Teoría de circuitos

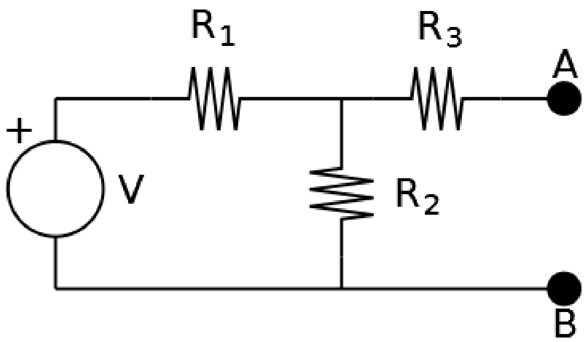
Primer parcial

2023 - 2^o semestre

Recomendaciones generales:

- **Leer atentamente todos los ejercicios y asegurarse de no olvidar realizar alguna parte.**
- **En caso de no poder avanzar en un problema, cambiar a otro y volver a él más tarde. No se demore mucho tiempo en un solo ejercicio.**
- **SER PROLIJO Y EXPLICAR Y DETALLAR BIEN TODOS SUS PASOS. Expresar sus resultados exactamente en el formato pedido. Recordar que esta prueba pretende evaluar si se han alcanzado los objetivos de formación establecidos en el programa.**
- **HACER PROBLEMAS DISTINTOS EN HOJAS SEPARADAS.**
- **PONER EL NOMBRE EN TODAS LAS HOJAS.**
- **Se recuerda que la prueba es individual.**
- **Al finalizar la prueba, escanear las hojas, generar un pdf, subirlo como tarea en el EVA y entregar las hojas al docente.**
- **Todos los operacionales son ideales. Se sugiere explicar bien cómo los analiza en los circuitos.**

Problema 1 (10 puntos)

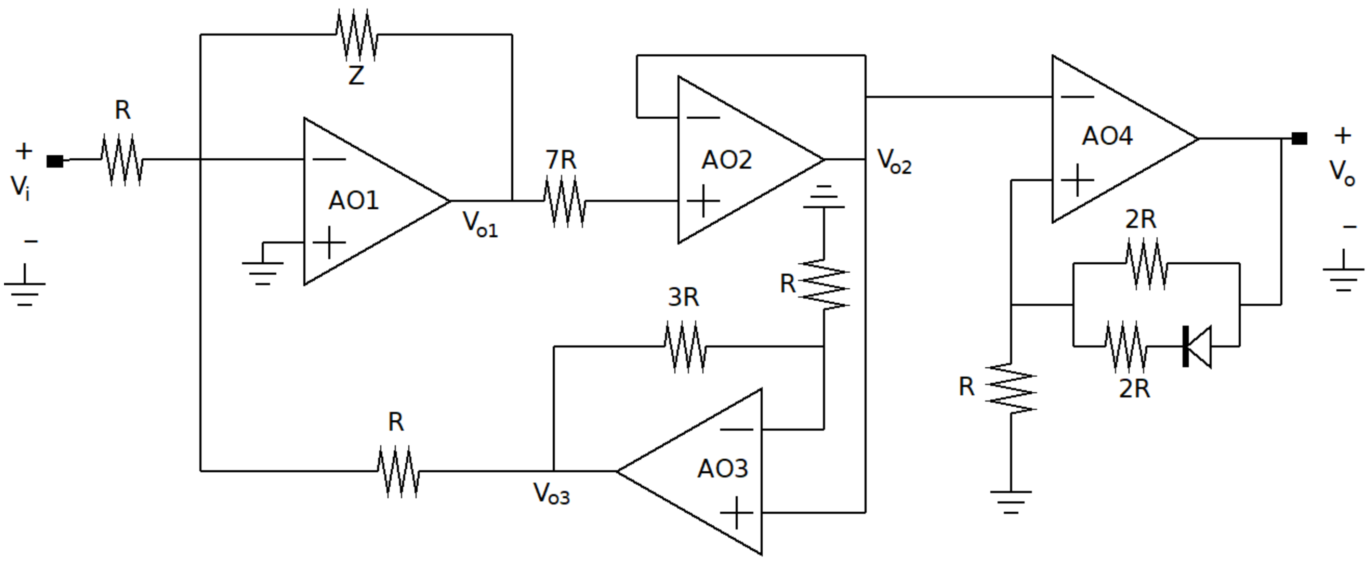


a) En el contexto del Teorema de Thévenin, definir la *tensión de vacío*, la *impedancia vista* y la *corriente de cortocircuito*.

b) Hallar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura, **explicando claramente cómo procede**.

