Problema 1

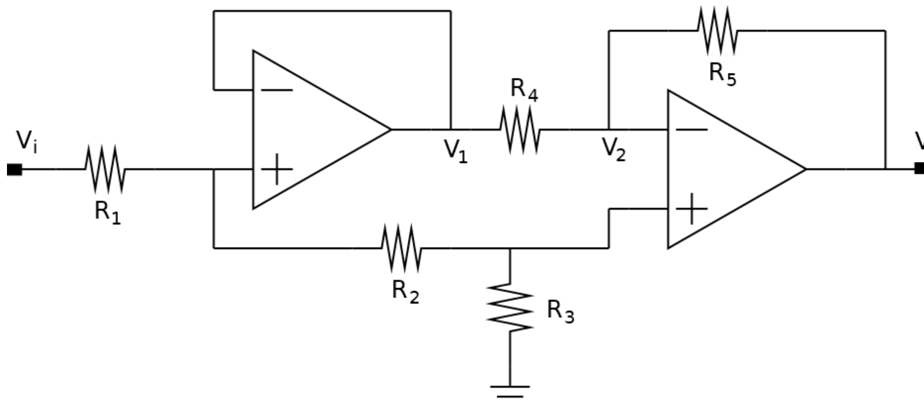


Figura 1: Circuito con amplificadores operacionales

Se considera el circuito de la figura 1. Los amplificadores operacionales son ideales y funcionan en zona lineal. Las tensiones están medidas respecto de tierra.

(a) Aplicando divisor de tensión, hallar las tensiones V_1 y V_2 en función de la entrada V_i.

(b) Hallar la salida V_o en función de V_i.

(c) Sabiendo que $R_1 = R_2 = R_3 = R$, hallar la relación que se debe tener entre R_4 y R_5 para que la salida V_o sea nula para cualquier entrada V_i.

Problema 2

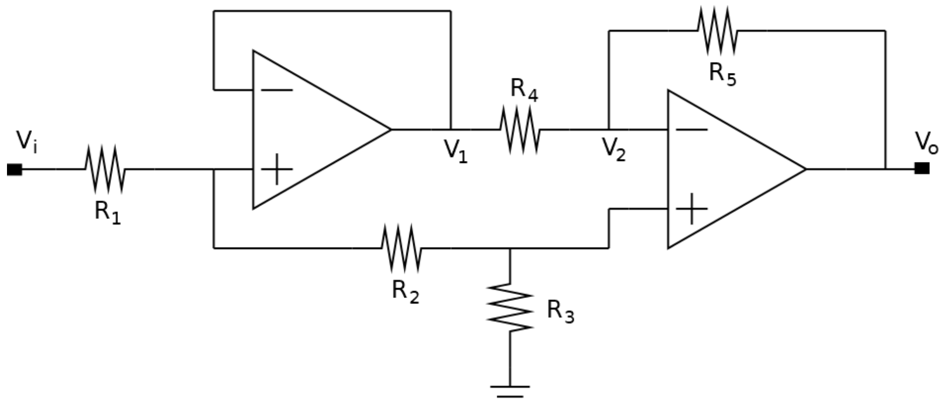


Figura 2: Circuito con amplificadores operacionales

Se considera el circuito de la figura 2. Los amplificadores operacionales son ideales y funcionan en zona lineal. Las tensiones están medidas respecto de tierra.

(a) Aplicando divisor de tensión, hallar las tensiones V_1 y V_2 en función de la entrada V_i.

(b) Hallar la salida V_o en función de V_i.

(c) Sabiendo que $R_1 = R_2 = R$, $R_3 = 2R$, hallar la relación que se debe tener entre R_4 y R_5 para que la salida V_o sea nula para cualquier entrada V_i.

Problema 3

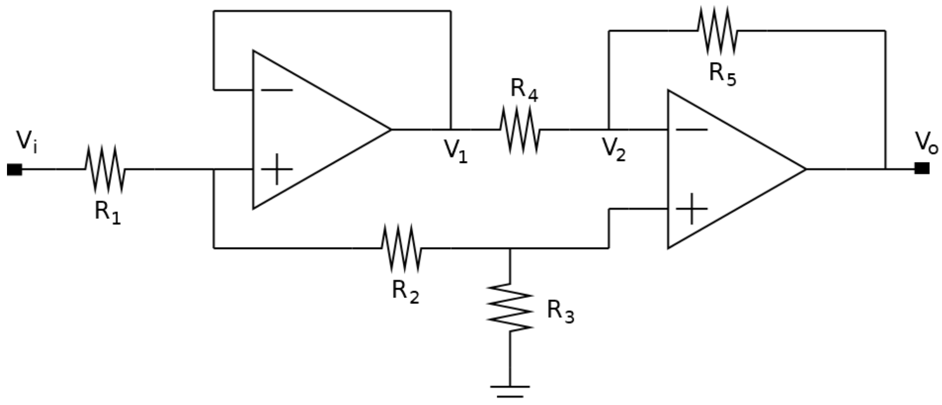


Figura 3: Circuito con amplificadores operacionales

Se considera el circuito de la figura 3. Los amplificadores operacionales son ideales y funcionan en zona lineal. Las tensiones están medidas respecto de tierra.

(a) Aplicando divisor de tensión, hallar las tensiones V_1 y V_2 en función de la entrada V_i.

(b) Hallar la salida V_o en función de V_i.

(c) Sabiendo que $R_1 = R_3 = R$, $R_2 = 2R$, hallar la relación que se debe tener entre R_4 y R_5 para que la salida V_o sea nula para cualquier entrada V_i.

Problema 4

(a) En un cuadripolo genérico funcionando en régimen sinusoidal, del cual se conocen los parámeotros (A, B, C, D). Se carga el lado 2 con una impedancia Z_L.

i) Calcular la impedancia vista desde el lado 1 cuando el lado 2 se carga con una impedancia Z_L.

ii) Hallar la transferencia en régimen $\frac{V_2}{V_1}$.

(b) Se considera el cuadripolo de la figura 4 cuyos parámetros (A, B, C, D) valen:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \frac{Z_4}{Z_2(Z_3 + Z_4)} \times \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_5(Z_1 + Z_2) \\ & \\ 1 & Z_5 \end{bmatrix}$$

Hallar la impedancia vista desde el lado 1 cuando se carga la el lado 2 con una resistencia de valor R.

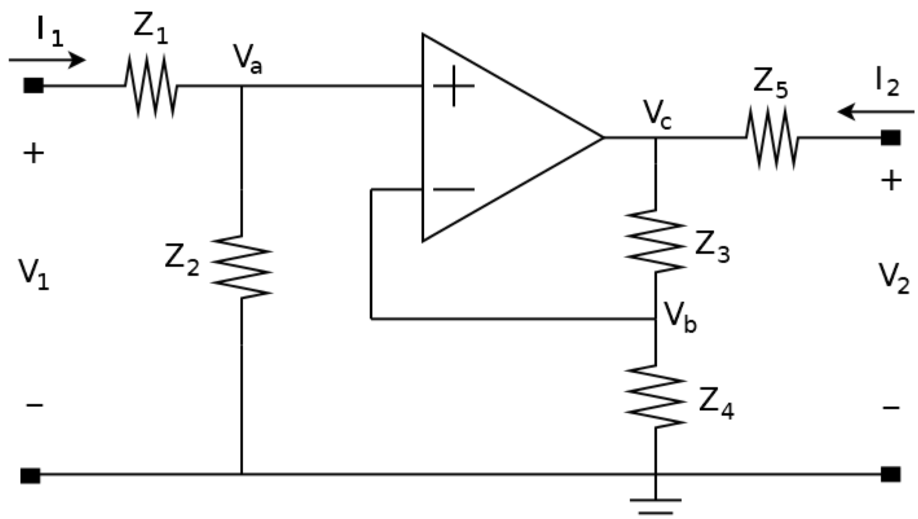


Figura 4: Cuadripolo

Problema 5

(a) Esta primera parte es general. Se considera una línea de transmisión sin pérdidas, de impedancia característica Z_{linea}, terminada con una impedancia Z_{carga}. La siguiente expresión representa la impedancia vista a una distancia d de la carga:

$$Z(d) = Z_{linea}.\frac{Z_{carga} + jZ_{linea}.\tan\beta d}{Z_{linea} + jZ_{carga}.\tan\beta d}$$

Hallar la expresión de la impedancia vista a la entrada de un transformador de 1/4 longitud de onda, de impedancia característica Z_{transf} cuando se lo termina con una impedancia Z_{carga}.

(b) Esta parte refiere a la figura 5. Se conecta una impedancia Z_L a una línea de transmisión de impedancia característica Z_0 a través de un transformador de cuarta longitud de onda, de impedancia característica Z_1. ¿Cuál es el valor de la impedancia de carga Z_L si se sabe que al realizar la conexión de la figura, no hay onda reflejada hacia la fuente?

