Número de Parcial	Apellido, Nombre	CI

Universidad de la República **Cálculo I**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Curso anual 2018**

SEGUNDO PARCIAL - 2 DE JULIO.

La duración del parcial es de cuatro horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta.
La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.
Las partes de múltiple opción y cajita deberán ser ambas completadas aquí y será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir. Sugerencia: tenga cuidado al pasar las respuestas. La parte de desarrollo se realiazará en hojas aparte.

MÚLTIPLE OPCIÓN

Ejercicio 1	Ejercicio2

Correctas: 1,5 puntos. Incorrectas: -0.3 puntos. Sin responder: 0 puntos.

CAJITA

Ejercicio 3	Ejercicio 4

Correctas: 1 puntos. Incorrectas: 0 puntos. Sin responder: 0 puntos.

SÓLO PARA USO DOCENTE

MO	VF	D1	D2	D3	TOTAL

Múltiple opción: 3 puntos

EJERCICIO 1. Considere el siguiente conjunto de números reales :

$$A = \left\{ 2 - \frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1 \right\} \cup \{1\}.$$

(A) El conjunto A está acotado superiormente pero no lo está inferiormente.
(B) El conjunto A está acotado y su supremo es máximo.
(C) El conjunto A tiene máximo pero no tiene mínimo.
(D) El conjunto A está acotado y su ínfimo no es mínimo.
(E) El conjunto A tiene mínimo pero no está acotado superiormente.

EJERCICIO 2. Sea A y B dos subconjuntos de números reales tales que existen

$$sup(A) = \alpha, \quad inf(A \cap B) = \beta \quad \text{y} \quad inf(B) = \gamma$$

Considere las siguientes afirmaciones:

(I) $\alpha \geq \beta$.
(II) $A \cup B \subset (\beta, \alpha)$.
(III) $\beta \geq \gamma$.

(A) Todas las afirmaciones son verdaderas.
(B) Solamente las afirmaciones (I) y (II) son verdaderas.
(C) Solamente las afirmaciones (I) y (III) son verdaderas.
(D) Solamente la afirmación (I) es verdadera.
(E) Solamente la afirmación (III) es verdadera.

Cajita: 2 puntos

EJERCICIO 3. Determinar el área entre los gráficos delas funciones x y x^3 entre $[-1, 1]$.

EJERCICIO 4. Sean f y g dos funciones integrables en los reales, tales que $f(x) = g(2x)$. Supongamos que $\int_a^b f(x)dx = 7$. Calcule $\int_{2a}^{2b} g(x)dx$.

Desarrollo: 15 puntos

EJERCICIO DE DESARROLLO 1. (4 puntos) Probar por inducción completa que la siguiente igualdad se verifica para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

EJERCICIO DE DESARROLLO 2. (5 puntos)

1. Defina cota superior y supremo para un conjunto de números reales. Enuncie el axioma de completitud.
2. Sea A un conjunto no vacío y acotado inferiormente. Considere:

   $$B = \{b : b = -a \quad a \in A\}.$$

   Demuestre que B es no vacío y acotado superiormente.
3. Deduzca que $\sup(B) = \text{ínf } A$. Use lo anterior para probar que todo conjunto no vacío acotado inferiormente tiene ínfimo.

EJERCICIO DE DESARROLLO 3. (6 puntos)

1. Escribir la partición $\mathcal{P}$ equiespaciada por n-intervalos del $[0,1]$.
2. Escribir $S_\star(f,\mathcal{P})$ y $S^\star(f,\mathcal{P})$ para la partición equiespaciada por n-intervalos del $[0,1]$ y $f(x) = x^2$ definida en $[0,1]$. Calcular ambas sumas para el caso $n = 4$
3. Mostrar que la función x^2 es integrable en $[0,1]$. Deducir que $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.

   Puede usarse la siguiente desigualdad que se verifica para todo $n \in \mathbb{N}$:

   $$\sum_{k=1}^{n-1} k^2 \leq \frac{n^3}{3} \leq \sum_{k=1}^{n} k^2.$$
4. Calcular $\displaystyle\int_1^0 (2x^2 - x - 3)dx$ enunciando las propiedades usadas.