Problema 2 (20 puntos)

Se considera el circuito de la figura, con los operacionales ideales, alimentados entre $\pm V_{CC}$, el diodo es ideal y las tensiones están medidas respecto de tierra.



Se considera primero el subsistema lineal formado por los amplificadores operacionales 1, 2 y 3, funcionando en régimen sinusoidal.

a) Identificar la configuración de cada operacional.

b) Sabiendo que $Z(j\omega) = Lj\omega$ y definiendo la pulsación auxiliar $\omega_0 = \frac{R}{4L}$, hallar la transferencia en régimen sinusoidal $H(j\omega) = \frac{V_{o2}(j\omega)}{V_i(j\omega)}$, tomando $V_i(j\omega)$ como entrada y $V_{o2}(j\omega)$ como salida.

c) Verificar que se cumple que:

$$H(j\omega) = -\frac{1}{4}.\frac{j\omega}{j\omega + \omega_0}$$

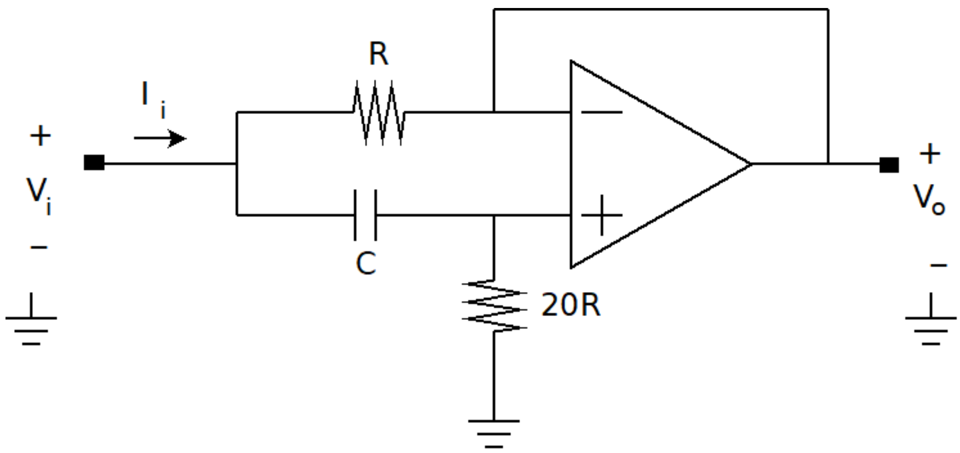
A partir de ahora se inyecta al circuito la entrada $v_i(t) = E.\cos(\omega_0 t)$ y se considera el circuito completo.

d) Reconocer la configuración del amplificador operacional 4.

e) Hallar el valor umbral de E a partir del cual es posible generar en $v_o(t)$ una onda cuadrada.

Problema 3 (15 puntos)

Se considera el circuito de la figura, con el operacional ideal, funcionando en zona lineal.



a) Hallar la transferencia en régimen $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$. Simplificar la expresión definiendo $\omega_0 = \frac{1}{20RC}$.

b) Mostrar que la impedancia vista desde la entrada del circuito $Z_{in}(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{I_i(j\omega)}$ vale

$$Z_{in}(j\omega) = 20R.\frac{(j\omega + \omega_0)}{(j\omega + 20\omega_0)}$$

Sugerencia: observar que la corriente I_i es la suma de las corrientes que pasan por las resistencias R y $20R$.

c) Indicar si la impedancia Z_{in} es capacitiva o inductiva. **Sugerencia**: tener presente que el arcotangente es una función monótona creciente.

