Universidad de la República **Cálculo 1 ANUAL**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Curso 2016**

EXÁMEN – VIERNES 21 DE JULIO DE 2017

Nro de Exámen	Cédula	Apellido y nombre

Escribir nombre y cédula en todas las hojas que se entreguen.

Problema 1.

(a) Definir límite de una sucesión.

(b) Probar que si a_n es una sucesión decreciente y acotada inferiormente entonces tiene límite.

(c) Se considera la sucesión definida por recurrencia:

$$\begin{cases} a_1 & = & 2 \\ a_{n+1} & = & \dfrac{1}{4}a_n + \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

Demostrar que $\{a_n\}$ tiene límite y calcularlo.

Problema 2.
Sea (a_n) una sucesión de términos positivos, monótona decreciente de la cual se sabe que:

(1) $a_0 = \dfrac{1}{2}$

(2) $\lim_n a_n = 0$

(3) $\dfrac{1}{2n} \leqslant a_n$ para todo $n \geqslant 0$.

Clasificar las siguientes series en convergentes o divergentes, y en caso de convergencia calcular su valor.

- $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{a_n}$
- $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n a_n$
- $\sum_{n=1}^{+\infty} a_{n+1} - a_n$
- $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{a_n}$

Problema 3.
Sea $f(x) = log(\sqrt{1-x^2})$

(1) Hallar el dominio e indicar si es continua o no. Justifique.

(2) En caso de que existan, hallar máximos y mínimos relativos de f.

(3) Hallar el área entre el gráfico de f y el eje x.

(4) Calcular el polinomio de Taylor de orden 4 de f en 0.

Problema 4. Sea $p(x) = x^2 - 2x + 2$.

(1) Calcular las raíces α y β de p y bosquejarlas en el plano complejo.

(2) Bosquejar los conjuntos $A = \{z \in \mathbb{C} : z^3 = \alpha\}$ y $B = \{z \in \mathbb{C} : z^4 = \beta\}$.