



8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

1. Dinámica de estructuras
 1. Sistemas de un grado de libertad
 2. Sistemas de varios grados de libertad
 3. Sistemas continuos
2. Vibraciones en estructuras
 1. Fuentes de excitación
 2. Respuesta humana a las vibraciones
 3. Verificación en entrepisos

8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

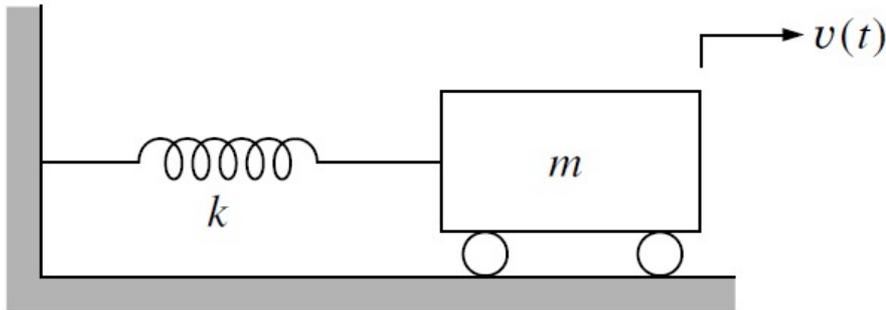
1. Dinámica de estructuras

1. Sistemas de un grado de libertad
 2. Sistemas de varios grados de libertad
 3. Sistemas continuos
- ## 2. Vibraciones en estructuras
1. Fuentes de excitación
 2. Respuesta humana a las vibraciones
 3. Verificación en entresijos

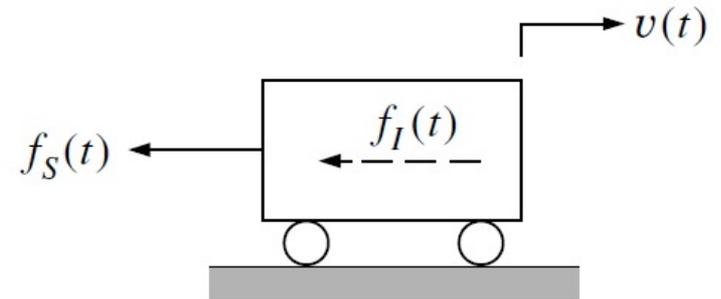
8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

SISTEMA MASA-RESORTE



(a)



(b)

Segunda ley de Newton

$$F = ma$$

$$-ku = m\ddot{u} \Rightarrow m\ddot{u} + ku = 0$$

$$\begin{cases} u(0) = u_0 \\ \dot{u}(0) = v_0 \end{cases}$$

Condiciones de borde

Solución de la ecuación diferencial

$$u(t) = C \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

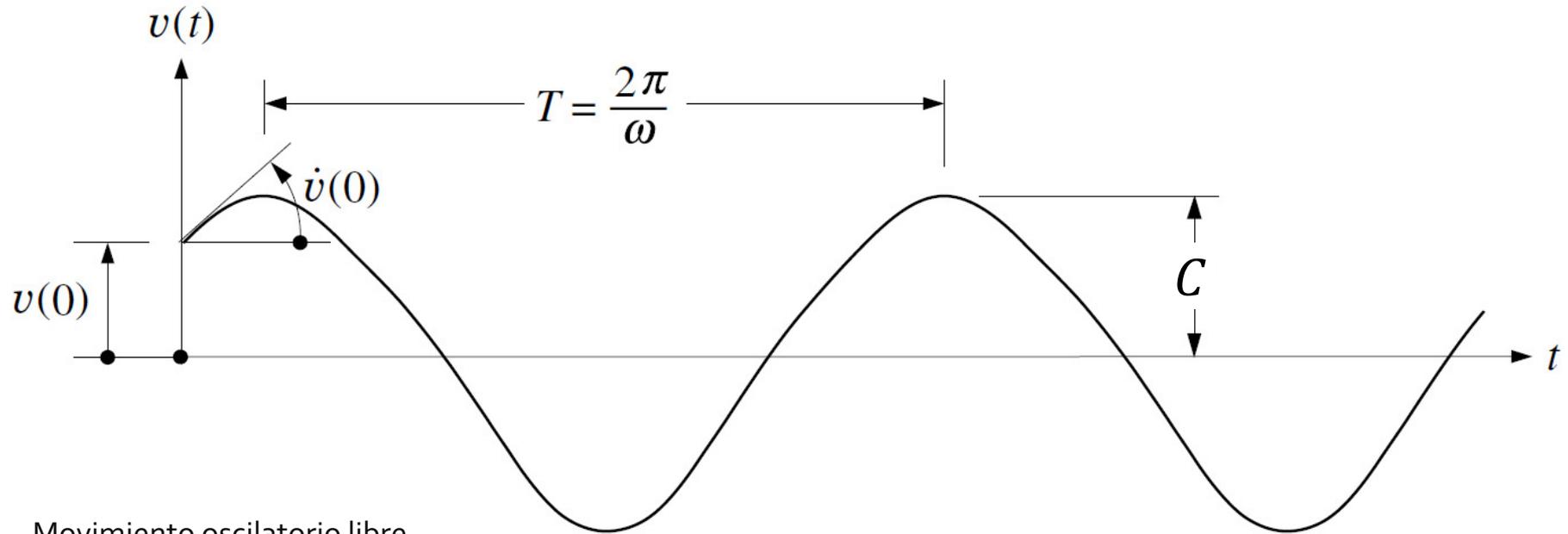
C y φ dependen de las condiciones de borde

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frecuencia circular de vibración

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

SISTEMA MASA-RESORTE



Movimiento oscilatorio libre

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

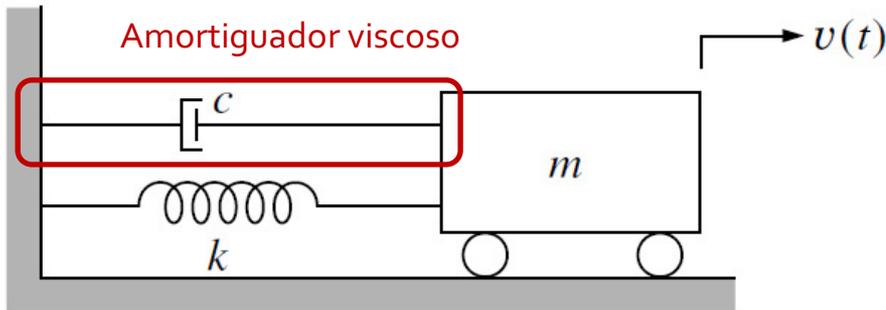
f : frecuencia de vibración [1/s = Hz]

ω : frecuencia circular de vibración [rad/s]

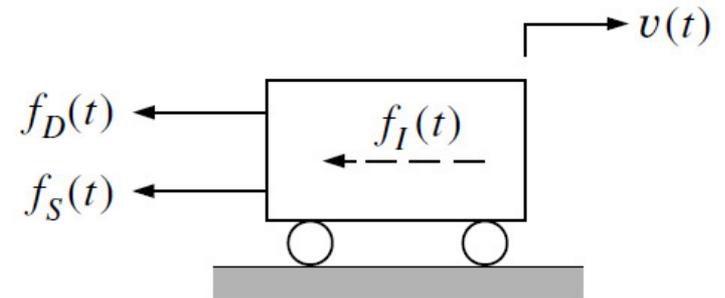
T : período [s]

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR



(a)



(b)

Segunda ley de Newton

$$F = ma$$

$$-ku - c\dot{u} = m\ddot{u} \Rightarrow$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

$$\begin{cases} u(0) = u_0 \\ \dot{u}(0) = v_0 \end{cases} \quad \text{Condiciones de borde}$$

Solución de la ecuación diferencial

Se define el coeficiente ξ :

$$\xi = \frac{c}{2m\omega} \quad \text{Coeficiente de amortiguamiento}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Frecuencia circular de vibración}$$