A partir de ahora se trabajará en régimen sinusoidal, con una fuente de entrada $v_i(t)$ de valor eficaz de $10V$ y pulsación $20\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

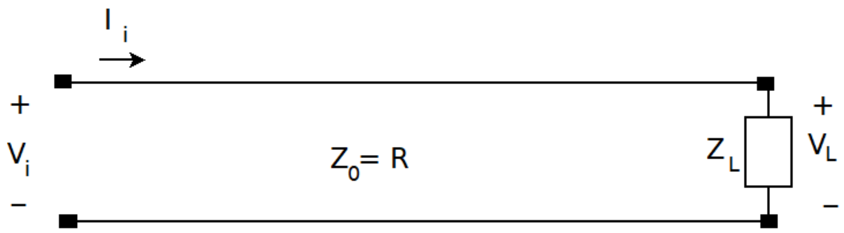
d) Hallar las potencias activa, reactiva y aparente consumidas a la fuente de entrada.

e) Se desea compensar la potencia reactiva. Indicar qué elemento colocaría, de qué valor, y el respectivo esquema de conexión.

Problema 4 (5 puntos)

Se considera el circuito de la figura, en el que una línea de transmisión conecta una fuente sinuoidal a una impedancia de carga Z_L. Se sabe que:

- $Z_L = Z_0$;
- Z_0 es real
- la fuente tiene amplitud E.

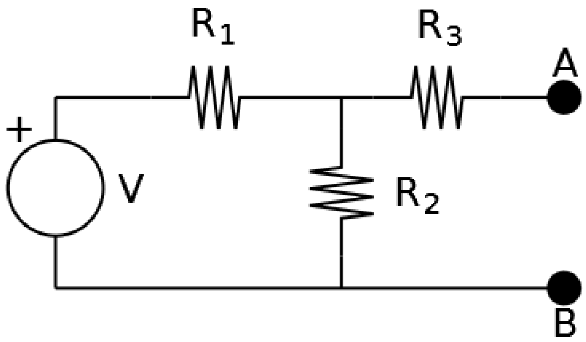


Para cada una de las siguientes afirmaciones, indicar si son verdaderas o falsas. **¡¡¡Justificar cada respuesta!!!**.

a) La carga está adaptada a la línea.
b) La línea es sin pérdidas.
c) Habrá onda reflejada desde la carga hacia la fuente.
d) La amplitud de la tensión en la carga es menor que la amplitud de la tensión en la fuente.

Solución

Problema 1



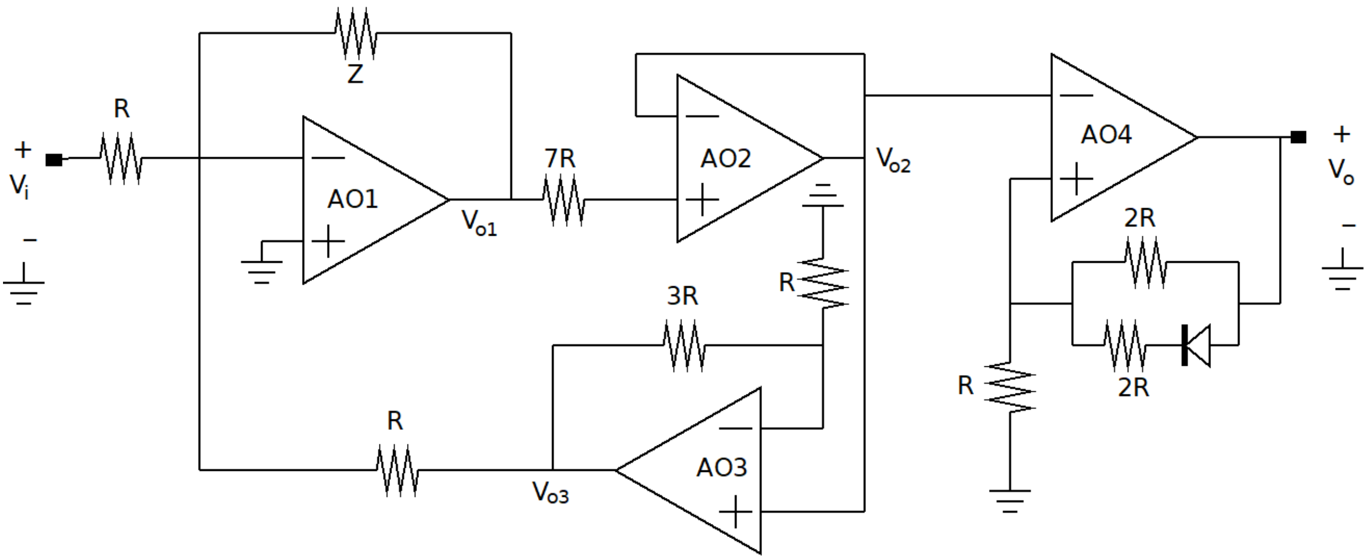
a) En el contexto del Teorema de Thévenin, definir la *tensión de vacío*, la *impedancia vista* y la *corriente de cortocircuito*.