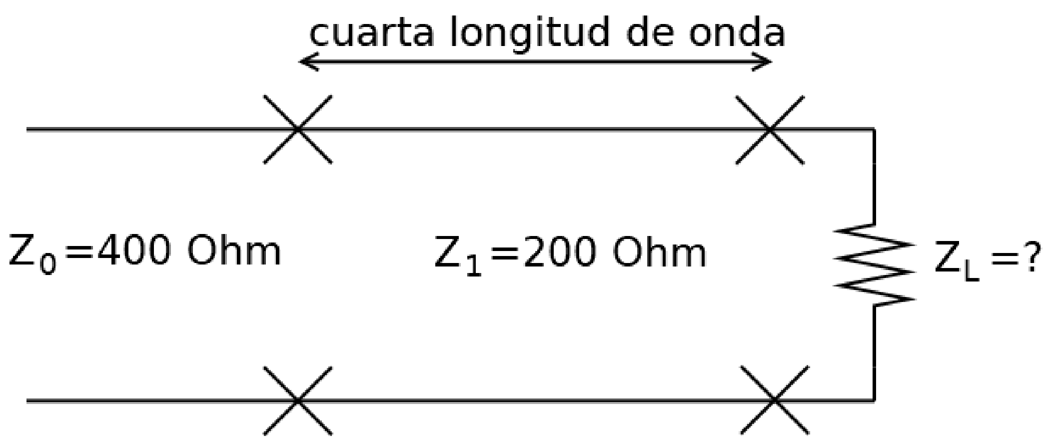


Figura 5: Circuito con línea de transmisión

Problema 6

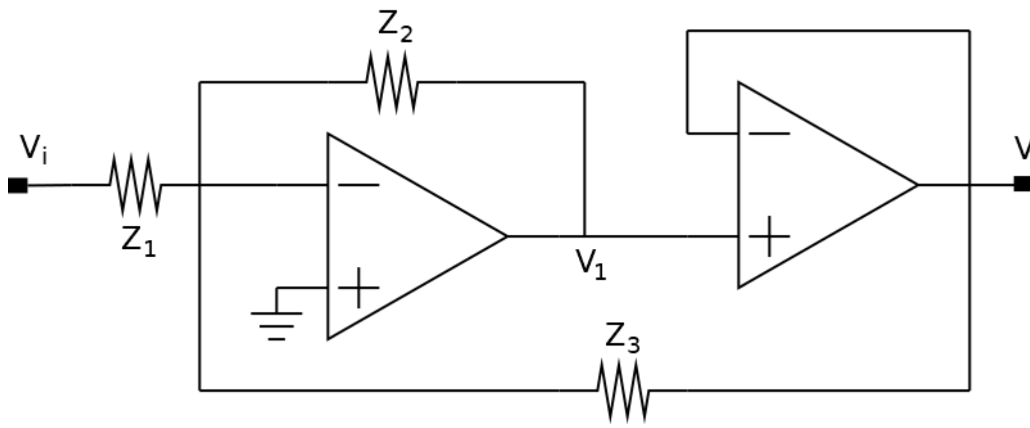


Figura 6: Circuito realimentado

Se considera el circuito de la figura 6 funcionando en régimen sinusoidal.

(a) Hallar la transferencia en régimen $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$.

(b) Para $Z_1 = Z_2 = R$ y $Z_3 = Lj\omega$ y $\omega_0 = \frac{R}{L}$, hallar la expresión exacta de la respuesta en régimen $v_o(t)$ para la entrada

$$v_i(t) = A\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{8}\right)$$

Problema 7

El circuito de la figura 7 se alimenta con una fuente sinusoidal $v_i(t) = E\cos(\omega_o t)$. Se cumple que

$$E = 100V \quad , \quad R = 5\Omega \quad , \quad L = 866mHy \quad , \quad C = 5000\mu F$$

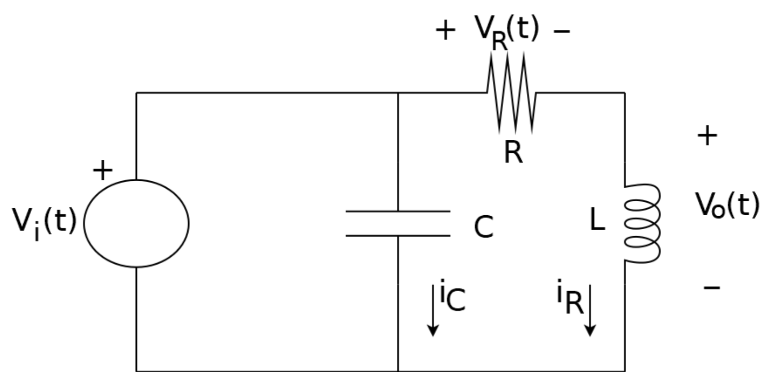


Figura 7: Circuito RLC.

(a) Indicar para qué valor positivo de frecuencia ω_0, el **valor eficaz** de la tensión v_R (en bornes de la resistencia R) vale 10 V. Ésta será la frecuencia de trabajo en adelante.

(b) Calcular los fasores asociados a las corrientes i_R e i_C y a las tensiones v_R y v_L e incluirlos en un diagrama fasorial.

(c) Calcular la potencia activa y reactiva entregadas por la fuente.

Problema 8

Se considera un sistema lineal de transferencia en régimen

$$H(j\omega) = -\frac{(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)}$$

(a) Deducir los diagramas de Bode asintóticos de $H(j\omega)$, explicando su construcción.

(b) Bosquejar los diagramas reales.

(c) Hallar la distancia exacta, en decibeles, entre el diagrama de Bode de módulo real y el asintótico, para la frecuencia de trabajo $\omega = \omega_0$.

Problema 9

Se considera la siguiente transferencia en régimen sinusoidal

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n.(j\omega)}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

siendo $0 < \zeta < 1$ y $\omega_n > 0$.

(a) Deducir los diagramas de Bode asintóticos de módulo y fase de $H(j\omega)$, explicando su construcción.

(b) A los diagramas anteriores, incorporarle el valor exacto de la transferencia en la frecuencia de trabajo ω_n, explicando claramente el rol del parámetro ζ. Bosquejar los diagramas reales

(c) Hallar $\zeta \geq 0$ tal que $|H(j\omega_n)| = -2dB$.

Problema 10

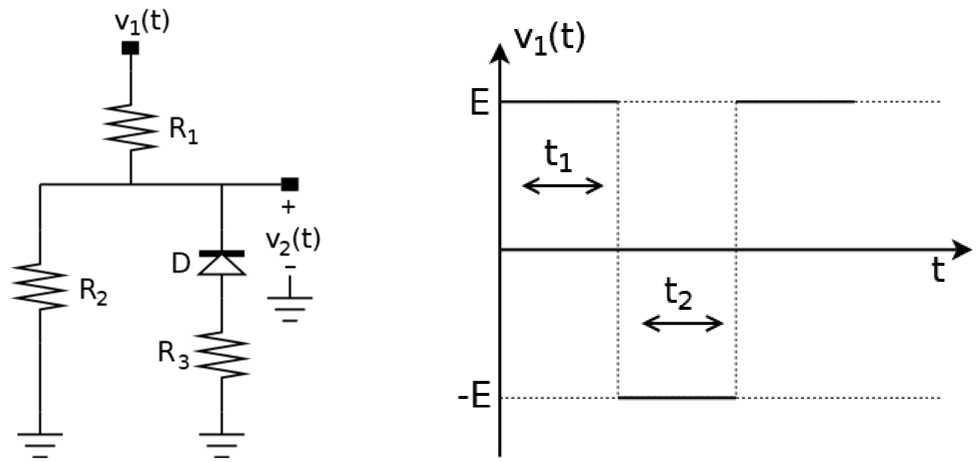


Figura 8: Circuito y señal de entrada.

(a) En la figura 8, al circuito de la izquierda se le aplica la tensión $v_1(t)$ de la derecha. Hallar y graficar la tensión de salida $v_2(t)$ hasta $t = t_1 + t_2$.

(b) Con base en la parte anterior, se pide analizar el circuito de la figura 9, basado en un comparador y hallar la tensión de salida del operacional ($v_o(t)$) hasta llegar a régimen, sabiendo que el condensador arranca inicialmente descargado.

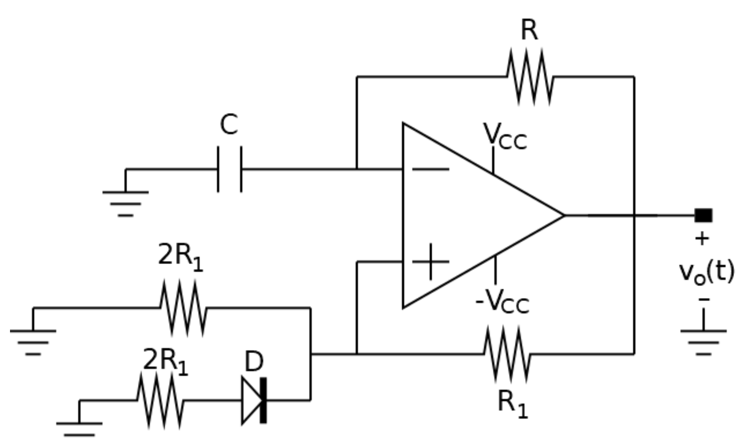


Figura 9: Circuito astable.