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

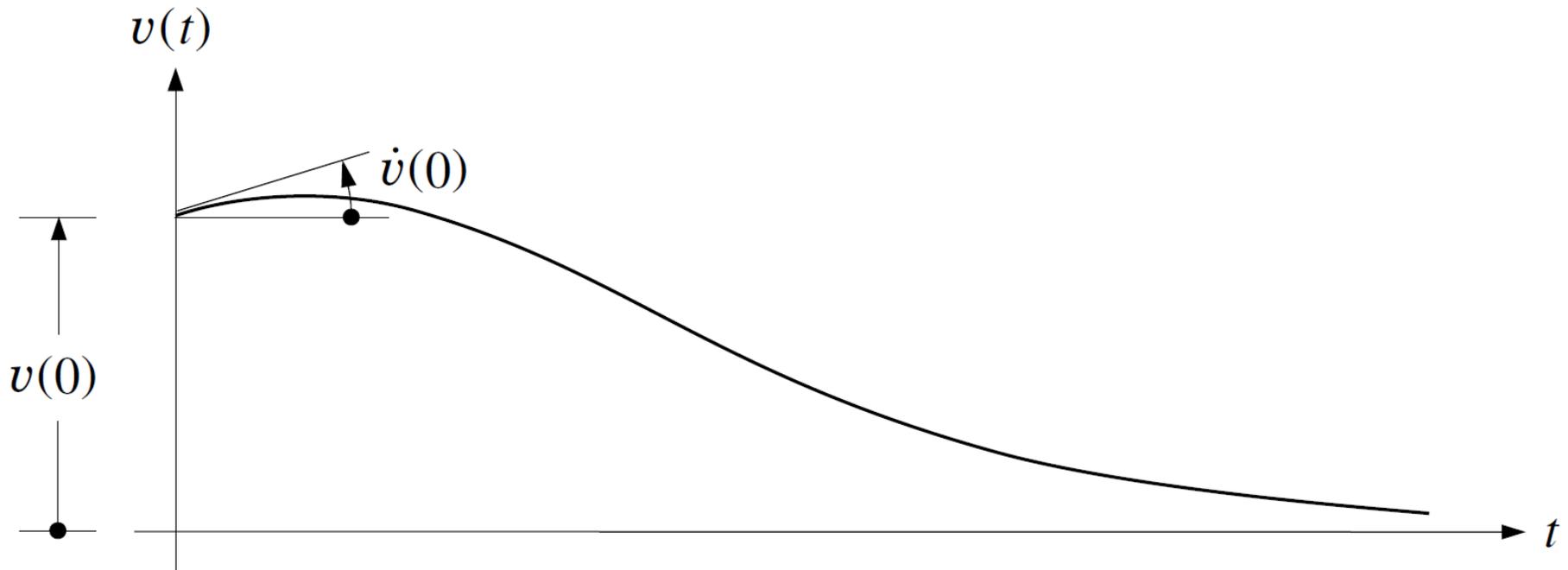
SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR

Caso 1: $\xi > 1$ 

Movimiento sobreamortiguado

Caso 2: $\xi = 1$ 

Movimiento críticamente amortiguado



SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

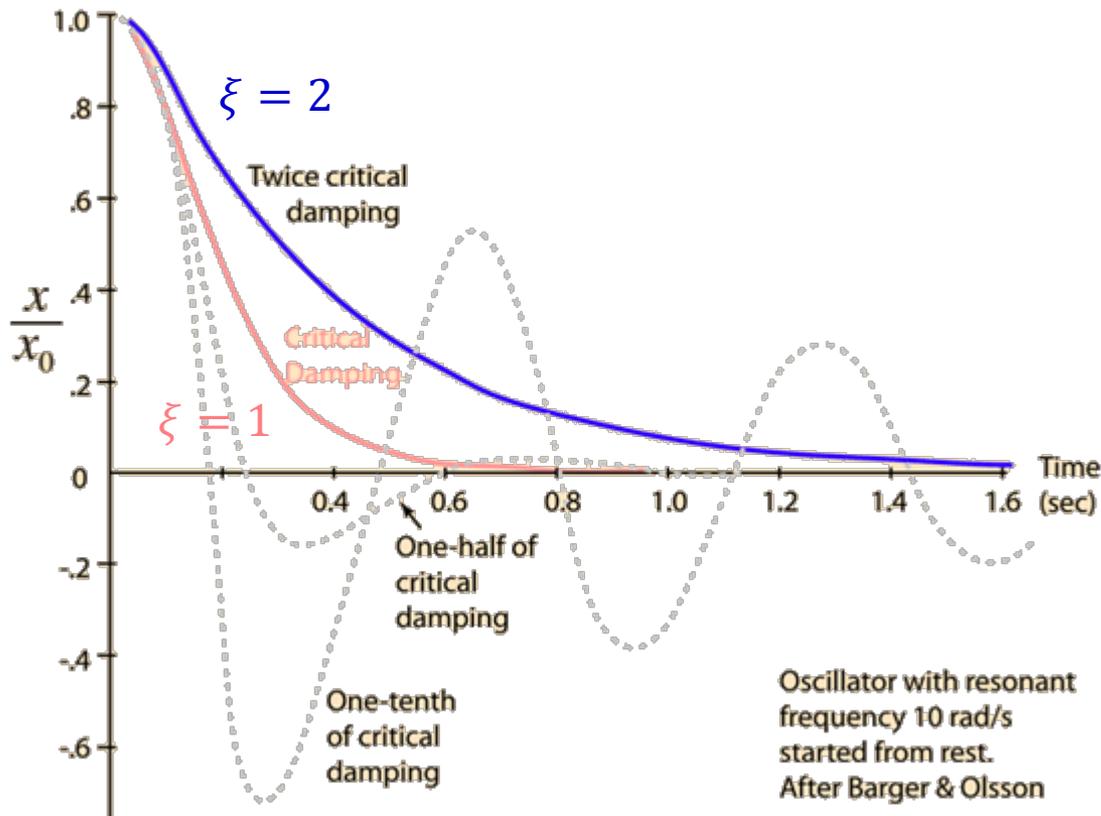
SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR

Caso 1: $\xi > 1$ 

Movimiento sobreamortiguado

Caso 2: $\xi = 1$ 

Movimiento críticamente amortiguado

Cuando $\xi \geq 1$:

El sistema no oscila. El oscilador no cambia el signo de la coordenada de desplazamiento en ningún momento

Amortiguamiento crítico:

 $\xi = 1$

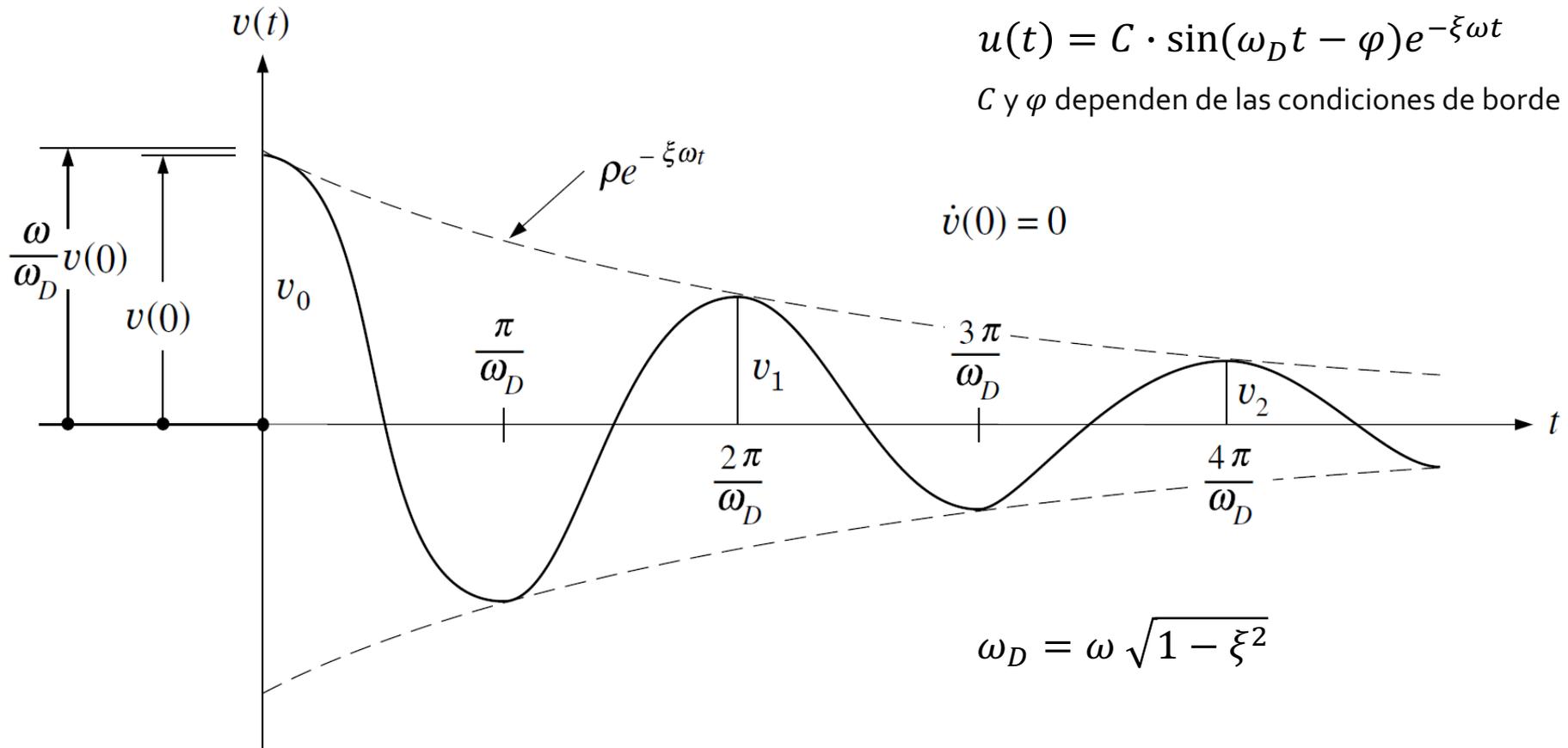
Proporciona la forma más rápida de aproximar a cero la amplitud de un oscilador amortiguado

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR

Caso 3: $\xi < 1$ 

Movimiento subamortiguado



$$u(t) = C \cdot \sin(\omega_D t - \varphi) e^{-\xi \omega t}$$

C y φ dependen de las condiciones de borde

$$\dot{v}(0) = 0$$

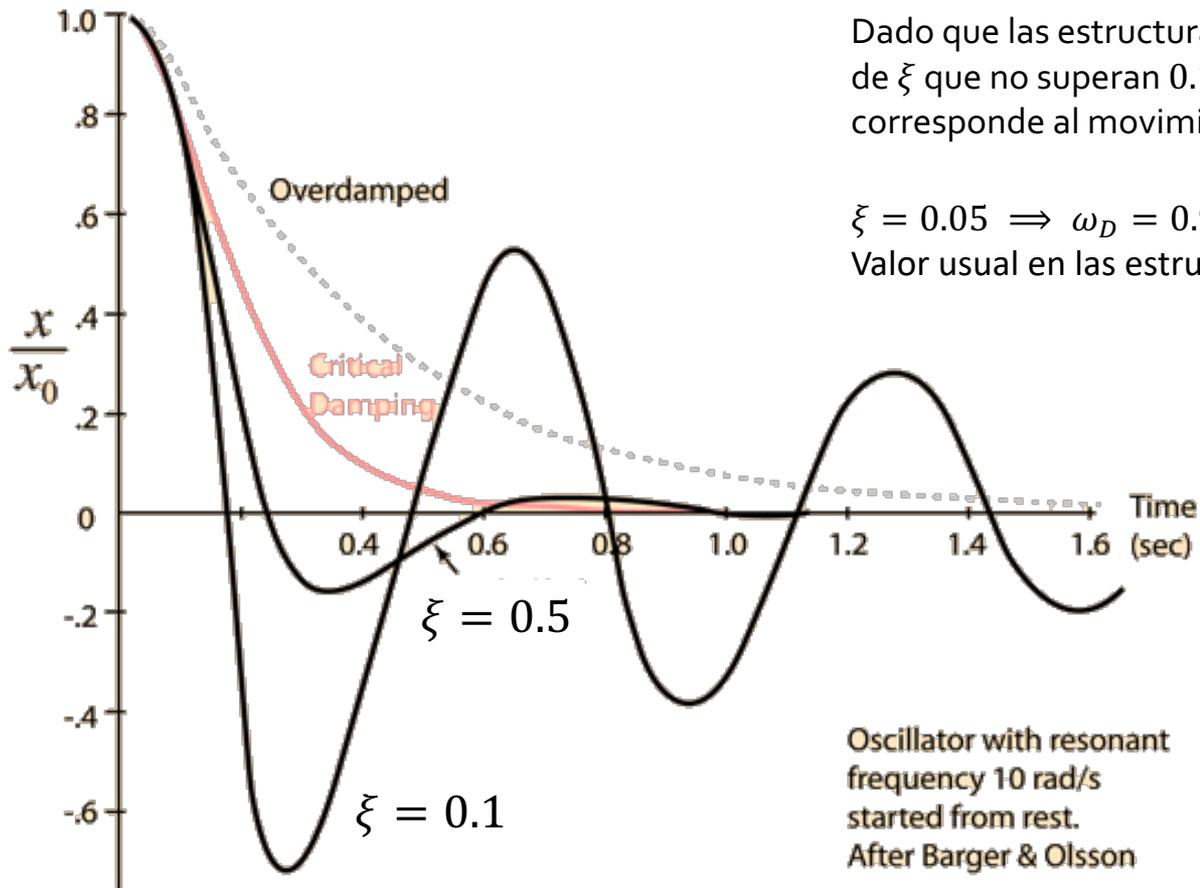
$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR

Caso 3: $\xi < 1$ 

Movimiento subamortiguado



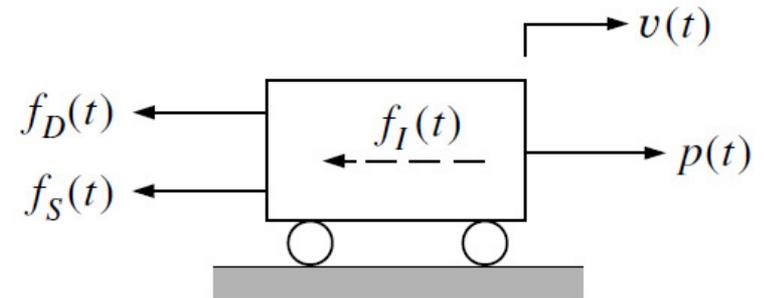
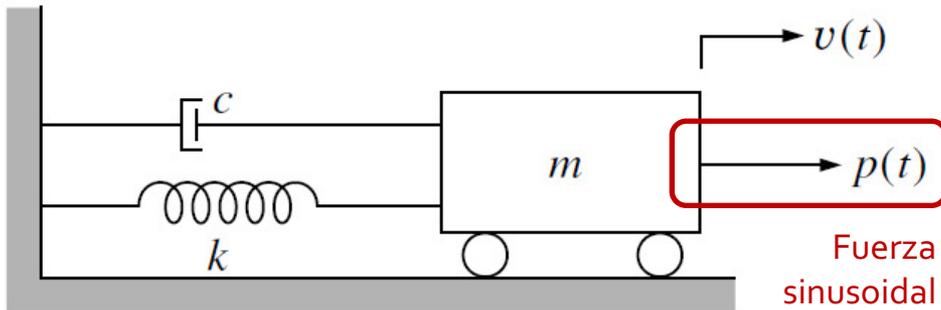
Dado que las estructuras civiles presentan valores de ξ que no superan 0.1, el caso de interés corresponde al movimiento subamortiguado