b) Hallar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura, **explicando claramente cómo procede**.

Las definiciones son directas del teórico. La parte b) del ejercicio está en la Hoja de práctico 2.

Problema 2

Se considera el circuito de la figura, con los operacionales ideales, alimentados entre $\pm V_{CC}$, el diodo es ideal y las tensiones medidas respecto de tierra.



Se considera primero el subsitema formado por los operacionales 1, 2 y 3, funcionando en régimen sinusoidal.

a) Identificar la configuración de cada operacional.

El operacional AO1 está en una configuración de *sumador inversor*. La salida V_{o1} es una combinación lineal de V_i y V_{o3}. El operacional AO2 configura un *seguidor*, por lo que $V_{o2} = V_{o1}$ (acá estamos usando el hecho de que no circula corriente por la resistencia de valor $7R$, por lo que V_{o1} es efectivamente la entrada del seguidor). El operacional AO3 está en una configuración *no inversora*, de ganancia 4, esto es, $V_{o3} = 4V_{o2}$.

b) Sabiendo que $Z(j\omega) = Lj\omega$ y definiendo la pulsación auxiliar $\omega_0 = \frac{R}{4L}$, hallar la transferencia en régimen sinusoidal $H(j\omega) = \frac{V_{o2}(j\omega)}{V_i(j\omega)}$.

Para hallar la relación entrada-salida, planteamos la relación de cada configuración identificada en el item anterior.

En el sumador inversor, planteando el nudo en la pata - del operacional, obtenemos:

$$\frac{V_i}{R} + \frac{V_{o3}}{R} = -\frac{V_{o1}}{Z} \Rightarrow \frac{V_i}{R} = -\frac{V_{o3}}{R} - \frac{V_{o1}}{Z}$$

Del seguidor, obtenemos $V_{o2} = V_{o1}$. Finalmente, de la configuración no inversora, planteando el nudo en la pata + y usando el cortocircuito virtual, obtenemos $V_{o3} = 4V_{o2}$.

Juntando todo, tenemos que:

$$\frac{V_i}{R} = -\frac{4V_{o2}}{R} - \frac{V_{o2}}{Z} = -V_{o2}.\left[\frac{4}{R} + \frac{1}{Z}\right] = -V_{o2}.\left[\frac{4Z + R}{R.Z}\right] = -V_{o2}.\left[\frac{4Lj\omega + R}{R.Lj\omega}\right]$$

De donde

$$H(j\omega)) = \frac{V_{o2(j\omega)}}{V_i(j\omega)} = -\frac{Lj\omega}{4Lj\omega + R} = -\frac{Lj\omega}{4L\left(j\omega + \frac{R}{4L}\right)} = -\frac{1}{4}.\frac{j\omega}{j\omega + \frac{R}{4L}} = -\frac{1}{4}.\frac{j\omega}{j\omega + \omega_0}$$

A partir de ahora se inyecta al circuito la entrada $v_i(t) = E.\cos(\omega_0 t)$ y se considera el circuito completo.

c) Reconocer la configuración del amplificador operacional 4.

El operacional está realimentado por su pata +, por lo que va a estar trabajando como comparador. Configura un *Schmitt trigger*, ya que el valor de la pata + está definido por el nivel de saturación de la salida, en tanto la pata - es la entrada (V_{o2} en este caso).

d) Hallar el valor umbral de E a partir del cual es posible generar en $v_o(t)$ una onda cuadrada.