Problema 11

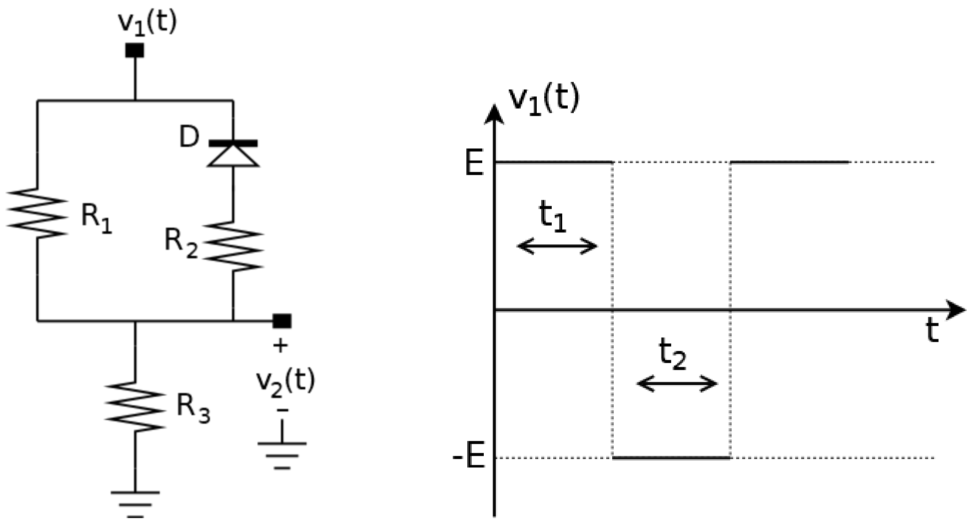


Figura 10: Circuito y señal de entrada.

(a) En la figura 10, al circuito de la izquierda se le aplica la tensión $v_1(t)$ de la derecha. Hallar y graficar la tensión de salida $v_2(t)$ hasta $t = t_1 + t_2$.

(b) Con base en la parte anterior, se pide analizar el circuito de la figura 11, basado en un comparador y hallar la tensión de salida del operacional ($v_o(t)$), sabiendo que el condensador arranca inicialmente descargado.

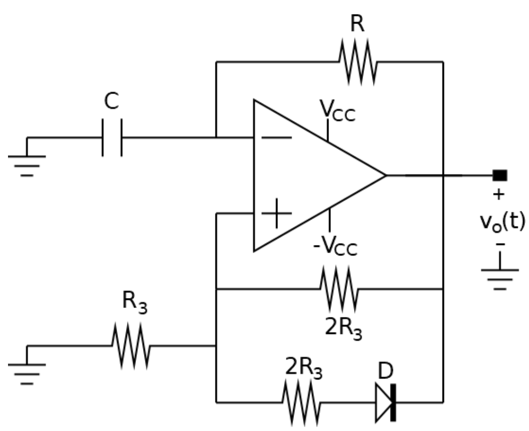
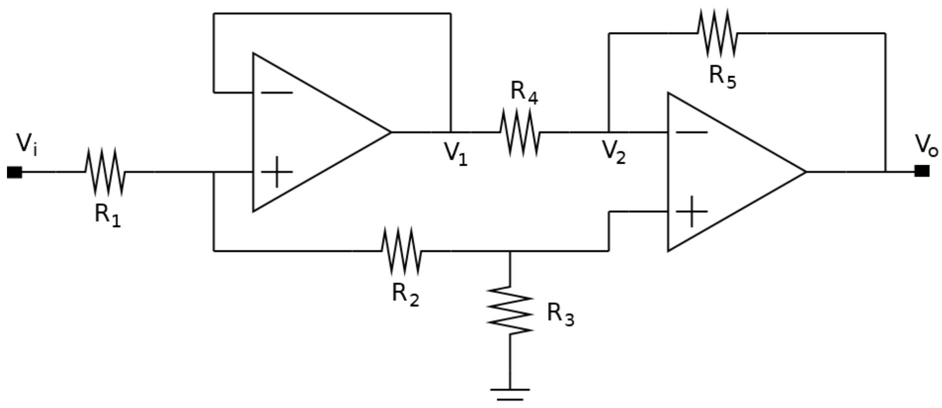


Figura 11: Circuito astable.

SOLUCIONES

Problema 1



Se considera el circuito de la figura. Los amplificadores operacionales son ideales y funcionan en zona lineal. Las tensiones están medidas respecto de tierra.

(a) Aplicando divisor de tensión, hallar las tensiones V_1 y V_2 en función de la entrada V_i.

En ambos opamps, se cumple el cortocircuito virtual de las patas + y -, debido a la ganancia infinita. Pro la configuraación, se tiene que en el opamp de la izquierda, al pata + vale V_1. Toda la corriente que viene desde la fuente V_i se va por la serie de las resistencias R_1, R_2 y R_3, ya que **no entra corriente a los opamps**. Entonces, aplicando el divisor de tensión,

$$V_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i \qquad , \qquad V_2 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i$$

(b) Hallar la salida V_o en función de V_i.

En el opamp de la derecha, se tiene que

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4} = \frac{V_2 - V_o}{R_5} \Rightarrow V_o = -\frac{R_5}{R_4}.(V_1 - V_2) + V_2$$

Operando

$$V_o = -\frac{R_5}{R_4}.\left[\frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i - \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i\right] + \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i$$

$$V_o = -\frac{R_5}{R_4}.\left[\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}.V_i - \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i\right] + \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i$$

$$V_o = \frac{V_i}{R_1+R_2+R_3}.\left[R_3 - \frac{R_2R_5}{R_4}\right] = \left[\frac{R_3R_4 - R_2R_5}{R_4(R_1+R_2+R_3)}\right].V_i$$

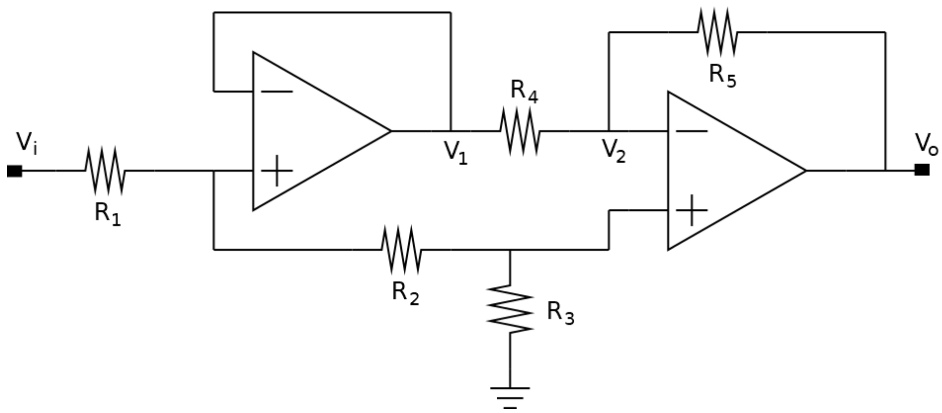
(c) Sabiendo que $R_1 = R_2 = R_3 = R$, hallar la relación que se debe tener entre R_4 y R_5 para que la salida V_o sea nula para cualquier entrada V_i.

Simplifiquemos la expresión anterior:

$$V_o = \left[\frac{RR_4 - RR_5}{R_4(R+R+R)}\right].V_i = \left[\frac{R_4 - R_5}{3R_4}\right].V_i$$

Para tener V_o nula para cualquier V_i hay que imponer $R_4 = R_5$.

Problema 2



Se considera el circuito de la figura. Los amplificadores operacionales son ideales y funcionan en zona lineal. Las tensiones están medidas respecto de tierra.

(a) Aplicando divisor de tensión, hallar las tensiones V_1 y V_2 en función de la entrada V_i.

En ambos opamps, se cumple el cortocircuito virtual de las patas + y -, debido a la ganancia infinita. Pro la configuraación, se tiene que en el opamp de la izquierda, al pata + vale V_1. Toda la corriente que viene desde la fuente V_i se va por la serie de las resistencias R_1, R_2 y R_3, ya que **no entra corriente a los opamps**. Entonces, aplicando el divisor de tensión,

$$V_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i \qquad , \qquad V_2 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i$$

(b) Hallar la salida V_o en función de V_i.

En el opamp de la derecha, se tiene que

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4} = \frac{V_2 - V_o}{R_5} \Rightarrow V_o = -\frac{R_5}{R_4}.(V_1 - V_2) + V_2$$

Operando

$$V_o = -\frac{R_5}{R_4}.\left[\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i - \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i\right] + \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i$$

$$V_o = -\frac{R_5}{R_4}.\left[\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}.V_i - \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i\right] + \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i$$

$$V_o = \frac{V_i}{R_1+R_2+R_3}.\left[R_3 - \frac{R_2R_5}{R_4}\right] = \left[\frac{R_3R_4 - R_2R_5}{R_4(R_1+R_2+R_3)}\right].V_i$$

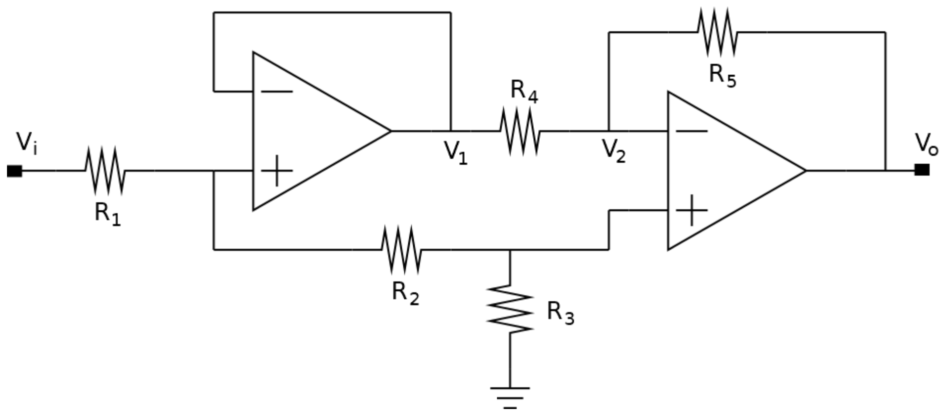
(c) Sabiendo que $R_1 = R_2 = R$, $R_3 = 2R$, hallar la relación que se debe tener entre R_4 y R_5 para que la salida V_o sea nula para cualquier entrada V_i.

