# Teoría de circuitos

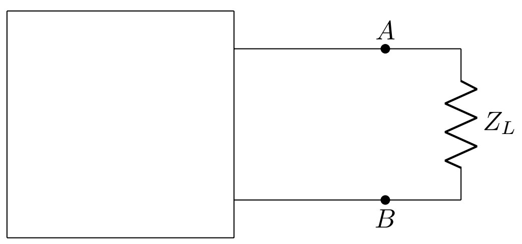
Primer parcial

2024 - $2^o$ semestre

**Recomendaciones generales:**

- **Leer atentamente todos los ejercicios y asegurarse de no olvidar realizar alguna parte.**
- **En caso de no poder avanzar en un problema, cambiar a otro y volver a él más tarde. No se demore mucho tiempo en un solo ejercicio.**
- **SER PROLIJO Y EXPLICAR Y DETALLAR BIEN TODOS SUS PASOS. Expresar sus resultados exactamente en el formato pedido. Recordar que esta prueba pretende evaluar si se han alcanzado los objetivos de formación establecidos en el programa.**
- **HACER PROBLEMAS DISTINTOS EN HOJAS SEPARADAS.**
- **PONER EL NOMBRE EN TODAS LAS HOJAS.**
- **Se recuerda que la prueba es individual.**
- **Al finalizar la prueba, escanear las hojas, generar un único pdf, subirlo como tarea en el EVA y entregar las hojas al docente.**
- **Todos los operacionales son ideales. Se sugiere explicar bien cómo los analiza en los circuitos.**

## Problema 1 (9 puntos)



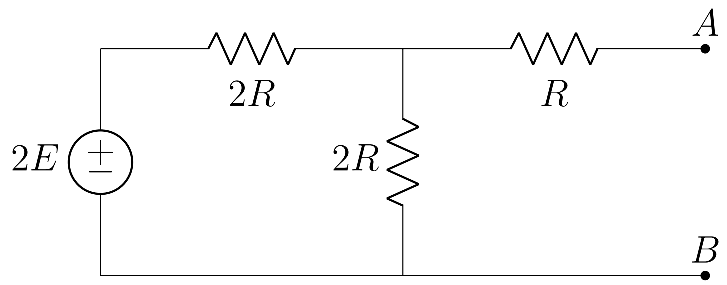

Hallar el equivalente de Thévenin de la caja negra de la figura, funcionando en régimen sinusoidal, sabiendo que se cumple lo siguiente.

i) Al conectar una carga $Z_L = (4 - j3)k\Omega$, se disipa la máxima potencia activa posible en $Z_L$.

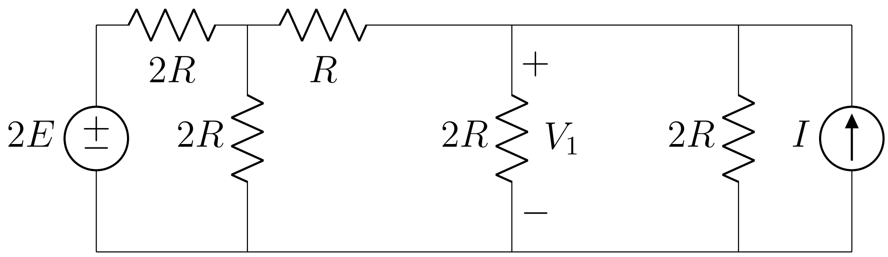
ii) Si se le conecta una resistencia de valor $R_L = 5k\Omega$, el fasor de tensión en bornes, medida de $A$ a $B$, vale $V_L = (10 - j30)V$.

Problema 2 (12 puntos)

a) En el circuito de la figura, hallar el equivalente de Thévenin.