$\xi = 0.05 \Rightarrow \omega_D = 0.9987\omega$
 Valor usual en las estructuras

Oscillator with resonant frequency 10 rad/s
 started from rest.
 After Barger & Olsson

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

OSCILADOR FORZADO



Segunda ley de Newton

$$F = ma$$

$$-ku - c\dot{u} + p(t) = m\ddot{u} \Rightarrow$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$

$$\begin{cases} u(0) = u_0 \\ \dot{u}(0) = v_0 \end{cases} \quad \text{Condiciones de borde}$$

Solución de la ecuación diferencial

$$p(t) = p_0 \sin(\Omega t)$$

$$u(t) = u_H(t) + u_P(t)$$

Solución
homogenea
(misma que antes)

Solución
particular

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

OSCILADOR FORZADO

$$u_H(t) = C \cdot \sin(\omega_D t - \varphi) e^{-\xi \omega t}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u_H(t) = 0 \quad \text{Afecta la respuesta transitoria}$$

$$u_P(t) = \rho \cdot \sin(\Omega t - \theta)$$

$$p(t) = p_0 \sin(\Omega t)$$

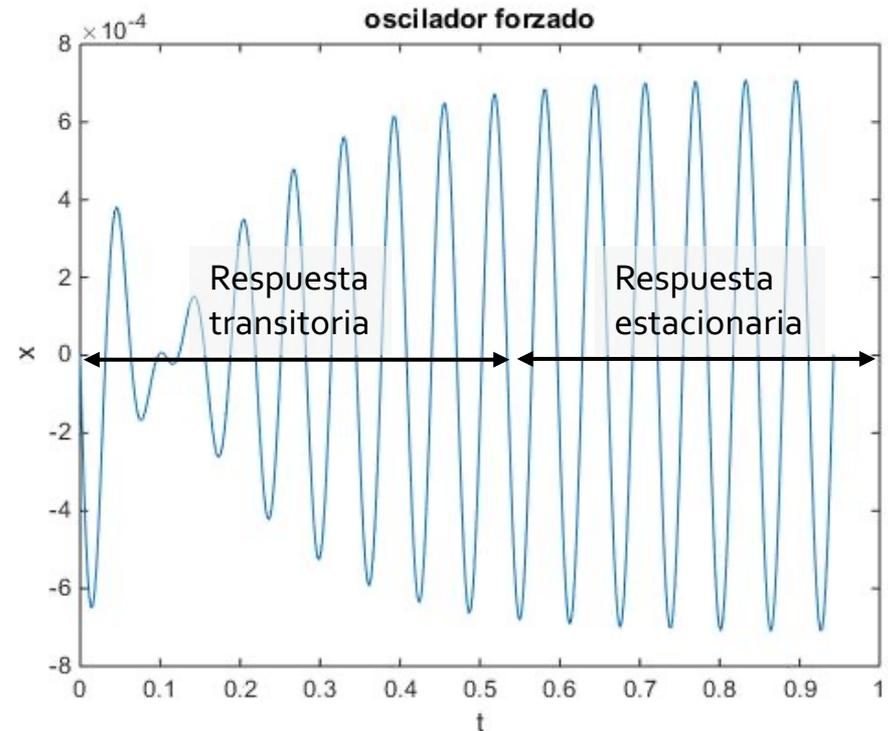
$$u(t) = u_H(t) + u_P(t)$$

Se define:

$$\beta = \frac{\Omega}{\omega}$$

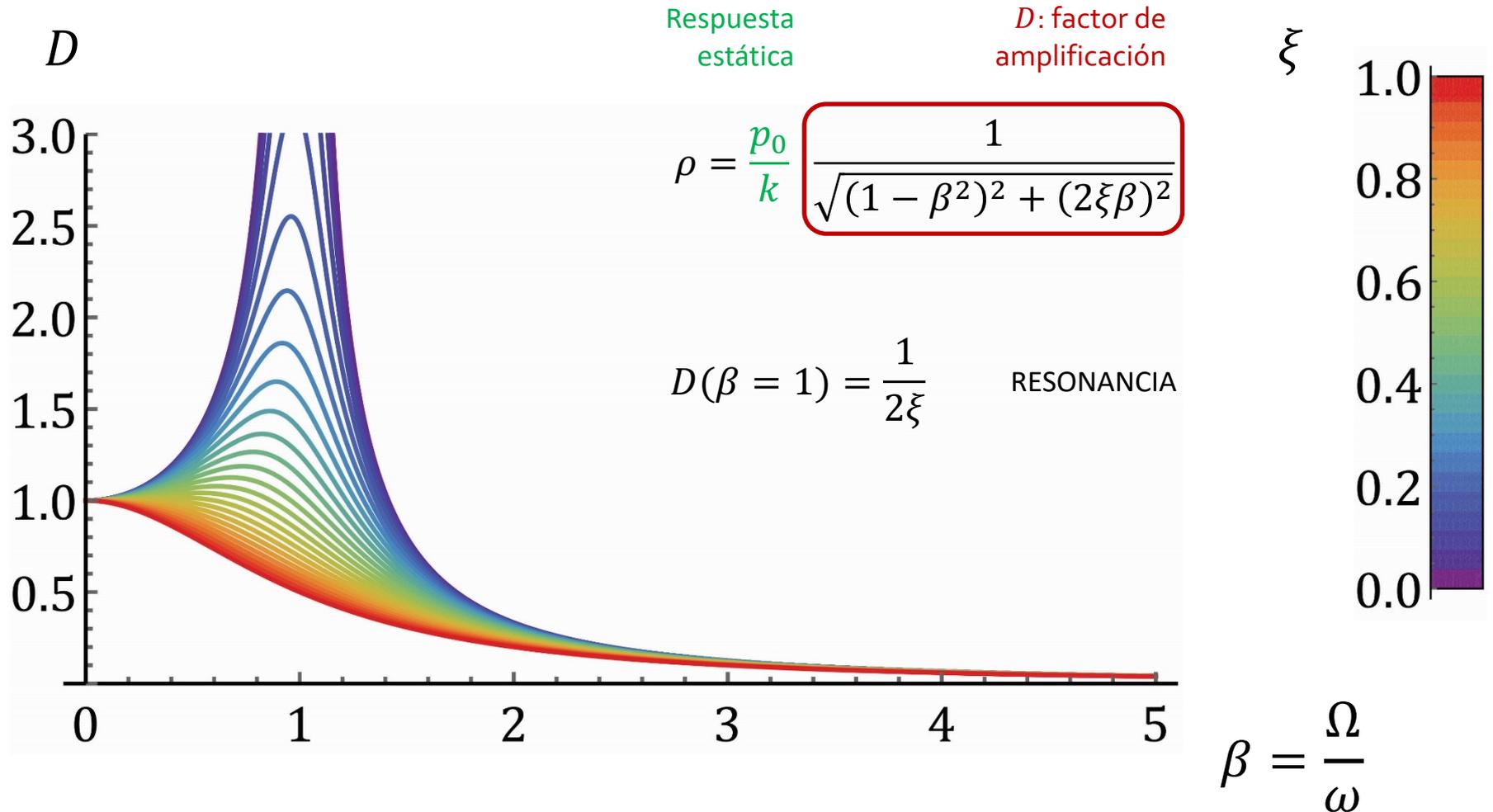
$$\rho = \frac{p_0}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2} \right)$$



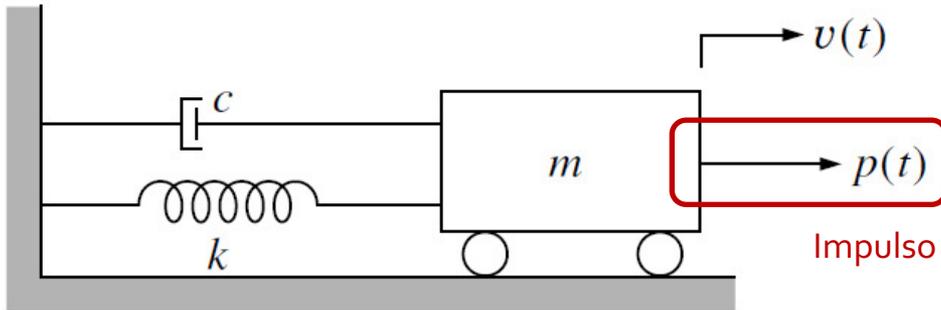
SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