Simplifiquemos la expresión anterior:

$$V_o = \left[\frac{R_3R_4 - R_2R_5}{R_4(R_1+R_2+R_3)}\right].V_i = \left[\frac{2RR_4 - RR_5}{R_4(R+R+2R)}\right].V_i = \left[\frac{2R_4 - R_5}{4R_4}\right].V_i$$

Para tener V_o nula para cualquier V_i hay que imponer $2R_4 = R_5$.

Problema 3



Se considera el circuito de la figura. Los amplificadores operacionales son ideales y funcionan en zona lineal. Las tensiones están medidas respecto de tierra.

(a) Aplicando divisor de tensión, hallar las tensiones V_1 y V_2 en función de la entrada V_i.

En ambos opamps, se cumple el cortocircuito virtual de las patas + y -, debido a la ganancia infinita. Pro la configuraación, se tiene que en el opamp de la izquierda, al pata + vale V_1. Toda la corriente que viene desde la fuente V_i se va por la serie de las resistencias R_1, R_2 y R_3, ya que **no entra corriente a los opamps**. Entonces, aplicando el divisor de tensión,

$$V_1 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i \qquad , \qquad V_2 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i$$

(b) Hallar la salida V_o en función de V_i.

En el opamp de la derecha, se tiene que

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4} = \frac{V_2 - V_o}{R_5} \Rightarrow V_o = -\frac{R_5}{R_4}.(V_1 - V_2) + V_2$$

Operando

$$V_o = -\frac{R_5}{R_4}.\left[\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i - \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i\right] + \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.V_i$$

$$V_o = -\frac{R_5}{R_4}.\left[\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}.V_i - \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i\right] + \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}.V_i$$

$$V_o = \frac{V_i}{R_1+R_2+R_3}.\left[R_3 - \frac{R_2R_5}{R_4}\right] = \left[\frac{R_3R_4 - R_2R_5}{R_4(R_1+R_2+R_3)}\right].V_i$$

(c) Sabiendo que $R_1 = R_3 = R$, $R_2 = 2R$, hallar la relación que se debe tener entre R_4 y R_5 para que la salida V_o sea nula para cualquier entrada V_i.

Simplifiquemos la expresión anterior:

$$V_o = \left[\frac{R_3R_4 - R_2R_5}{R_4(R_1+R_2+R_3)}\right].V_i = \left[\frac{RR_4 - 2RR_5}{R_4(R+2R+R)}\right].V_i = \left[\frac{R_4 - 2R_5}{4R_4}\right].V_i$$

Para tener V_o nula para cualquier V_i hay que imponer $R_4 = 2R_5$.

Problema 4

(a) En un cuadripolo genérico funcionando en régimen sinusoidal, del cual se conocen los parámeotros (A, B, C, D). Se carga el lado 2 con una impedancia Z_L.

i) Calcular la impedancia vista desde el lado 1 cuando el lado 2 se carga con una impedancia Z_L.

Sea Z_{V_1} la impedancia vista del lado 1. Sabemos que

$$Z_{V_1} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{AV_2 - BI_2}{CV_2 - DI_2} = \frac{A.\frac{V_2}{-I_2} + B}{C.\frac{V_2}{-I_2} + D}$$

Sabiendo que $\frac{V_2}{-I_2} = Z_L$ (el signo de - se debe a que la corriente I_2 es entrante al cuadripolo), resulta la expresión:

$$Z_{V_1} = \frac{A.Z_L + B}{C.Z_L + D}$$

ii) Hallar la transferencia en régimen $\frac{V_2}{V_1}$.

Partimos de la identidad

$$V_1 = A.V_2 - B.I_2 = A.V_2 + B.\frac{V_2}{Z_L} = \left[\frac{AZ_L + B}{Z_L}\right].V_2$$

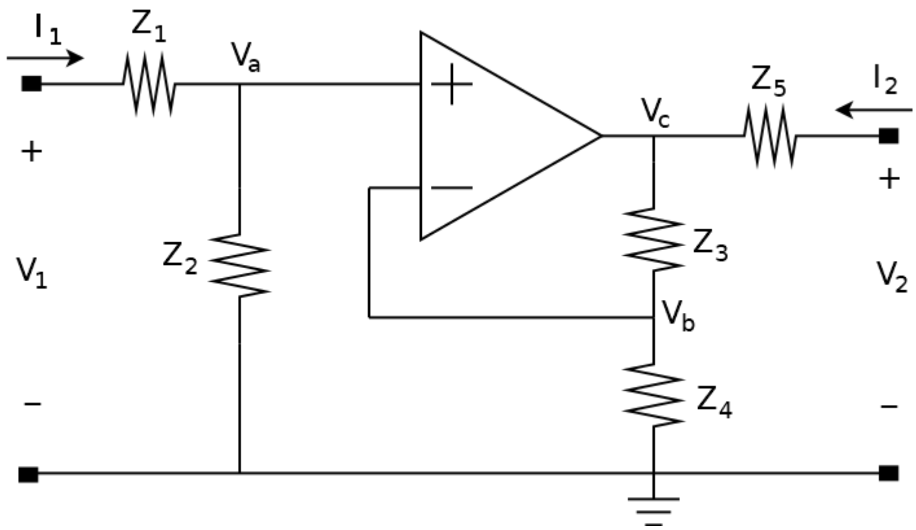
de donde la transferencia pedida vale

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_L}{AZ_L + B}$$

(b) Se considera el cuadripolo de la figura cuyos parámetros (A, B, C, D) valen:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \frac{Z_4}{Z_2(Z_3 + Z_4)} \times \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_5(Z_1 + Z_2) \\ 1 & Z_5 \end{bmatrix}$$

Hallar la impedancia vista desde el lado 1 cuando se carga la el lado 2 con una resistencia de valor R.



De la parte anterior, tenemos que

$$Z_{V_1} = \frac{A.R + B}{C.R + D} = \frac{(Z_1 + Z_2).R + Z_5(Z_1 + Z_2)}{R + Z_5} = Z_1 + Z_2$$

La impedancia vista desde el lado 1 no depende de R. Observando el circuito, vemos que el operacional *aísla* la etapa de entrada (formada por las impedancias Z_1 y Z_2) del resto del circuito.

Problema 5

(a) Esta primera parte es general. Se considera una línea de transmisión sin pérdidas, de impedancia característica Z_{linea}, terminada con una impedancia Z_{carga}. La siguiente expresión representa la impedancia vista a una distancia d de la carga:

$$Z(d) = Z_{linea}.\frac{Z_{carga} + jZ_{linea}.\tan\beta d}{Z_{linea} + jZ_{carga}.\tan\beta d}$$

Hallar la expresión de la impedancia vista a la entrada de un transformador de 1/4 longitud de onda, de impedancia característica Z_{transf} cuando se lo termina con una impedancia Z_{carga}.

Para el caso de un transformador de cuarta longitud de onda, de impedancia característica Z_{transf}, terminado con Z_L, la expresión anterior resulta ser

$$Z(l) = Z_{transf}.\frac{Z_L + jZ_{transf}.\tan\beta l}{Z_{transf} + jZ_L.\tan\beta l}$$

con l de la forma $(2n+1)\lambda/4$. Entonces

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda}.(2n+1)\frac{\lambda}{4} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\beta l = +\infty$$