Se considera el circuito de la figura:

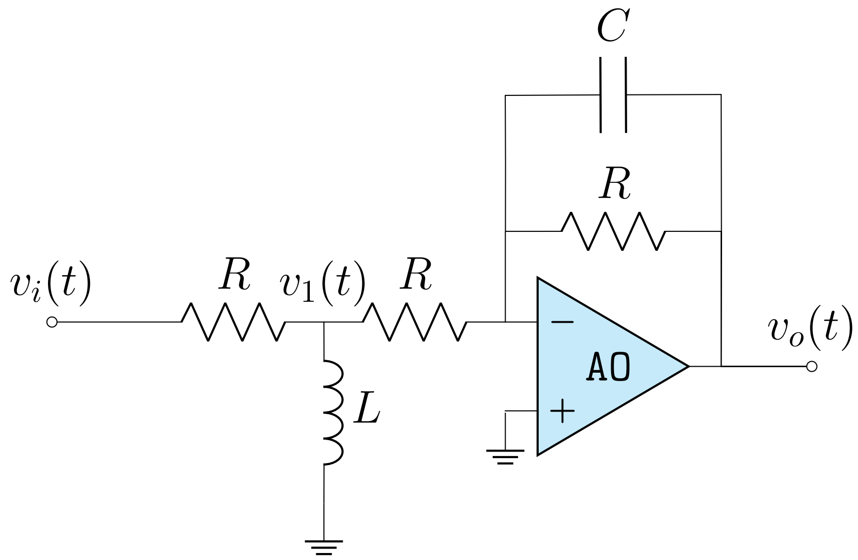



b) Simplifique el circuito usando el resultado de la parte a). **Justificar!!!**

c) **Aplicando superposición**, hallar la tensión $V_1$.

Problema 3 (16 puntos)

Se considera el circuito en régimen sinusoidal de la figura. Las tensiones están referidas a tierra. El amplificador operacional es ideal y funciona en zona lineal. En lo que sigue, se pide explicar claramente cómo analiza el funcionamiento del operacional.




a) Dibujar el circuito equivalente en fasores.

b) Hallar la relación entre los fasores $V_1(j\omega)$ y $V_o(j\omega)$.

c) Hallar la relación entre los fasores $V_i(j\omega)$ y $V_1(j\omega)$.

d) Hallar la transferencia en régimen

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$$

e) Simplificar la expresión para $\frac{1}{RC} = \frac{R}{2L} = \omega_0$, verificando que se llega a algo del estilo

$$H(j\omega) = K.\frac{\omega_0(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)^2}$$

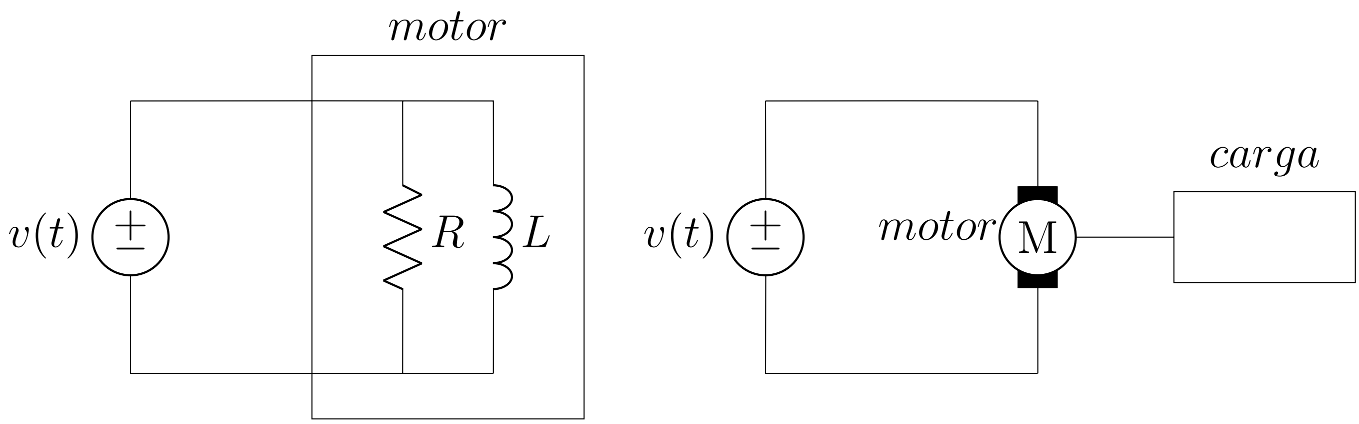
con $K$ negativo.