Cuando inyectamos una sinusoidal en la etapa anterior, la salida en régimen va a ser una sinusoidal de la misma frecuencia, pero su ampllitud y fase respecto de la entrada va a depender de la frecuencia de trabajo (ω_0 en este caso). Hallemos efectivamente la entrada al comparador:

$$v_{o2}(t) = |H(j\omega_0)|.E.\cos\left(\omega_0 t + arg\, H(j\omega_0)\right)$$

Para ver qué pasa con el comparador, lo importante es hallar la amplitud de la sinusoide de entrada, es decir,

$$|H(j\omega_0)|.E = \left|-\frac{1}{4}.\frac{j\omega_0}{j\omega_0 + \omega_0}\right|.E = \left|\frac{1}{4}.\frac{j}{j+1}\right|.E = \frac{E}{4\sqrt{2}}$$

Hallemos los umbrales del Schmitt trigger. El umbral superior corresponderá a la salida sasturada a $+V_{CC}$. Observemos en este caso que es razonable suponer el diodo ON (algo que tendremos que verificar!!!). Asumiendo el diodo ON, las dos resistencias de valor $2R$ quedan en paralelo, por lo que aplicando divisor de tensión,

$$e^+_{+V_{CC}} = +V_{CC}.\frac{R}{R + (2R\,||\,2R)} = \frac{+V_{CC}}{2}$$

La corriente por el diodo, medida desde la salida del operacional, será:

$$I_D = \frac{+V_{CC} - e^+}{2R} = +\frac{V_{CC}}{4R} > 0$$

por lo que verificamos el estado del diodo para cuando AO4 está saturado a $+V_{CC}$!!

El umbral inferior corresponderá a la salida saturada a $-V_{CC}$. Observemos en este caso que es razonable suponer el diodo OFF (algo que tendremos que verificar!!!). Asumiendo el diodo OFF, una de las dos resistencias de valor $2R$ queda abierta, por lo que, aplicando divisor de tensión,

$$e^+_{-V_{CC}} = -V_{CC}.\frac{R}{R + 2R} = -\frac{+V_{CC}}{3}$$

La tensión en bornes del diodo, medida desde la salida del operacional, será:

$$V_D = -V_{CC} - e^+ = -V_{CC} - \frac{-V_{CC}}{3} = -\frac{2}{3}.V_{CC} < 0$$

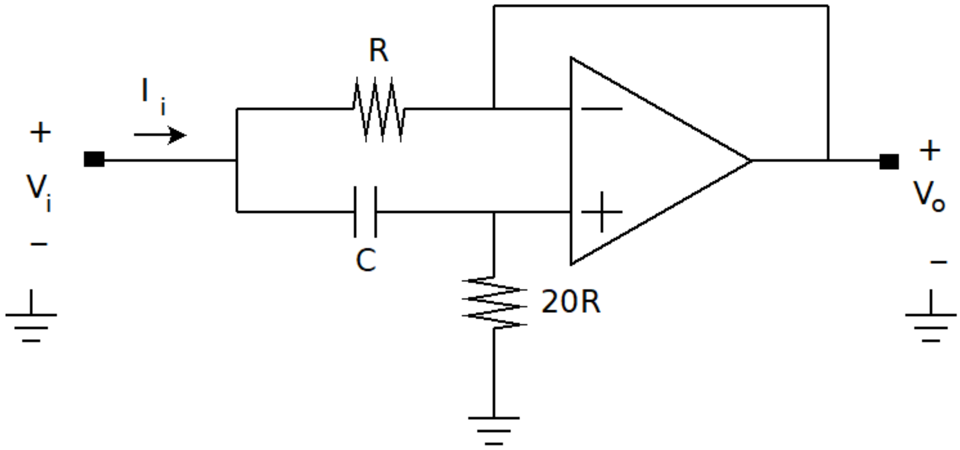
por lo que verificamos el estado del diodo para cuando AO4 está saturado a $-V_{CC}$!!