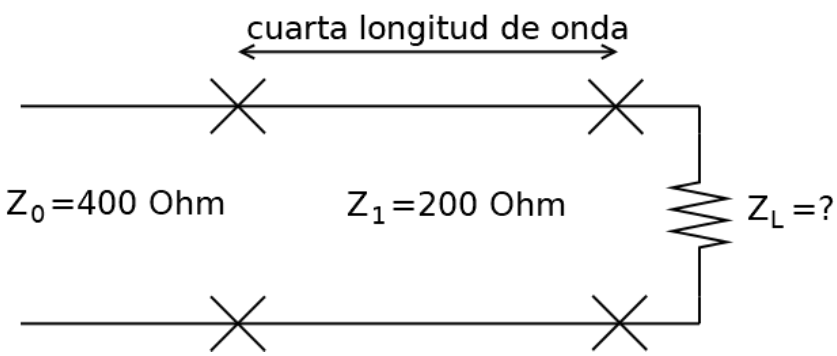
Entonces, la impedancia vista a la entrada del transformador es

$$Z(l) = \frac{Z_{transf}^2}{Z_L}$$

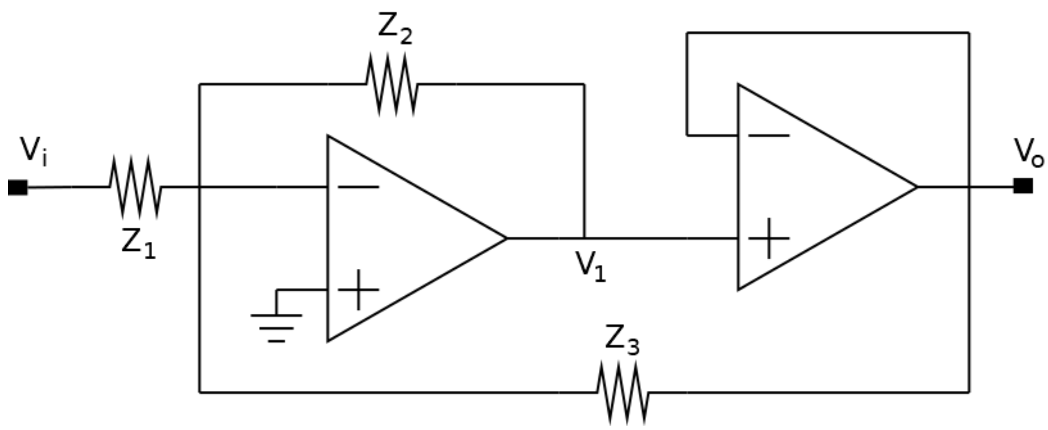
(b) Esta parte refiere a la figura. Se conecta una impedancia Z_L a una línea de transmisión de impedancia característica Z_0 a través de un transformador de cuarta longitud de onda, de impedancia característica Z_1. ¿Cuál es el valor de la impedancia de carga Z_L si se sabe que al realizar la conexión de la figura, no hay onda reflejada hacia la fuente?

Para lograr la adaptación, se debe cumplir que la impedancia vista a la entrada del transformador sea Z_0, así la línea queda bien terminada y no hay onda reflejada. De donde

$$Z_0 = \frac{Z_1^2}{Z_L} \Rightarrow Z_L = \frac{Z_1^2}{Z_0} = \frac{200^2}{400}\Omega \Rightarrow Z_L = 100\Omega$$



Problema 6



Se considera el circuito de la figura funcionando en régimen sinusoidal.

(a) Hallar la transferencia en régimen $H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}$.

Observemos en primer término que el operacional de la izquierda está en una configuración de sumador inversor, en tanto el otro conforma un seguidor. Imponiendo cortocircuito virtual de las patas + y - y usando que no entra corriente por las dichas patas, tenemos que

$$\frac{V_i}{Z_1} + \frac{V_o}{Z_3} = \frac{-V_1}{Z_2} \quad , \quad V_1 = V_o \Rightarrow \frac{V_i}{Z_1} + \frac{V_o}{Z_3} = \frac{-V_o}{Z_2}$$

$$\frac{V_i}{Z_1} = -V_o \left[\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right] = -V_o \left[\frac{Z_2 + Z_3}{Z_2 Z_3} \right]$$

Entonces

$$H = -\frac{Z_2 Z_3}{Z_1(Z_2 + Z_3)}$$

(b) Para $Z_1 = Z_2 = R$ y $Z_3 = Lj\omega$ y $\omega_0 = \frac{R}{L}$, hallar la expresión exacta de la respuesta en régimen $v_o(t)$ para la entrada

$$v_i(t) = A\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{8}\right)$$

$$H(j\omega) = -\frac{Z_2 Z_3}{Z_1(Z_2 + Z_3)} = -\frac{RLj\omega}{R(R + Lj\omega)} = -\frac{j\omega}{j\omega + \frac{R}{L}} = -\frac{j\omega}{j\omega + \omega_0}$$

Sabemos que la expresión exacta de la respuesta en régimen vale

$$v_{o,reg}(t) = A.|H(j\omega_0)|.\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{8} + arg\, H(j\omega_0)\right)$$

Calculando,

$$H(j\omega_0) = -\frac{j\omega_0}{j\omega_0 + \omega_0} = -\frac{j}{j+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle{-135^o} == \frac{1}{\sqrt{2}}\angle{-\frac{3\pi}{4}}$$

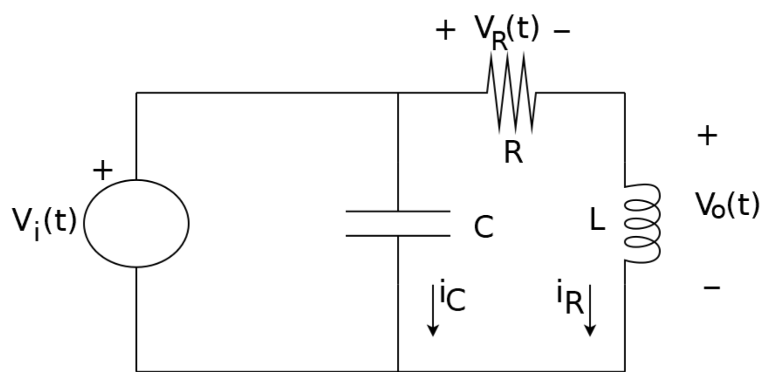
Entonces

$$v_{o,reg}(t) = \frac{A}{\sqrt{2}}.\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{8} - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{A}{\sqrt{2}}.\cos\left(\omega_0 t - \frac{5\pi}{8}\right)$$

Problema 7

El circuito de la figura se alimenta con una fuente sinusoidal $v_i(t) = E\cos(\omega_o t)$. Se cumple que

$$E = 100V \quad , \quad R = 5\Omega \quad , \quad L = 0,866Hy \quad , \quad C = 5000\mu F$$



(a) Indicar para qué valor positivo de frecuencia ω_0, el **valor eficaz** de la tensión v_R (en bornes de la resistencia R) vale 10 V. Ésta será la frecuencia de trabajo en adelante.

Trabajamos con fasores de valores eficaces. Denotemos por V_{Th} la tensión umbral dada. En fasores, por divisor de tensión,

$$V_R = \frac{R}{R + Lj\omega_0}.V_i$$

por lo que, en el tiempo, en régimen,

$$v_R(t) = \frac{E.R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega_0^2}}\cos(\omega_0 t - atan(L\omega_0/R))$$

Tomando el valor eficaz, se debe cumplir que

$$\frac{E.R}{\sqrt{2}\sqrt{R^2 + L^2\omega_0^2}} = V_{Th} \Rightarrow \frac{E^2R^2}{R^2 + L^2\omega_0^2} = 2V_{Th}^2 \Rightarrow E^2R^2 = 2V_{Th}^2(R^2 + L^2\omega_0^2)$$

$$R^2(E^2 - 2V_{Th}^2) = 2V_{Th}^2 L^2 \omega_0^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{R^2(E^2 - 2V_{Th}^2)}{2V_{Th}^2 L^2}$$

$$\omega_0 = \frac{R\sqrt{E^2 - 2V_{Th}^2}}{\sqrt{2}LV_{Th}} = \frac{5\sqrt{100^2 - 2 \times 10^2}}{\sqrt{2} \times 0,866 \times 10} rad/s \approx 40 rad/s$$

(b) Calcular los fasores asociados a las corrientes i_R e i_C y a las tensiones v_R y v_L e incluirlos en un diagrama fasorial.

Sabemos que

$$I_R = \frac{V_i}{R + Lj\omega_0}$$

Por otro lado,

$$I_C = V_i.Cj\omega_0$$

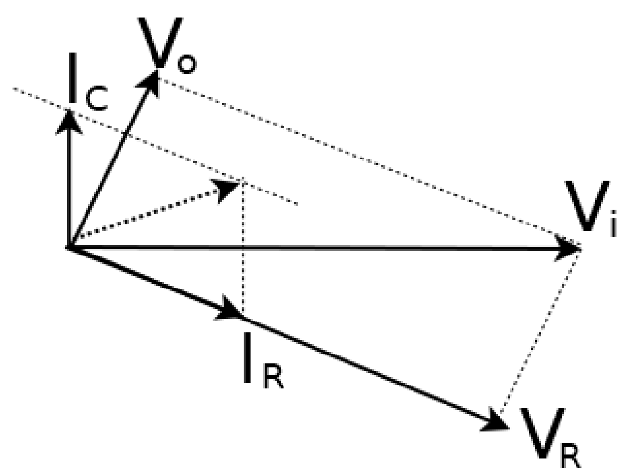
Además

$$V_R = \frac{R}{R + Lj\omega_0}.V_i$$

y

$$V_L = V_0 = \frac{Lj\omega_0}{R + Lj\omega_0}.V_i$$

El siguiente diagrama fasorial muestra la posición relativa de los fasores anteriores



(c) Calcular la potencia activa y reactiva entregadas por la fuente.