f) Hallar la respuesta en régimen ante una entrada de la forma $v_i(t) = A\cos(\omega_0 t)$.

g) Dibujar, explicando bien, un diagrama fasorial en el que aparezcan los fasores $V_i(j\omega_0)$, $V_o(j\omega_0)$ y $V_1(j\omega_0)$.

Problema 4 (13 puntos)

El circuito de la izquierda es un modelo eléctrico del sistema electromecánico de la derecha, en el que una fuente de tensión alimenta un motor que mueve una cierta carga mecánica. Desde el punto de vista eléctrico, el motor se puede representar por el paralelo de una resistencia y una inductancia. El circuito se considera en régimen sinusoidal, a $50Hz$.




Se sabe que la potencia activa consumida a la fuente es de $P = 1,46kW$, en tanto la potencia reactiva es inductiva y vale $Q = 770VAR$.

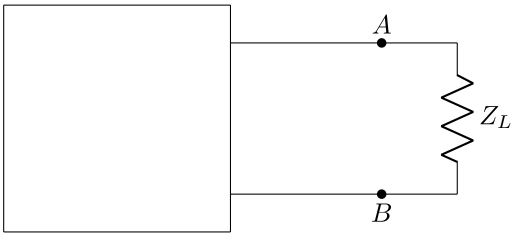
a) Hallar el factor de potencia del motor.

b) Hallar los valores de $R$ y $L$ del modelo eléctrico.

c) Se desea compensar la potencia reactiva consumida a la fuente. Indicar qué elemento colocaría, de qué valor, y el respectivo esquema de conexión.

**Solución**

Problema 1 (XX puntos)




Hallar el equivalente de Thévenin de la caja negra de la figura, funcionando en régimen sinusoidal, sabiendo que se cumple lo siguiente.

i) Al conectar una carga $Z_L = (4 - j3)k\Omega$, se disipa la máxima potencia activa posible en $Z_L$.

ii) Si se le conecta una resistencia de valor $R_L = 5k\Omega$, la tensión en bornes, medida de $A$ a $B$, vale $V_L = (10-j30)V$.

El Teorema de máxima potencia nos dice que para extraerle la máxima potencia posible a un equivalente de Thévenin, hay que cargarlo con una impedancia igual al conjugado de la impedancia de Thévenin. Entonces, $Z_{Th} = (4+j3)\Omega$.

Usando el equivalente Thévenin, sabemos que

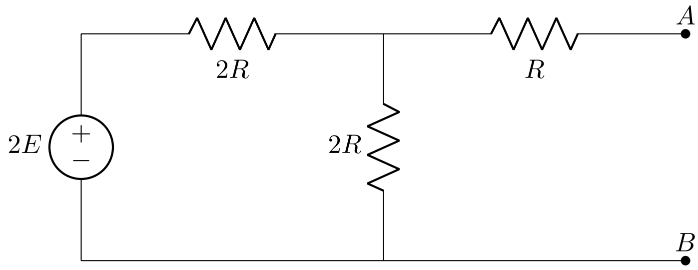
$$V_L = \frac{Z_L}{Z_{Th} + Z_L}.V_{Th} \Rightarrow V_{Th} = \frac{Z_{Th} + Z_L}{Z_L}.V_L$$

Con $Z_L = R_L = 5k\Omega$ y $V_L = (10 - j30)V$, tenemos

$$V_{Th} = \frac{(4 + j3 + 5)k\Omega}{5k\Omega}.(10 - j30)V = (9 + j3).(2 - j6)V = (18 + 18 + j(6 - 54))V = (36 - j48)V$$

Problema 2 (XX puntos)

a) En el circuito de la figura, hallar el equivalente de Thévenin.

