óptimas: capacidades

- La capacidad de los ómnibus limita la cantidad de flujo que puede atravesar cada arco.

- Dos formas de incorporarla al modelado del comportamiento de pasajeros:
  - Agregando a la formulación (6)-(10) la restricción $v_a \leq f_a \omega$ para los arcos que representan viaje a bordo, donde ω es la capacidad (número de pasajeros) del ómnibus. La solución óptima puede contener varios hipercaminos de valor objetivo creciente, representando un equilibrio capacitado con función de costo constante.
  - Modelando un equilibrio de usuario (similar a UE para transporte privado), lo que implica calcular las frecuencias efectivas de las líneas. La frecuencia efectiva implica que el intervalo de pasada (inverso de la frecuencia) percibido por el usuario será múltiplo del nominal, debido a insuficiencia de capacidad.

Bibliografía

- Cepeda, M; Cominetti, R; Florian, M (2006) A frequency-based assignment model for congested transit networks with strict capacity constraints: characterization and computation of equilibria. Transportation Research Part B: Methodological 40(6):437-459.

- Correa, JR; Schulz, AS; Stier-Moses, NE (2004) Selfish routing in capacitated networks. Mathematics of Operations Research 29(4):961-976.

- Gentile, G; Florian, M; Hamdouch, Y; Cats, O; Nuzzolo, A (2016) The Theory of Transit Assignment: Basic Modelling Frameworks. En: Gentile G; Noekel, K (eds.) Modelling Public Transport Passenger Flows in the Era of Intelligent Transport Systems. Springer. pp 287-386.

- Mauttone, A; Hernández, D (2017) Encuesta de movilidad del área metropolitana de Montevideo. Principales resultados e indicadores. CAF, IM, IC, ISJ, MTOP, Udelar, PNUD. Disponible en http://scioteca.caf.com/handle/123456789/1078
- Nguyen, S; Pallottino, S; Gendreau, M (1998) Implicit Enumeration of Hyperpaths in a Logit Model for Transit Networks. Transportation Science 32(1):54-64.
- Spiess, H; Florian, M (1989) Optimal strategies: a new assignment model for transit networks. Transportation Research Part B: Methodological 23(2):83-102.
- Vuchic, VR (2007) Urban Transit, Systems and Technology. Wiley.
- Notas del docente del curso.