Trabajamos en valores eficaces. La potencia activa es la consumida por la resistencia, y vale

$$P = P_R = R|I_R|^2 = R.\left|\frac{V_i}{R + Lj\omega_0}\right|^2 = \frac{RE^2}{2(R^2 + L^2\omega_0^2)} \approx 20W$$

La potencia reactiva es la suma de la que consume la inductancia y la que entrega el condensador.

$$Q_L = L\omega_0.|I_R|^2 = \frac{L\omega_0 E^2}{2(R^2 + L^2\omega_0^2)} \approx 140VAR$$

$$Q_C = -C\omega_0.|V_i|^2 = -\frac{E^2}{2}C\omega_o VAR \approx -1010VAR$$

$$\Rightarrow Q = Q_L + Q_C \approx -870VAR \quad (capacitiva!!)$$

Problema 8

Se considera un sistema lineal de transferencia en régimen

$$H(j\omega) = -\frac{(j\omega)}{(j\omega + \omega_0)}$$

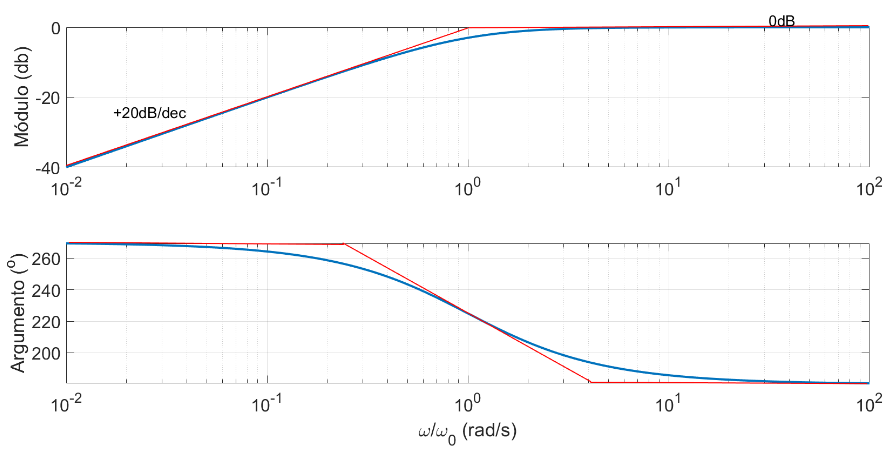
(a) Deducir, explicando, los diagramas de Bode asintóticos de $H(j\omega)$.

Para obtener los diagramas de Bode asintóticos, hacemos un análisis por banda. Identificamos las frecuencias críticas. En el denominador, tenemos una raíz en $-\omega_0$. Entonces

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow H(j\omega) \approx -\frac{(j\omega)}{(\omega_0)} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} & \approx & 20.log(\omega) - 20.log(\omega_0) \\ arg(H(j\omega)) & \approx & -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\omega_0 \ll \omega \Rightarrow H(j\omega) \approx -\frac{j\omega}{j\omega} = -1 \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} & \approx & 0dB \\ arg(H(j\omega)) & \approx & -\pi(ó\ +\pi) \end{cases}$$

Al tener del denominador un término de primer orden, solamente puede aportar $\pm\pi/2$. Entonces, para la asíntota de alta frecuencia elegimos $-\pi$. La figura siguiente resume lo anterior.



(b) Bosquejar los diagramas reales.

Se incluyen en la figura anterior.

(c) Hallar la distancia exacta, en decibeles, entre el diagrama de Bode de módulo real y el asintótico, para la frecuencia de trabajo $\omega = \omega_0$.

El valor real es

$$H_{re}(j\omega_0) = -\frac{(j\omega_0)}{(j\omega_0 + \omega_0)} = -\frac{j}{1+j} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle -\frac{3\pi}{4}$$

El valor aproximado del módulo es $|H_{as}(j\omega_0)| = 1$. Para hallar la distancia en dB, hacemos el logaritmo del cociente de los módulos:

$$dist_{dB} = 20.\log\left(\frac{|H_{re}(j\omega_0)|}{|H_{as}(j\omega_0)|}\right) = 20.\log\left(\frac{1/\sqrt{2}}{1}\right) = -20.log(\sqrt{2}) = -10.log(2) \approx -3dB$$

Problema 9

Se considera la siguiente transferencia en régimen sinusoidal

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n.(j\omega)}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

siendo $0 < \zeta < 1$ y $\omega_n > 0$.

(a) Deducir los diagramas de Bode asintóticos de módulo y fase de $H(j\omega)$, explicando su construcción.

Para obtener los diagramas de Bode asintóticos, hacemos un análisis por banda. Identificamos las frecuencias críticas. Como ζ es positivo y menor que 1, en el denominador tenemos dos raíces complejas conjugadas, de parte real negativa y módulo ω_n. Entonces

$$\omega \ll \omega_n \Rightarrow H(j\omega) \approx \frac{\omega_n.(j\omega)}{\omega_n^2} = \frac{j\omega}{\omega_n} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} & \approx & 20.log(\omega/\omega_n) \\ arg(H(j\omega)) & \approx & \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\omega_n \ll \omega \Rightarrow H(j\omega) \approx \frac{\omega_n.(j\omega)}{(j\omega)^2} = \frac{\omega_n}{j\omega} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)|_{dB} & \approx & 20.log(\omega_n/\omega) \\ arg(H(j\omega)) & \approx & -\frac{\pi}{2}(ó\ +\frac{3\pi}{2}) \end{cases}$$

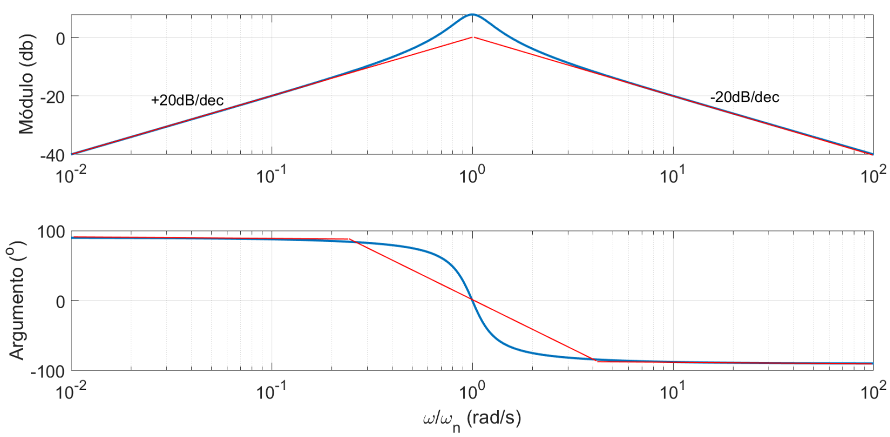
Para ajustar bien la asíntota de alta frecuencia (si es $-\frac{\pi}{2}$ ó $+\frac{3\pi}{2}$), evaluamos en una frecuencia intermedia. Por comodidad, elegimos ω_n:

$$H(j\omega_n) = \frac{\omega_n.(j\omega_n)}{(j\omega_n)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_n) + \omega_n^2} = \frac{j}{2j\zeta} = \frac{1}{2\zeta}$$

Entonces, al ser ζ positivo, la fase va desde la asíntota de baja frecuencia ($\frac{\pi}{2}$) y baja, pasando por 0, hacia $-\frac{\pi}{2}$. El valor del módulo en ω_n depende de ζ, divergiendo a $+\infty$ para $\zeta \to 0$. La figura siguiente resume lo anterior.

(b) A los diagramas anteriores, incorporarle el valor exacto de la transferencia en la frecuencia de trabajo ω_n, explicando claramente el rol del parámetro ζ. Bosquejar los diagramas reales.

Ya explicado antes.



(c) Hallar $\zeta \geq 0$ tal que $|H(j\omega_n)| = -2db$.

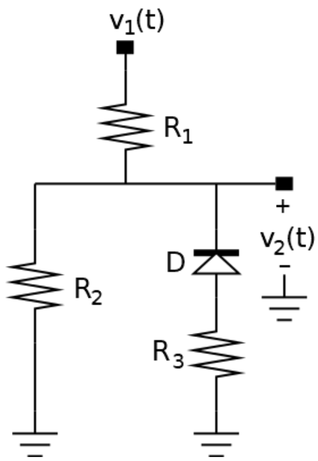
Queremos que

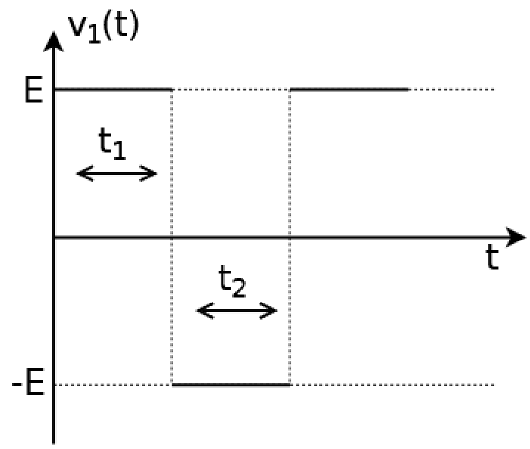
$$20.\log(|H(j\omega_n)|) = 20.\log(1/2\zeta) = -20.\log(2\zeta) = -2dB \Rightarrow \log(2\zeta) = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 2\zeta = 10^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \zeta = \frac{10^{0,1}}{2} \approx 0{,}63$$

Observar que este valor es consistente con que a la frecuencia ω_n, el diagrama de Bode no presente un sobretiro.