OSCILADOR FORZADO

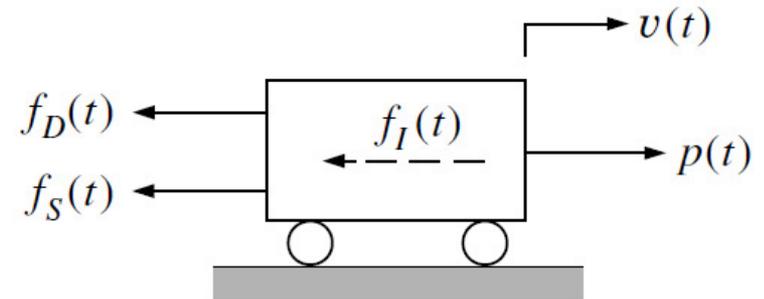


SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

RESPUESTA A UN IMPULSO



(a)



(b)

Segunda ley de Newton

$$F = ma$$

$$-ku - c\dot{u} + p(t) = m\ddot{u} \Rightarrow$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$

$$\begin{cases} u(0) = u_0 \\ \dot{u}(0) = v_0 \end{cases} \quad \text{Condiciones de borde}$$

Solución de la ecuación diferencial

$$p(t) = p_0 \delta(t)$$

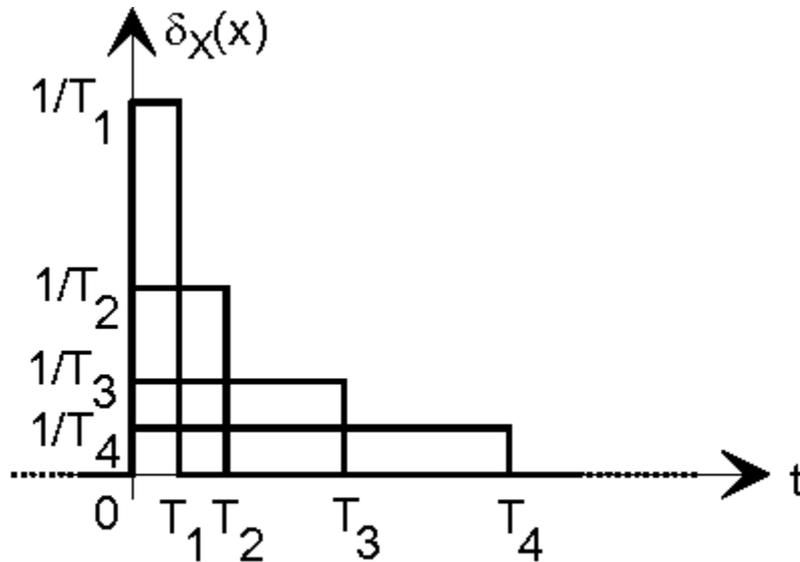
$$\delta(t) = 0 \quad \forall t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