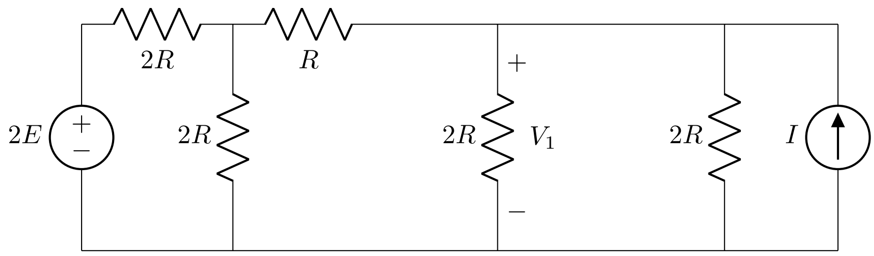



Para calcular la tensión de vacío $V_{Th}$, observamos que la resistencia de valor $R$ no participa, ya que por ella no circula corriente (al estar en vacío, *no se consume corriente a la caja negra*). Entonces, simplemente planteamos el divisor de tensión resultante entre la fuente de tensión y las dos resistencias de valor $2R$, obteniendo $V_{Th} = E$.

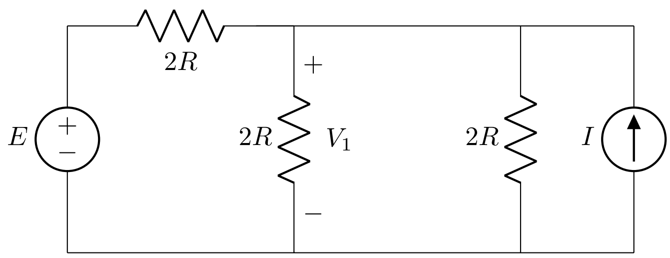
Para hallar la impedancia $Z_{Th}$ vista desde $A$ y $B$, anulamos la fuente de tensión, es decir, la sustituimos por una fuente del mismo tipo y de valor nulo, lo que equivale a cortocircuitar la fuente de valor $2E$. Esto hace que las dos resistencias de valor $2R$ queden en paralelo!! La impedancia vista vale

$$Z_{Th} = R + ((2R)||(2R)) = R + (R) = 2R$$

b) En el circuito de la figura **aplicando superposición**, hallar la tensión $V_1$.

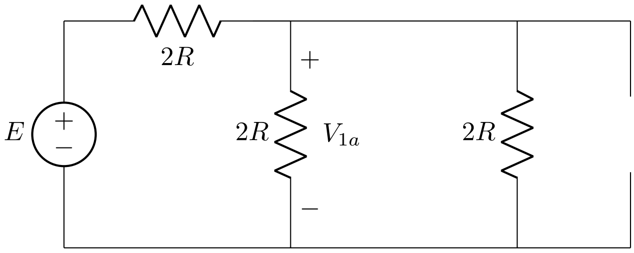



sustituimos la parte izquierda del circuito por el Thévenin hallado en la parte anterior. Nos queda el siguiente circuito equivalente:




Aplicamos superposición, es decir, consideramos en este caso de a una fuente por vez, obteniendo dos circuitos. La tensión $V_1$ de interés será la suma de las tensiones obtenidas en cada uno de los circuitos resultantes.

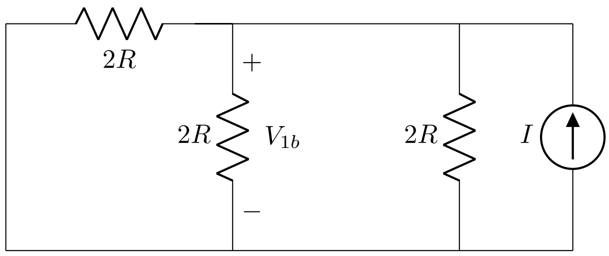
Anulemos primero la fuente de corriente, es decir, la sustituimos por un circuito abierto.