Problema 10





(a) En la figura de arriba, al circuito de la izquierda se le aplica la tensión $v_1(t)$ de la derecha. Hallar y graficar la tensión de salida $v_2(t)$ hasta $t = t_1 + t_2$.

La tensión v_2 se obtiene de v_1 aplicando un divisor de tensión. El estado del diodo influyen en el valor de las resistencias entre las que se divide la tensión. Cuando el diodo está OFF, el divisor es entre R_1 y R_2, mientras que si está ON, es entre R_2 y $R_2||R_3$. Cuando la tensión v_1 es *alta* ($v_1 = +E$) es natural suponer el diodo cortado y, por lo tanto,

$$v_2(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.v_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.E$$

Para verificar que el diodo está OFF, calculamos su tensión en bornes. El borne superior del diodo está a $v_2(t)$ respecto de tierra, en tanto el borne inferior está a tierra, ya que no circula corriente por R_3, por lo que la tensión que nos interesa vale

$$v_D(t) = 0 - v_2(t) = -\frac{R_2}{R_1 + R_2}.E < 0 \quad \text{(verifica)}$$

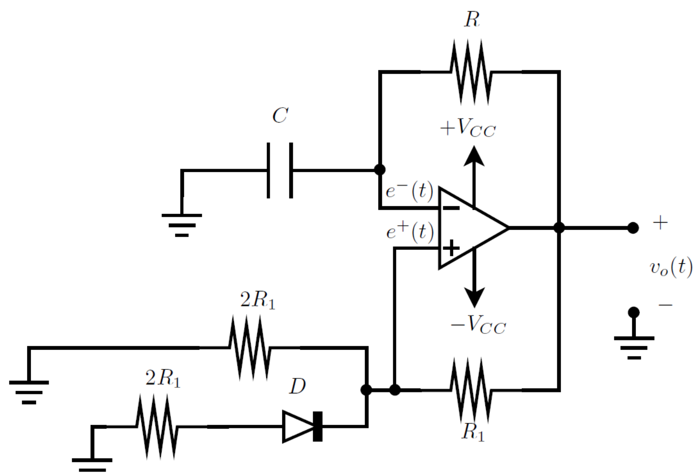
Cuando $v_1(t)$ es negativa, el diodo va a conducir. Tenemos que

$$v_2(t) = -\frac{R_2||R_3}{R_1 + (R_2||R_3)}.E$$

Verifiquemos la corriente por el diodo, medida de abajo hacia arriba:

$$i_D(t) = \frac{0 - v_2(t)}{R_3} = \frac{R_2||R_3}{R_1 + (R_2||R_3)}.\frac{E}{R_3} > 0 \quad \text{(verifica)}$$

(b) Con base en la parte anterior, se pide analizar el siguiente circuito basado en un comparador y hallar la tensión de salida del operacional ($v_o(t)$) hasta llegar a régimen, sabiendo que el condensador arranca inicialmente descargado.



El circuito es un astable. Observemos en primer lugar que la salida del comparador vale $\pm V_{CC}$, por lo que la rama que involucra la pata + es similar al circuito de la parte anterior, con $E = V_{CC}$ y $R_2 = R_3 = 2R_1$. Tendremos que si $v_o = +V_{CC}$, el diodo está OFF y

$$e^+(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.E = \frac{2R_1}{3R_1}.V_{CC} = \frac{2}{3}.V_{CC}$$

Por otro lado, cuando $v_o(t) = -V_{CC}$, el diodo está ON y

$$e^+(t) = -\frac{R_2||R_3}{R_1 + R_2||R_3}.E = -\frac{2R_1||2R_1}{R_1 + 2R_1||2R_1}.V_{CC} = -\frac{R_1}{2R_1}.V_{CC} = -\frac{1}{2}.V_{CC}$$

Veamos la rama asociada a la pata -. Podemos analizar el circuito en Laplace o usar la ecuación de carga y descarga de un condensador en serie con una resistencia, alimentado por una tensión continua. Esto vale en los tramos en los que $v_o(t)$ es permanece constante. Obtenemos que

$$e^-(t) = v_C(t) = v_C(0^-)e^{-t/RC} + (1 - e^{-t/RC})(\pm V_{CC})$$

donde hemos incorporado la información del dato previo.

Para poder analizar el circuito, tenemos que hacer una suposición inicial sobre el estado de los elementos no lineales (comparador y diodo). Supongamos que el comparador está en $+V_{CC}$ (podríamos suponer $-V_{CC}$ y cambian un poco las cuentas). Por lo anterior, el diodo va a estar OFF. Entonces

$$e^+(t) = \frac{2}{3}.V_{CC} \quad , \quad e^-(t) = (1 - e^{-t/RC})(+V_{CC})$$

Observamos que, inicialmente, $e^+(t) > e^-(t)$ y se verifica la condición del comparador y, por lo tanto, la del diodo[1]. ¿Hasta cuándo? Hasta el instante t_1 en el que $e^+(t_1) = e^-(t_1)$. Planteamos entonces

$$\frac{2}{3}.V_{CC} = (1-e^{-t_1/RC})V_{CC} \Rightarrow e^{-t_1/RC} = 1-\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{t_1}{RC} = -\log(3)$$

De donde

$$\boxed{t_1 = RC\log(3)}$$

A partir de ese instante, comienza un nuevo tramo, que trabajaremos con la variable temporal $t' = t-t_1$. Suponemos el comparador saturado a $-V_{CC}$ y, por lo tanto, el diodo ON. El condensador estará con un dato previo $v_C(t' = 0^-) = \frac{2}{3}.V_{CC}$. Entonces

$$e^+(t') = -\frac{1}{2}.V_{CC} \quad , \quad e^-(t') = \frac{2}{3}.V_{CC}e^{-t'/RC} + (1 - e^{-t'/RC})(-V_{CC})$$

Observamos que inicialmente (en t'), $e^-(t') > e^+(t')$, por lo que se verifican los estados del comparador y del diodo. ¿Hasta cuándo? Hasta el instante $t' = t_2$ en el que $e^+(t' = t_2) = e^-(t' = t_2)$. Planteamos entonces

$$-\frac{1}{2}.V_{CC} = \frac{2}{3}.V_{CC}e^{-t_2/RC}+(1-e^{-t_2/RC})(-V_{CC}) = -V_{CC}+\left(\frac{2}{3}+1\right)V_{CC}.e^{-t_2/RC}$$

[1]Si se hubiera supuesto que la salida del operacional está a $-V_{CC}$, también se verifica.

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} = -1 + \frac{5}{3}.e^{-t_2/RC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{3}e^{-t_2/RC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} = e^{-t_2/RC} \Rightarrow \boxed{t_2 = RC\log(10/3)}$$

Nuevamente conmuta el operacional. A partir de ese instante, comienza un nuevo tramo, que trabajaremos con la variable temporal $t'' = t - (t_1 + t_2)$. Volvemos a suponer el comparador saturado a $+V_{CC}$ y, por lo tanto, el diodo OFF. El condensador estará con un dato previo $v_C(t'' = 0^-) = -\frac{1}{2}.V_{CC}$. Entonces

$$e^+(t'') = \frac{2}{3}.V_{CC} \quad , \quad e^-(t'') = -\frac{1}{2}.V_{CC}e^{-t''/RC} + (1 - e^{-t''/RC}).V_{CC}$$

Observamos que inicialmente (en t''), $e^+(t') > e^-(t')$, por lo que se verifican los estados del comparador y del diodo. ¿Hasta cuándo? Hasta el instante $t'' = t_3$ en el que $e^+(t'' = t_3) = e^-(t'' = t_3)$. Planteamos entonces

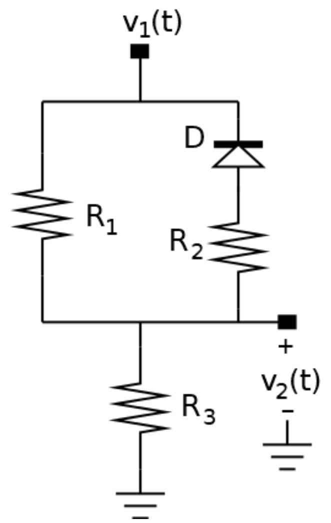
$$\frac{2}{3}.V_{CC} = -\frac{1}{2}.V_{CC}e^{-t_3/RC} + (1 - e^{-t_3/RC}).V_{CC} = V_{CC} - \left(\frac{1}{2} + 1\right)V_{CC}.e^{-t_3/RC}$$

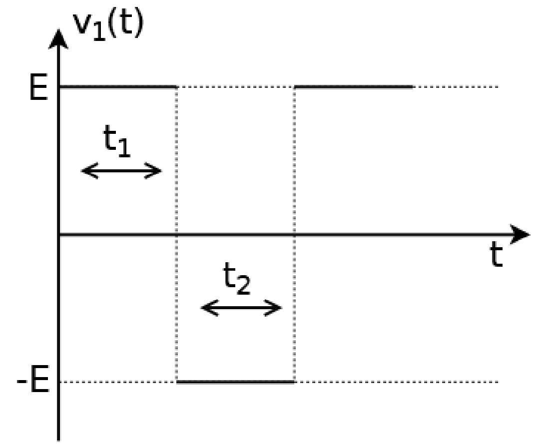
$$\Rightarrow \frac{2}{3} = 1 - \frac{3}{2}.e^{-t_3/RC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{2}e^{-t_3/RC}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{9} = e^{-t_3/RC} \Rightarrow \boxed{t_3 = RC\log(9/2)}$$

A partir de acá, el circuito llega al régimen, el condensador repite el estado de carga de $t = t_1 + t_2$ y el comparador conmuta a $-V_{CC}$. A partir de ahora, la salida del operacional será una onda cuadrada de periodo $t_2 + t_3$.