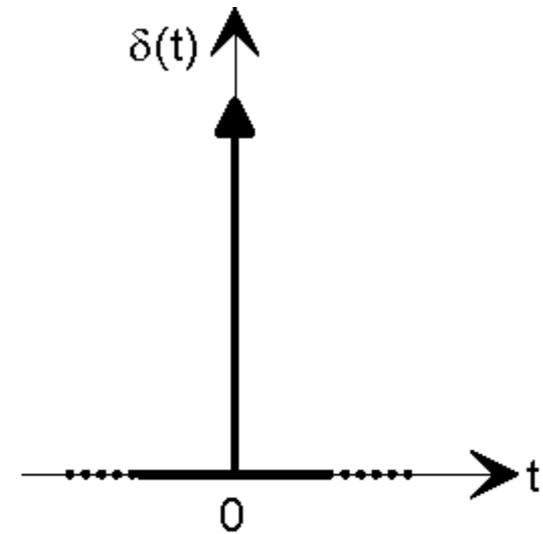
Delta de Dirac

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

RESPUESTA A UN IMPULSO



a) Unit pulses of different extents



b) The impulse function

$$\begin{cases} u(0) = u_0 \\ \dot{u}(0) = v_0 + \frac{p_0}{m} \end{cases}$$

Resultado del impuso



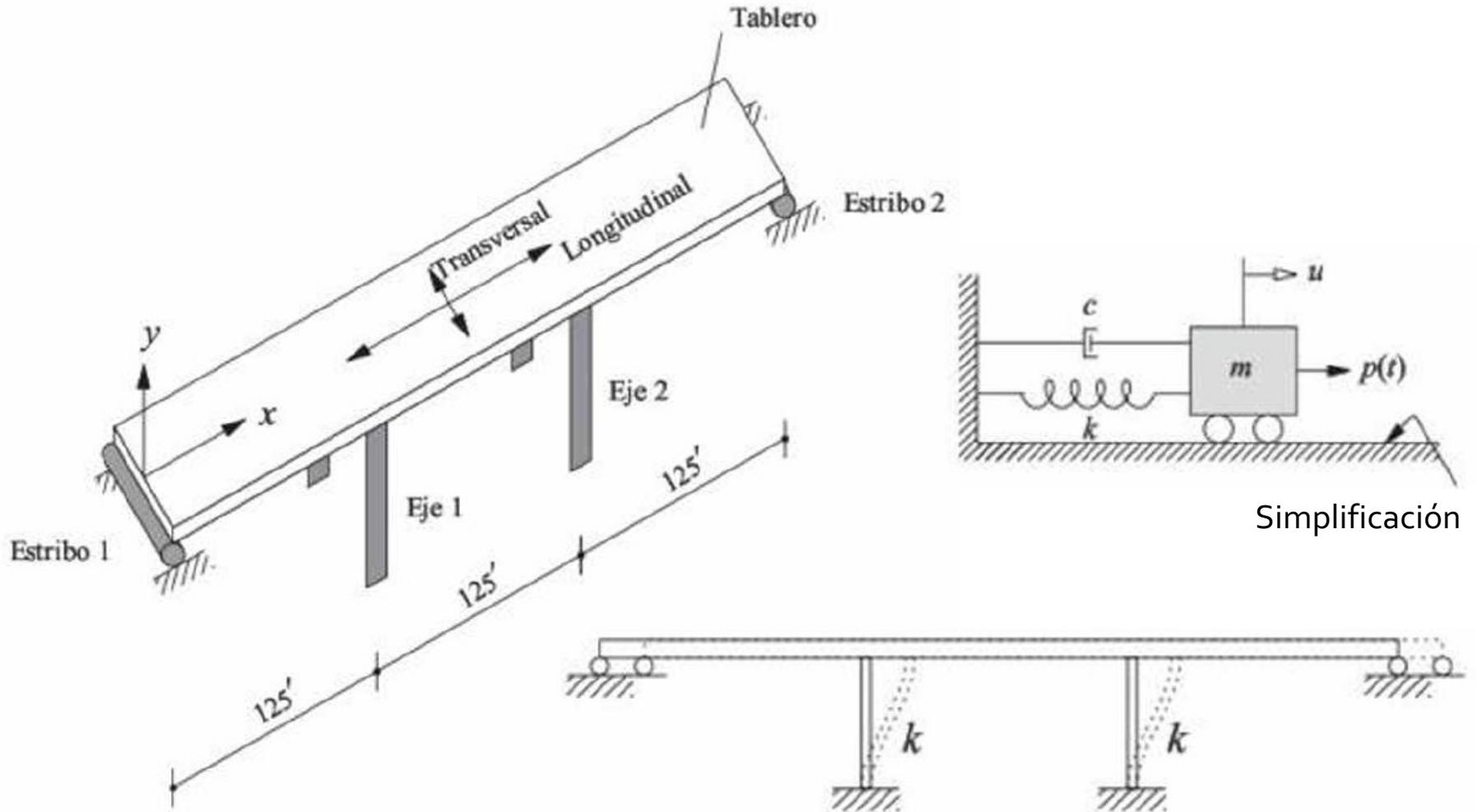
Analogía de cantidad de movimiento



Métodos de resolución paso a paso

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

EJEMPLO



1. Dinámica de estructuras

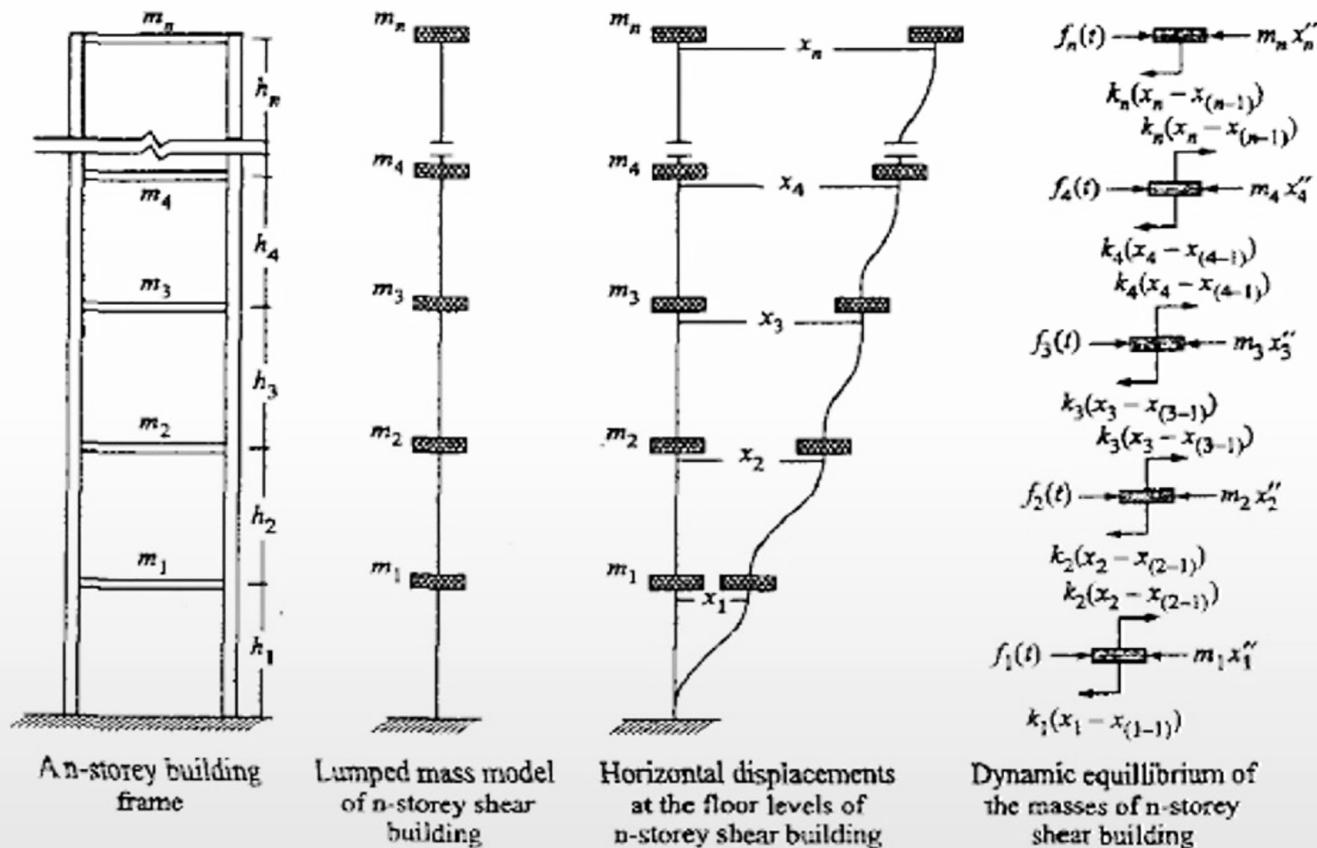
1. Sistemas de un grado de libertad
 2. Sistemas de varios grados de libertad
 3. Sistemas continuos
- ## 2. Vibraciones en estructuras
1. Fuentes de excitación
 2. Respuesta humana a las vibraciones
 3. Verificación en entrepisos

8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

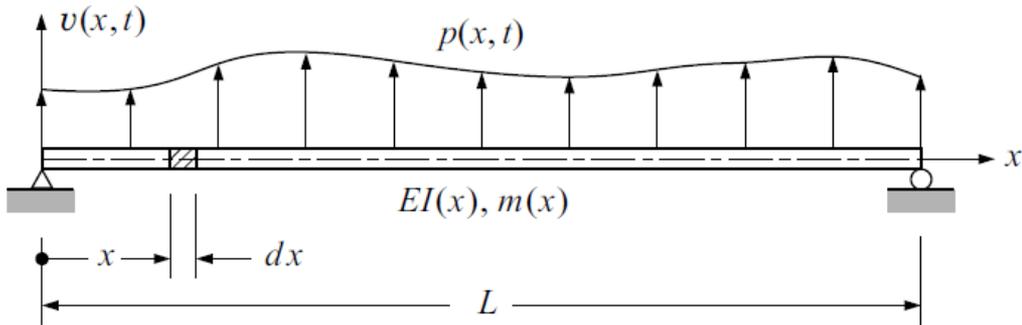
EJEMPLO

Dynamic analysis of multi-degree-freedom-system(n-storey shear building frame)

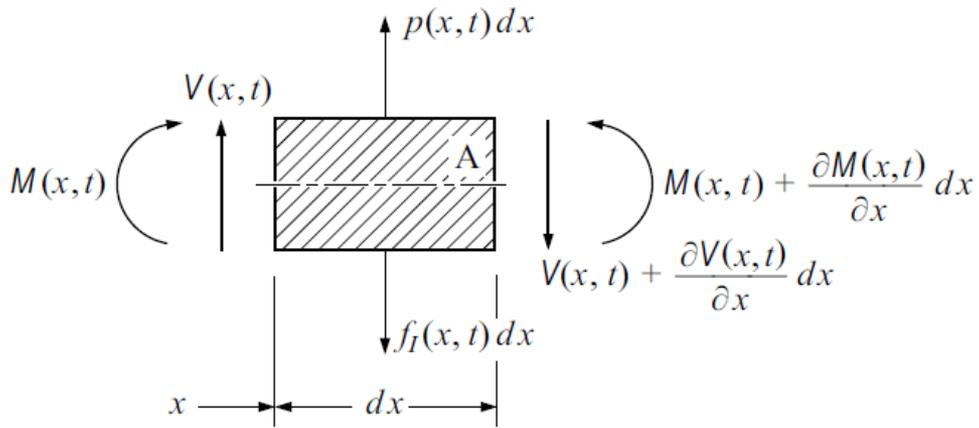


SISTEMAS CONTINUOS O DE PARÁMETROS DISTRIBUIDOS

EJEMPLO



(a)



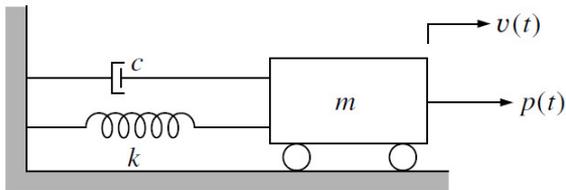
(b)



SISTEMAS DE MÁS DE UN GRADO DE LIBERTAD

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN Y APLICACIONES

Sistemas de un grado de libertad



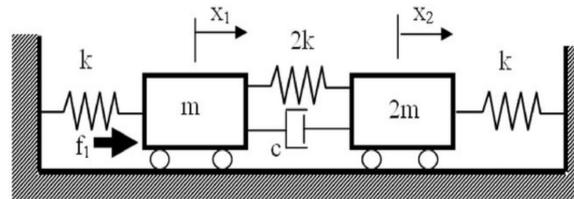
Ecuación diferencial ordinaria

En general se simplifica a una ecuación algebraica

Aplicaciones:

Métodos simplificados

Sistemas de varios grado de libertad



Ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas

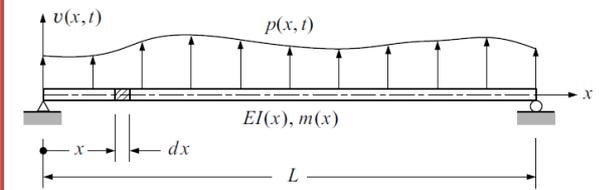
En general se simplifican a una ecuación matricial

Aplicaciones:

Métodos simplificados

MEF

Sistemas continuos



Ecuación diferencial en derivadas parciales o ecuaciones diferencias en derivadas parciales acopladas

Aplicaciones:

Métodos analíticos

SISTEMAS DE MÁS DE UN GRADO DE LIBERTAD

MODOS DE VIBRACIÓN

En los sistemas con más de un grado de libertad surge el concepto de **modos de vibración**

Cada modo de vibración corresponde a una forma en la que puede vibrar un sistema de forma estacionaria, sin fuerzas aplicadas, a una determinada frecuencia de vibración

Físicamente, se pueden interpretar como **formas “preferenciales” de vibrar**

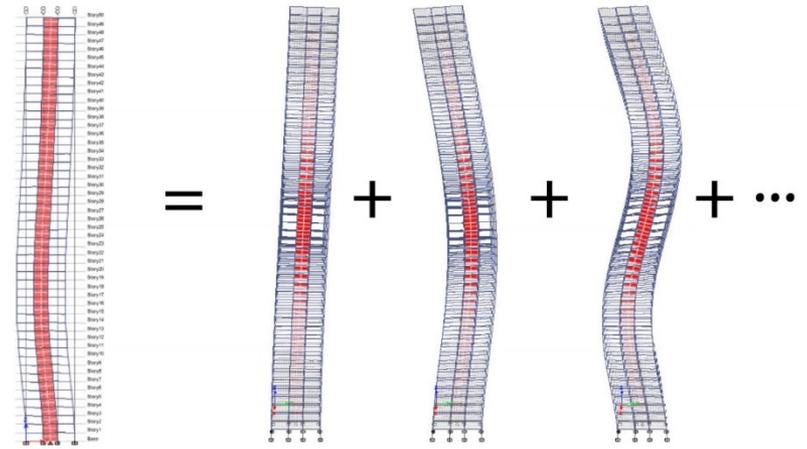
SISTEMAS DE MÁS DE UN GRADO DE LIBERTAD

MODOS DE VIBRACIÓN

En los sistemas con más de un grado de libertad surge el concepto de **modos de vibración**

Cada modo de vibración corresponde a una forma en la que puede vibrar un sistema de forma estacionaria, sin fuerzas aplicadas, a una determinada frecuencia de vibración

Físicamente, se pueden interpretar como formas “preferenciales” de vibrar



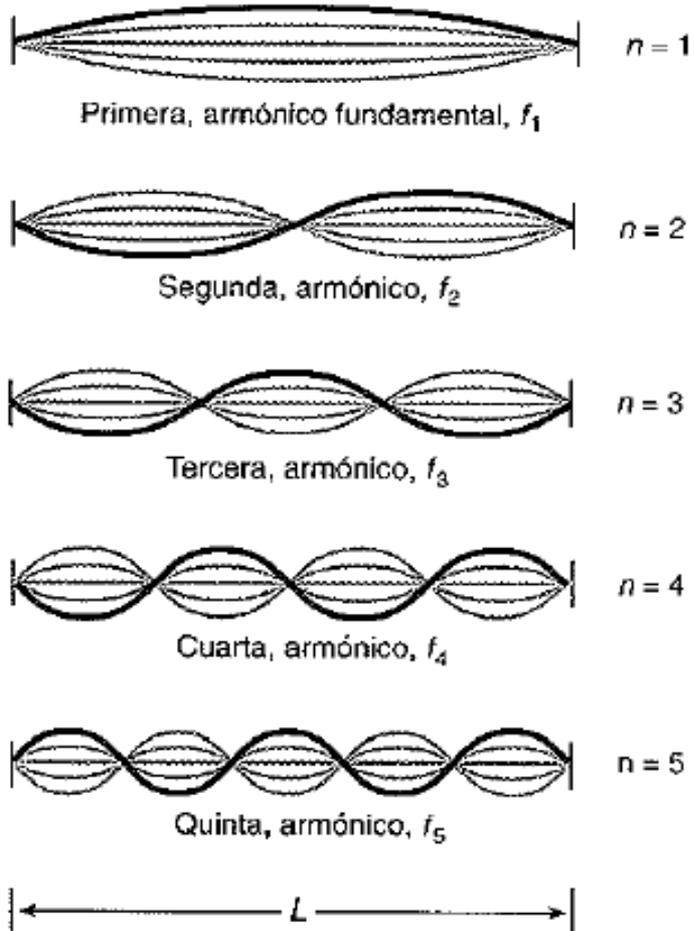
Cada modo de vibración tiene una frecuencia asociada

Hay tantos modos de vibración como grados de libertad del sistema

En los sistemas de parámetros distribuidos (o continuos) hay infinitos modos

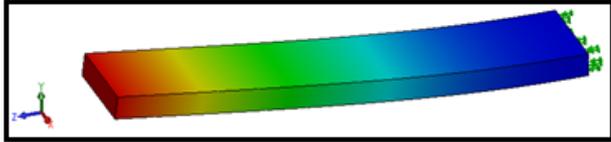
SISTEMAS DE MÁS DE UN GRADO DE LIBERTAD

MODOS DE VIBRACIÓN – Ejemplo cuerda de guitarra



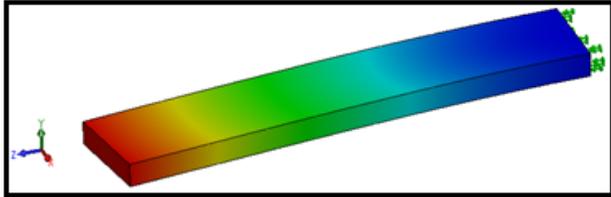
SISTEMAS DE MÁS DE UN GRADO DE LIBERTAD

MODOS DE VIBRACIÓN – Ejemplo viga empotrada



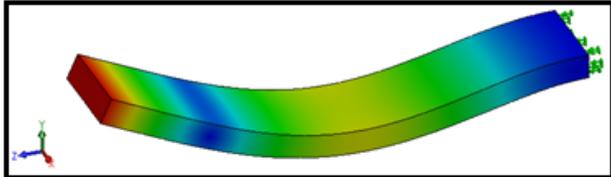
Mode 1
Freq: 14 Hz
Shape: Primary Y Direction

Primer modo flexional según y



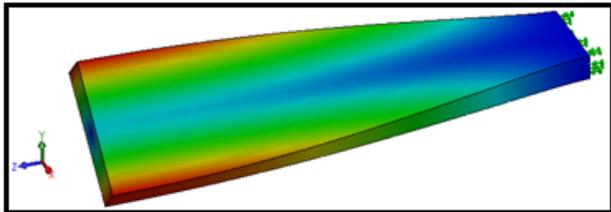
Mode 2
Freq: 52 Hz
Shape: Primary X Direction

Primer modo flexional según x



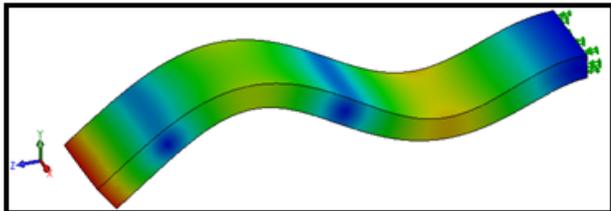
Mode 3
Freq: 84 Hz
Shape: Secondary Y Direction

Segundo modo flexional según y



Mode 4
Freq: 118 Hz
Shape: Primary Z (Torsional)