Aplicando divisor de tensión, obtenemos

$$V_{1a} = E.\frac{((2R)||(2R))}{2R + ((2R)||(2R))} = E.\frac{R}{2R + R} = \frac{E}{3}$$

Anulemos ahora la fuente de tensión. Obtenemos el siguiente circuito:




En este caso, $V_{1b}$ es la caída en todas las resistencias, ya que están en paralelo.

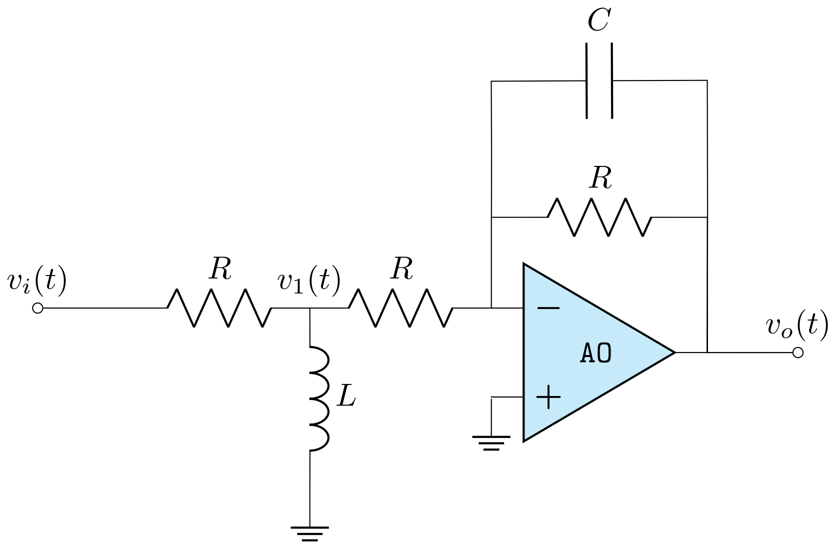
$$V_{1b} = I.(2R||2R||2R) = I.\left[\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}\right]^{-1} = \frac{2}{3}RI$$

Entonces $V_1 = V_{1a} + V_{1b}$, es decir

$$V_1 = \frac{E}{3} + \frac{2}{3}RI$$

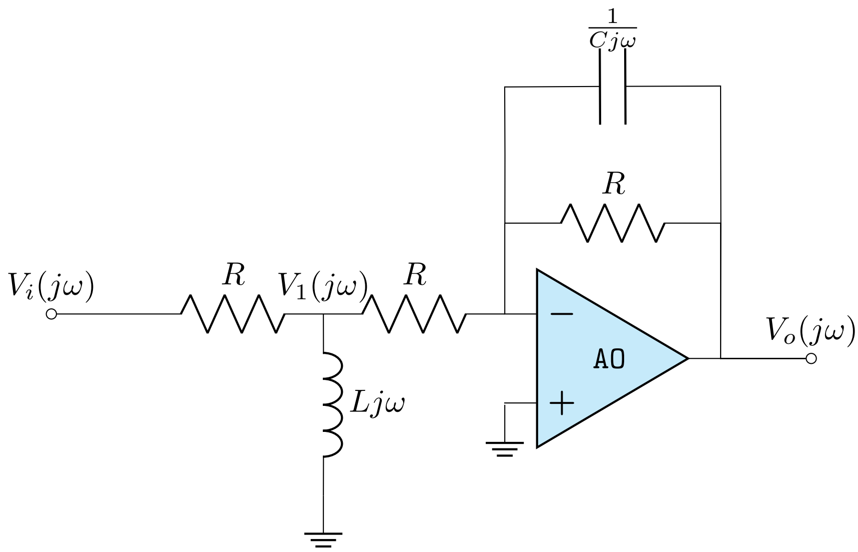
Problema 3 (XX puntos)

Se considera el circuito en régimen sinusoidal de la figura. Las tensiones están referidas a tierra. El amplificador operacional es ideal y funciona en zona lineal. En lo que sigue, se pide explicar claramente cómo analiza el funcionamiento del operacional.




a) Dibujar el circuito equivalente en fasores.