Finalmente, para que la sinusoide de entrada logre hacer conmutar periódicamente la salida del AO4, debe tener una amplitud tal que excite ambos umbrales. Se debe cumplir que *hacia arriba*, la sinusoide supere el umbral positivo $\frac{V_{CC}}{2}$, en tanto que *hacia abajo*, tiene que superar el umbral negativo $\frac{-V_{CC}}{3}$, de donde la amplitud de la sinusoide deber verificar la desigualdad:

$$\frac{E}{4\sqrt{2}} \geq \frac{V_{CC}}{2} \Rightarrow E \geq 2\sqrt{2}.V_{CC}$$

Problema 3

Se considera el circuito de la figura, con el operacional ideal, funcionando en zona lineal.



a) Hallar la transferencia en régimen $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$. Simplificar la expresión definiendo $\omega_0 = \frac{1}{20RC}$.

Planteamos el divisor de tensión en la pata + (usamos que no entra corriente al operacional, por la resistencia de entrda infinita). Luego imponemos el cortocircuito virtual (por la ganancia infinita) . Trabajamos en régimen, usando fasores.

$$e^+ = \frac{20R}{\frac{1}{Cj\omega} + 20R}.V_i = \frac{20RCj\omega}{1 + 20RCj\omega}.V_i$$

$$e^+ = e^- = V_o$$

Entonces

$$V_o = \frac{20RCj\omega}{1 + 20RCj\omega}.V_i \Rightarrow H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{20RCj\omega}{1 + 20RCj\omega} = \frac{j\omega}{j\omega + \frac{1}{20RC}} = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_0}$$

b) Mostrar que la impedancia vista desde la entrada del circuito $Z_{in}(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{I_i(j\omega)}$ vale

$$Z_{in}(j\omega) = 20R.\frac{(j\omega + \omega_0)}{(j\omega + 20\omega_0)}$$

Planteamos la impedancia vista:

$$Z_{in}(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{I_i(j\omega)}$$

Observemos que

$$I_i = \frac{V_i - e^-}{R} + \frac{V_i - e^+}{\frac{1}{Cj\omega}} = \frac{V_i - e^-}{R} + \frac{e^+}{20R}$$

donde por comodidad hemos dejado de escribir la dependencia con ω. Usando la transferencia hallada antes, tenemos que

$$I_i = \frac{V_i - H.V_i}{R} + \frac{H.V_i}{20R} = V_i.\left[\frac{1-H}{R} + \frac{H}{20R}\right] = V_i.\left[\frac{20(1-H)+H}{20R}\right] = V_i.\left[\frac{20 - 19.H}{20R}\right]$$

De donde

$$Z_{in}(j\omega) = \frac{V_i}{V_i.\left[\frac{20-19.H}{20R}\right]} = \frac{20R}{20 - 19.H} = \frac{20R}{20 - \frac{19j\omega}{j\omega+\omega_0}} = \frac{20R.(j\omega + \omega_0)}{20j\omega + 20\omega_0 - 19j\omega} = \frac{20R.(j\omega + \omega_0)}{j\omega + 20\omega_0}$$

c) Indicar si la impedancia Z_{in} es capacitiva o inductiva. (Sugerenca: tener presente que el arcotangente es una función monótona creciente.)

Se tiene que

$$arg(Z_{in}) = arg(numerador) - arg(denominador) = atan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - atan\left(\frac{\omega}{20\omega_0}\right) > 0$$

La expresión es positiva por la monotonía creciente del arcotangente.

Esto implica que la reactancia, la parte imaginaria de la impedancia, es positiva, la impedancia es inductiva. A pesar de que el circuito solamente tiene resistencias y condensadores, es gracias al operacional que se logra este efecto de que la impedancia vista desde la entrada *se vea inductiva*. Z_{in} puede pensarse, en un cierto *ancho de banda*, como algo de la forma $Z_{in} = R_{in} + L_{in}j\omega$. Este circuito, denominado originalmente *girador*, fue introducido por el Ing. Tellegen a mediados del siglo XX y permitió *incorporar* inductancias en circuitos sin necesidad de colocar efectivamente bobinas.