Problema 11





(a) En la figura de arriba, al circuito de la izquierda se le aplica la tensión $v_1(t)$ de la derecha. Hallar y graficar la tensión de salida $v_2(t)$ hasta $t = t_1 + t_2$.

La tensión v_2 se obtiene de v_1 aplicando un divisor de tensión. El estado del diodo influyen en el valor de las resistencias entre las que se divide la tensión. Cuando el diodo está OFF, el divisor es entre R_1 y R_3, mientras que si está ON, es entre $R_1||R_2$ y R_3. Cuando la tensión v_1 es *alta* ($v_1 = +E$) es natural suponer el diodo cortado y, por lo tanto,

$$v_2(t) = \frac{R_3}{R_1 + R_3}.v_1(t) = \frac{R_3}{R_1 + R_3}.E$$

Para verificar que el diodo está OFF, calculamos su tensión en bornes. El borne superior del diodo está a $v_1(t)$ respecto de tierra, en tanto el borne inferior está a v_2 respecto de tierra, ya que no circula corriente por R_2, por lo que la tensión que nos interesa vale

$$v_D(t) = v_2(t) - v_1(t) = \frac{R_3}{R_1 + R_3}.E - E < 0 \quad \text{(verifica)}$$

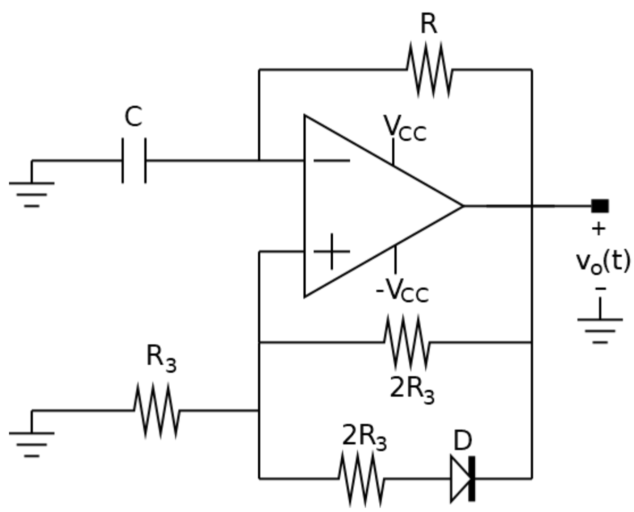
Cuando $v_1(t)$ es negativa, el diodo va a conducir. Tenemos que

$$v_2(t) = -\frac{R_3}{(R_1||R_2) + R_3}.E$$

Verifiquemos la corriente por el diodo, medida de abajo hacia arriba:

$$i_D(t) = \frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_2} = \frac{-\frac{R_3}{(R_1||R_2)+R_3}.E + E}{R_2} > 0 \quad \text{(verifica)}$$

(b) Con base en la parte anterior, se pide analizar el siguiente circuito basado en un comparador y hallar la tensión de salida del operacional ($v_o(t)$), sabiendo que el condensador arranca inicialmente descargado.



El circuito es un astable. Observemos en primer lugar que la salida del comparador vale $\pm V_{CC}$, por lo que la rama que involucra la pata + es similar al circuito de la parte anterior, con $E = V_{CC}$ y $R_1 = R_2 = 2R_3$. Tendremos que si $v_o = +V_{CC}$, el diodo está OFF y

$$e^+(t) = \frac{R_3}{R_1 + R_3}.E = \frac{R_3}{3R_3}.V_{CC} = \frac{1}{3}.V_{CC}$$

Por otro lado, cuando $v_o(t) = -V_{CC}$, el diodo está ON y

$$e^+(t) = -\frac{R_3}{(R_1||R_2) + R_3}.E = -\frac{R_3}{2R_3||2R_3 + R_3}.V_{CC} = -\frac{R_3}{2R_3}.V_{CC} = -\frac{1}{2}.V_{CC}$$

Veamos la rama asociada a la pata -. Podemos analizar el circuito en Laplace o usar la ecuación de carga y descarga de un condensador en serie con una resistencia, alimentado por una tensión continua. Esto vale en los tramos en los que $v_o(t)$ es permanece constante. Obtenemos que

$$e^-(t) = v_C(t) = v_C(0^-)e^{-t/RC} + (1 - e^{-t/RC})(\pm V_{CC})$$

donde hemos incorporado la información del dato previo.

Para poder analizar el circuito, tenemos que hacer una suposición inicial sobre el estado de los elementos no lineales (comparador y diodo). Supongamos que el comparador está en $+V_{CC}$ (podríamos suponer $-V_{CC}$ y cambian un poco las cuentas). Por lo anterior, el diodo va a estar OFF. Entonces

$$e^+(t) = \frac{1}{3}.V_{CC} \quad , \quad e^-(t) = (1 - e^{-t/RC})(+V_{CC})$$

Observamos que, inicialmente, $e^+(t) > e^-(t)$ y se verifica la condición del comparador y, por lo tanto, la del diodo[2]. ¿Hasta cuándo? Hasta el instante t_1 en el que $e^+(t_1) = e^-(t_1)$. Planteamos entonces

$$\frac{1}{3}.V_{CC} = (1-e^{-t_1/RC})V_{CC} \Rightarrow e^{-t_1/RC} = 1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{t_1}{RC} = \log(2/3)$$

De donde

$$\boxed{t_1 = RC\log(3/2)}$$

A partir de ese instante, comienza un nuevo tramo, que trabajaremos con la variable temporal $t' = t-t_1$. Suponemos el comparador saturado a $-V_{CC}$ y, por lo tanto, el diodo ON. El condensador estará con un dato previo $v_C(t' = 0^-) = \frac{1}{3}.V_{CC}$. Entonces

$$e^+(t') = -\frac{1}{2}.V_{CC} \quad , \quad e^-(t') = \frac{1}{3}.V_{CC}e^{-t'/RC} + (1 - e^{-t'/RC})(-V_{CC})$$

Observamos que inicialmente (en t'), $e^-(t') > e^+(t')$, por lo que se verifican los estados del comparador y del diodo. ¿Hasta cuándo? Hasta el instante $t' = t_2$ en el que $e^+(t' = t_2) = e^-(t' = t_2)$. Planteamos entonces

$$-\frac{1}{2}.V_{CC} = \frac{1}{3}.V_{CC}e^{-t_2/RC}+(1-e^{-t_2/RC})(-V_{CC}) = -V_{CC}+\left(\frac{1}{3}+1\right)V_{CC}.e^{-t_2/RC}$$

[2]Si se hubiera supuesto que la salida del operacional está a $-V_{CC}$, también se verifica.

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} = -1 + \frac{4}{3}.e^{-t_2/RC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{3}e^{-t_2/RC}$$
$$\Rightarrow \frac{3}{8} = e^{-t_2/RC} \Rightarrow \boxed{t_2 = RC\log(8/3)}$$

Nuevamente conmuta el operacional. A partir de ese instante, comienza un nuevo tramo, que trabajaremos con la variable temporal $t'' = t - (t_1 + t_2)$. Volvemos a suponer el comparador saturado a $+V_{CC}$ y, por lo tanto, el diodo OFF. El condensador estará con un dato previo $v_C(t'' = 0^-) = -\frac{1}{2}.V_{CC}$. Entonces

$$e^+(t'') = \frac{1}{3}.V_{CC} \quad , \quad e^-(t'') = -\frac{1}{2}.V_{CC}e^{-t''/RC} + (1 - e^{-t''/RC}).V_{CC}$$

Observamos que inicialmente (en t''), $e^+(t') > e^-(t')$, por lo que se verifican los estados del comparador y del diodo. ¿Hasta cuándo? Hasta el instante $t'' = t_3$ en el que $e^+(t'' = t_3) = e^-(t'' = t_3)$. Planteamos entonces

$$\frac{1}{3}.V_{CC} = -\frac{1}{2}.V_{CC}e^{-t_3/RC} + (1 - e^{-t_3/RC}).V_{CC} = V_{CC} - \left(\frac{1}{2} + 1\right) V_{CC}.e^{-t_3/RC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - \frac{3}{2}.e^{-t_3/RC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2}e^{-t_3/RC}$$
$$\Rightarrow \frac{4}{9} = e^{-t_3/RC} \Rightarrow \boxed{t_3 = RC\log(9/4)}$$

A partir de acá, el circuito llega al régimen, el condensador repite el estado de carga de $t = t_1 + t_2$ y el comparador conmuta a $-V_{CC}$. A partir de ahora, la salida del operacional será una onda cuadrada de periodo $t_2 + t_3$.