Esencialmente dibujamos el mismo circuito, sustituyendo las componentes por sus impedancias respectivas. Las magnitudes de interés las expresamos directamente en fasores.




b) Hallar la relación entre los fasores $V_1(j\omega)$ y $V_o(j\omega)$.

Observemos que podemos identificar al operacional funcionando en una configuración inversora con entrada $V_1$ y salida $V_o$, en la que la impedancia de realimentación $Z_2$ es el paralelo del condensador y la resistencia y la impedancia directa $Z_1$ es una resistencia $R$[1]. Entonces

$$V_o = -\frac{Z_2}{Z_1}.V_1$$

con

$$Z_1 = R \quad , \quad \text{y} \quad Z_2 = R \left|\right| \frac{1}{Cj\omega} = \frac{R.\frac{1}{Cj\omega}}{R + \frac{1}{Cj\omega}} = \frac{R}{1 + RCj\omega}$$

Entonces

$$V_o = -\frac{\frac{R}{1+RCj\omega}}{R}.V_1 = -\frac{1}{1 + RCj\omega}.V_1$$

c) Hallar la relación entre los fasores $V_i(j\omega)$ y $V_1(j\omega)$.

Planteando el nudo en $V_1$, obtenemos

$$\frac{V_i - V_1}{R} = \frac{V_1}{Lj\omega} + \frac{V_1}{R}$$

donde hemos usado el cortocircuito virtual de las entradas del operacional debido a la ganancia infinita, que hace que la pata $-$ esté a tierra. Entonces,

$$\frac{V_i}{R} = V_1.\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{Lj\omega} + \frac{1}{R}\right] = V_1.\left[\frac{2}{R} + \frac{1}{Lj\omega}\right] = V_1.\left[\frac{2Lj\omega + R}{RLj\omega}\right]$$

Entonces

$$V_1 = \left[\frac{Lj\omega}{2Lj\omega + R}\right].V_i$$

d) Hallar la transferencia en régimen

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$$

Observemos que

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{V_o(j\omega)}{V_1(j\omega)}.\frac{V_1(j\omega)}{V_i(j\omega)} = -\left[\frac{1}{1 + RCj\omega}\right].\left[\frac{Lj\omega}{2Lj\omega + R}\right]$$

De donde

$$H(j\omega) = -\frac{Lj\omega}{(1 + RCj\omega)(2Lj\omega + R)}$$

e) Simplificar la expresión para $\frac{1}{RC} = \frac{R}{2L} = \omega_0$, verificando que se llega a algo del estilo

$$H(j\omega) = K.\frac{\omega_0(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)^2}$$

con $K$ negativo.

Observemos que

$$H(j\omega) = -\frac{Lj\omega}{RC\left(j\omega + \frac{1}{RC}\right)2L\left(j\omega + \frac{R}{2L}\right)} = -\frac{1}{2}\frac{\frac{1}{RC}(j\omega)}{\left(j\omega + \frac{1}{RC}\right)\left(j\omega + \frac{R}{2L}\right)}$$

Usando los nuevos datos, obtenemos la siguiente expresión para la transferencia en régimen:

$$H(j\omega) = -\frac{1}{2}.\frac{\omega_0(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)(j\omega + \omega_0)}$$

que tiene la forma pedida.

[1] Omitiremos la dependencia en $(j\omega)$ por comodidad nomás.

f) Hallar la respuesta en régimen ante una entrada de la forma $v_i(t) = A\cos(\omega_0 t)$.