A partir de ahora se trabajará en régimen sinusoidal, con una fuente de entrada $v_i(t)$ de valor eficaz de $10V$ y pulsación $20\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

d) Hallar las potencias activa, reactiva y aparente consumidas a la fuente de entrada.

Tenemos que $S = P + jQ = V_i\overline{I_i}$. Calculamos P y Q:

$$P = re(V_i.\overline{I_i}) = \left(V_i.\overline{\left(\frac{V_i}{Z_{in}}\right)}\right) = |V_i|^2.re\left(\frac{1}{\overline{Z_{in}}}\right) = \frac{|V_i|^2}{|Z_{in}|^2}.re\left(Z_{in}\right)$$

y

$$Q = im(V_i.\overline{I_i}) = \frac{|V_i|^2}{|Z_{in}|^2}.im\left(Z_{in}\right)$$

A la frecuencia de trabajo

$$Z_{in}(j20\omega_0) = 20R.\frac{(j20\omega_0 + \omega_0)}{(j20\omega_0 + 20\omega_0)} = 20R.\frac{(j20+1)}{(j20+20)} = \frac{(20j+1)}{j+1}.R$$

De donde:

$$Z_{in}(j\omega_0) = \frac{(20j+1).(-j+1)}{2}.R = \frac{21+19j}{2}.R$$

Entonces

$$P = \frac{|V_i|^2}{\frac{401}{2}.R^2}.\left(\frac{21}{2}.R\right) = \frac{21.|V_i|^2}{401.R} \quad , \quad Q = \frac{19.|V_i|^2}{401.R}$$

Notemos que efectivamente la Q es positiva, ya que la carga es inductiva.

e) Se desea compensar la potencia reactiva. Indicar qué elemento colocaría, de qué valor, y el respectivo esquema de conexión.

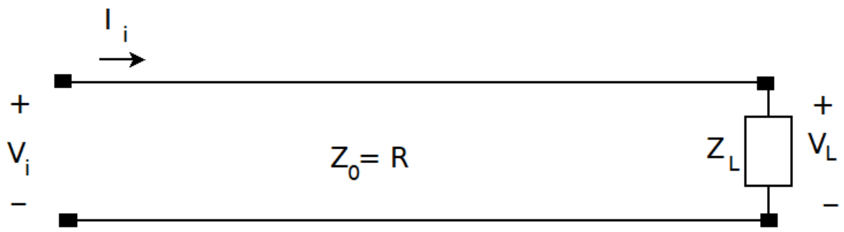
Para compensar la reactiva, colocamos en paralelo con la carga un condensador que entregue exactamente la misma reactiva consumida. El valor del condensador a colocar, C_C, lo calculamos igualando la potencia entregada con la consumida. Como la tensión en bornes de C_C es V_i, tenemos que

$$Q = -Q_C = -\left(-|V_i|^2.C_C\omega_0\right) \Rightarrow C_C = \frac{Q}{|V_1|^2.\omega_0}$$

Problema 4

Se considera el circuito de la figura, en el que una línea de transmisión conecta una fuente sinuoidal a una impedancia de carga Z_L. Se sabe que:

- $Z_L = Z_0$;
- Z_0 es real
- la fuente tiene amplitud E.



Para cada una de las siguientes afirmaciones, indicar si son verdaderas o falsas. **Justificar cada respuesta!!!**.

a) La carga está adaptada a la línea.

   Verdadero. Como se tiene la identidad $Z_L = Z_0$, la carga efectivamente está adaptada a la línea. A los efectos prácticos, visto desde la fuente V_i, es como si la línea fuera infinita.

b) La línea es sin pérdidas.

   Verdadero. Como la impedancia característica Z_0 es real, es nulo el factor de atenuación que afecta las ondas viajeras.

c) Habrá onda reflejada desde la carga hacia la fuente.

   Falso. Al estar la carga adaptada a la línea, la línea es como si fuera infinita y no va a haber onda reflejada.

d) La amplitud de la tensión en la carga es menor que la amplitud de la tensión en la fuente.

   Falso. Al ser una línea sin pérdidas, en cada punto de la línea vamos a ver una tensión sinusoidal que tiene la misma amplitud que la tensión de entrada V_i.