

Número de Parcial	Apellido, Nombre	CI

Universidad de la República
Facultad de Ingeniería - IMERL

Cálculo I
Curso anual 2018

SEGUNDO PARCIAL - 2 DE JULIO.

La duración del parcial es de cuatro horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba. Las partes de múltiple opción y cajita deberán ser ambas completadas aquí y será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir. Sugerencia: tenga cuidado al pasar las respuestas. La parte de desarrollo se realizará en hojas aparte.

MÚLTIPLE OPCIÓN

Ejercicio 1	Ejercicio2

Correctas: 1,5 puntos. Incorrectas: -0.3 puntos. Sin responder: 0 puntos.

CAJITA

Ejercicio 3	Ejercicio 4

Correctas: 1 puntos. Incorrectas: 0 puntos. Sin responder: 0 puntos.

SÓLO PARA USO DOCENTE

MO	VF	D1	D2	D3	TOTAL

Múltiple opción: 3 puntos

EJERCICIO 1. Considere el siguiente conjunto de números reales :

$$A = \left\{ 2 + 2\frac{n}{n+2} : n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1 \right\} \cup \{2\}.$$

- (A) El conjunto A está acotado inferiormente pero no lo está superiormente.
- (B) El conjunto A está acotado y su supremo pertenece a A .
- (C) El conjunto A tiene máximo pero no tiene mínimo.
- (D) El conjunto A está acotado y su ínfimo es mínimo.
- (E) El conjunto A tiene mínimo pero no está acotado superiormente.

EJERCICIO 2. Sea A y B dos subconjuntos de números reales tales que existen

$$\sup(A) = \alpha, \quad \inf(A \cup B) = \beta \quad \text{y} \quad \inf(B) = \gamma$$

Considere las siguientes afirmaciones:

- (I) $\alpha \geq \beta$.
 - (II) $A \cap B \subset [\gamma, \alpha]$.
 - (III) $\gamma \geq \beta$.
- (A) Todas las afirmaciones son verdaderas.
 - (B) Solamente las afirmaciones (I) y (II) son verdaderas.
 - (C) Solamente las afirmaciones (I) y (III) son verdaderas.
 - (D) Solamente la afirmación (I) es verdadera.
 - (E) Solamente la afirmación (III) es verdadera.

Cajita: 2 puntos

EJERCICIO 3. Determinar el área entre los gráficos de $4x$ y x^3 entre $[0, 4]$.

EJERCICIO 4. Sean f y g dos funciones integrables en los reales tales que $f(x) = \frac{1}{2}g(x-2)$. Supongamos que $\int_a^b f(x)dx = 8$. Calcular $\int_{a-2}^{b-2} g(x)dx$.

Desarrollo: 15 puntos

EJERCICIO DE DESARROLLO 1. (4 puntos) Probar por inducción completa que la siguiente igualdad se verifica para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$.

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

EJERCICIO DE DESARROLLO 2. (5 puntos)

1. Defina cota superior y supremo para un conjunto de números reales. Enuncie el axioma de completitud.
2. Sea A un conjunto no vacío y acotado inferiormente. Considere:

$$B = \{b : b = -a \quad a \in A\}.$$

Demuestre que B es no vacío y acotado superiormente.

3. Deduzca que $\sup(B) = \inf A$. Use lo anterior para probar que todo conjunto no vacío acotado inferiormente tiene ínfimo.

EJERCICIO DE DESARROLLO 3. (6 puntos)

1. Escribir la partición \mathcal{P} equiespaciada por n -intervalos del $[0, 1]$.
2. Escribir $S_*(f, \mathcal{P})$ y $S^*(f, \mathcal{P})$ para la partición equiespaciada por n -intervalos del $[0, 1]$ y $f(x) = x^2$ definida en $[0, 1]$. Calcular ambas sumas para el caso $n = 4$.
3. Mostrar que la función x^2 es integrable en $[0, 1]$. Deducir que $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.

Puede usarse la siguiente desigualdad que se verifica para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$:

$$\sum_{k=1}^{n-1} k^2 \leq \frac{n^3}{3} \leq \sum_{k=1}^n k^2.$$

4. Calcular $\int_1^0 (2x^2 - x - 3) dx$ enunciando las propiedades usadas.