Sabemos que para una entrada sinusoidal de pulsación dada $\tilde{\omega}$, la respuesta en régimen del sistema será una sinusoide de la misma frecuencia, con una amplitud igual a la original multiplicada por el módulo de la transferencia evaluada en la frecuencia de trabajo $\tilde{\omega}$ y con un desfasaje adicional dado por el argumento de la transferencia evaluada en la frecuencia de trabajo.

Entonces, debemos hallar el módulo y la fase de $H(j\omega_0)$:

$$H(j\omega_0) = -\frac{1}{2}.\frac{\omega_0(j\omega_0)}{(j\omega_0+\omega_0)^2} = -\frac{1}{2}.\frac{(j)}{(j+1)^2} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega_0)| &= \frac{1}{2\times\sqrt{2}^2} = \frac{1}{4} \\ \angle H(j\omega_0) &= \pi + \frac{\pi}{2} - 2\times\frac{\pi}{4} = \pi \end{cases}$$

Es decir, $H(j\omega_0) = -\frac{1}{4}$. Entonces, para una entrada de la forma $v_i(t) = A\cos(\omega_0 t)$, la respuesta en régimen es

$$v_{o,reg}(t) = -\frac{A}{4}\cos(\omega_0 t) = \frac{A}{4}\cos(\omega_0 t - \pi)$$

g) Dibujar, explicando bien, un diagrama fasorial en el que aparezcan los fasores $V_i(j\omega_0)$, $V_o(j\omega_0)$ y $V_1(j\omega_0)$.

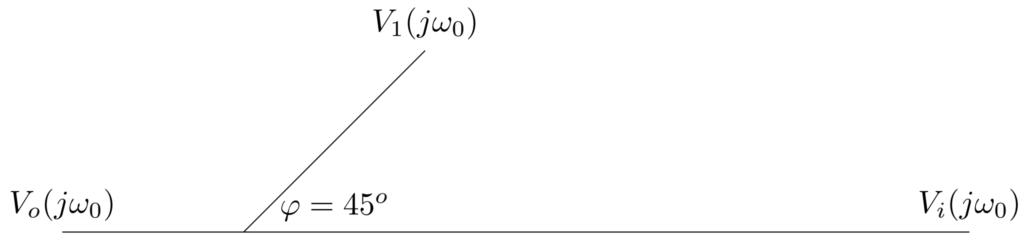
Si tomamos como referencia el fasor $V_i(j\omega_0)$ asociado a la entrada, tendremos que $V_o(j\omega_0) = -\frac{1}{4}V_i(j\omega_0)$. Para hallar el fasor $V_1(j\omega_0)$, podemos usar tanto la parte b) como la parte c):

$$V_1(j\omega_0) = -(1 + RCj\omega_0)V_o(j\omega_0) = \left[\frac{Lj\omega_0}{2Lj\omega_0 + R}\right] V_i(j\omega_0)$$

Por ejemplo, podemos usar que $RC\omega_0 = 1$ y poner

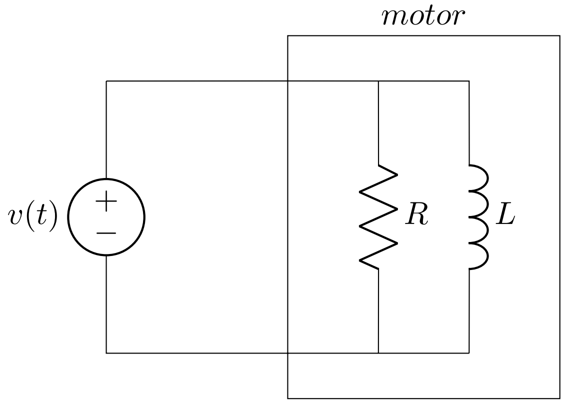
$$V_1(j\omega_0) = -(1+j)V_o(j\omega_0) = \sqrt{2}|V_o(j\omega_0)|\angle arg(V_o(j\omega_0))) + \frac{\pi}{4} + \pi$$

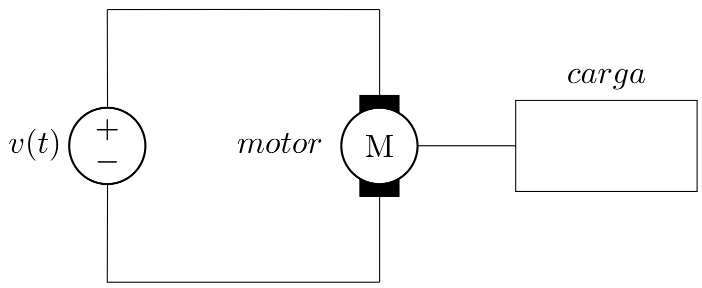
Entonces, ya estamos en condiciones de dibujar los tres fasores de interés. Tomando como referencia el fasor de entrada, el fasor de salida estará en contrafase, en tanto que el fasor $V_1(j\omega_0)$ estará $45^o$ adelantado, como se muestra en la figura



Problema 4 (XX puntos)

El circuito de la izquierda es un modelo eléctrico del sistema electromecánico de la derecha, en el que una fuente de tensión alimenta un motor que mueve una cierta carga mecánica. Desde el punto de vista eléctrico, el motor se representa por el paralelo de una resistencia y una inductancia. El circuito se considera en régimen sinusoidal, a $50Hz$.

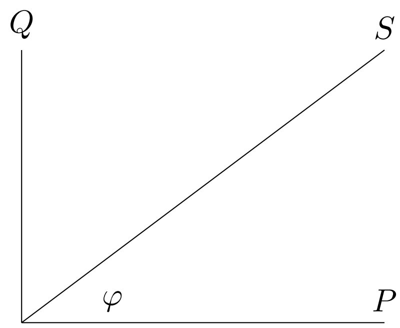



Se sabe que la potencia activa consumida a la fuente es de $P = 1,46kW$, en tanto la potencia reactiva es inductiva y vale $Q = 770VAR$.

a) Hallar el factor de potencia del motor.

A partir de las potencias activa y reactiva, armamos el triángulo de potencias, que representa $S = P + jQ$.




Tenemos que $\tan(\varphi) = \frac{Q}{P}$, de donde el factor de potencia es

$$\cos\varphi = \cos\left(atan\left(\frac{Q}{P}\right)\right) = \cos\left(atan\left(\frac{770}{1460}\right)\right) \approx 0.88 \quad \text{inductivo}$$

El factor de potencia es inductivo, ya que la reactiva es positiva.

b) Hallar los valores de $R$ y $L$ del modelo eléctrico.

Para hallar $R$, observemos que es la única componente que consume activa, por lo que, trabajando en fasores en valores eficaces

$$P = \frac{|V_{eff}|^2}{R} \Rightarrow R = \frac{|V_{eff}|^2}{P} = \frac{\frac{311^2}{2}V^2}{1460W} \approx 33\Omega$$

De forma análoga,

$$Q = \frac{|V_{eff}|^2}{L\omega} \Rightarrow L = \frac{|V_{eff}|^2}{Q\omega} = \frac{\frac{311^2}{2}V^2}{770VAR \times 100\pi} \approx 0.2H$$

c) Se desea compensar la potencia reactiva consumida a la fuente. Indicar qué elemento colocaría, de qué valor, y el respectivo esquema de conexión.

Dado que el motor consume reactiva, para compensarla se puede colocar un condensador que entregue esa misma reactiva. en términos de potencia consumida, debe ser $Q_C + Q = 0$. Para no alterar la activa del motor, el condensador se debe colocar en paralelo al motor, de forma que vea la mismta tensión que éste. El valor del condensador sale de la identidad:

$$Q_C = -|V_{eff}|^2 C\omega = -Q \Rightarrow C = \frac{Q}{|V_{eff}|^2\omega} = \frac{770VAR}{\frac{311^2}{2}\omega} \approx 50\mu F$$