Primer modo torsional



Mode 5
Freq: 231 Hz
Shape: Tertiary Y Direction

Tercer modo flexional según y

1. Dinámica de estructuras
 1. Sistemas de un grado de libertad
 2. Sistemas de varios grados de libertad
 3. Sistemas continuos
2. **Vibraciones en estructuras**
 1. Fuentes de excitación
 2. Respuesta humana a las vibraciones
 3. Verificación en entresijos

8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

FUENTES DE EXCITACIÓN

CLASIFICACIÓN DE LAS FUENTES DE EXCITACIÓN

Según su origen

- Acciones inducidas por la actividad humana:
 - Personas caminando
 - Personas corriendo
 - Actividades rítmicas
 - Impactos
- Acción inducidas por máquinas
- Viento

Según su duración

- Acciones continuas:
 - Actividades rítmicas
 - Máquinas
- Acciones transitorias:
 - Peatones
 - Impactos

FUENTES DE EXCITACIÓN

CLASIFICACIÓN DE LAS FUENTES DE EXCITACIÓN

Según su origen

→ Acciones inducidas por la actividad humana:

- Personas caminando
- Personas corriendo
- Actividades rítmicas
- Impactos

→ Acción inducidas por máquinas

→ Viento

Nos centraremos en las **acciones inducidas por actividades humanas**, particularmente en entresijos de madera (verticales)

Según su duración

→ Acciones continuas:

- Actividades rítmicas
- Máquinas

→ Acciones transitorias:

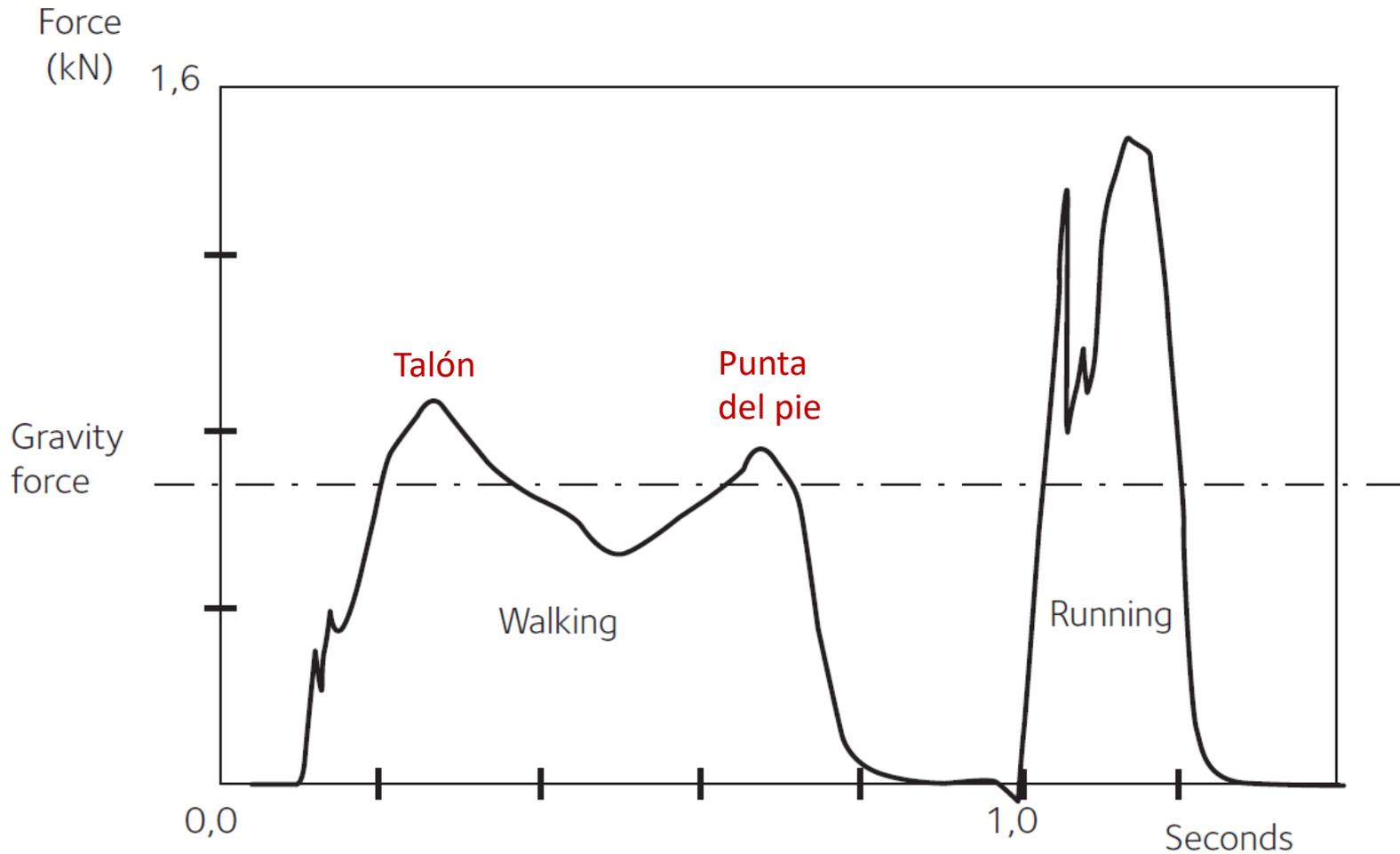
- Peatones
- Impactos

Las acciones continuas son más complejas de analizar y también más críticas porque pueden llevar al fenómeno de resonancia

Nos centraremos en **acciones transitorias**

FUENTES DE EXCITACIÓN

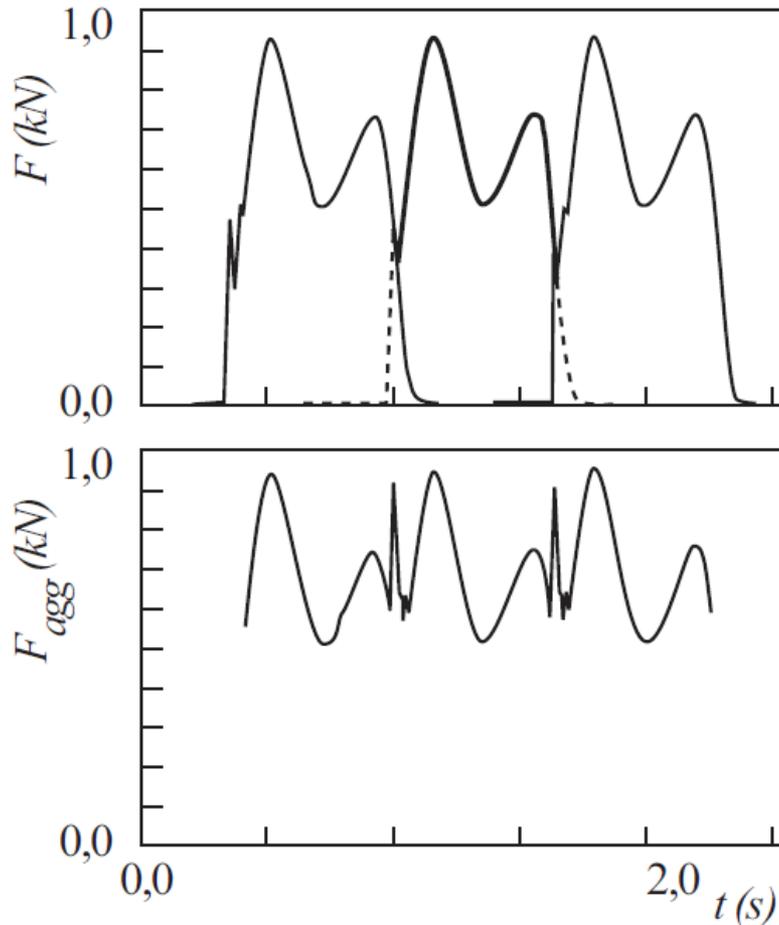
EXCITACIÓN PROVOCADA POR PASOS DE PERSONAS



FUENTES DE EXCITACIÓN

EXCITACIÓN PROVOCADA POR PASOS DE PERSONAS

Suma de los pasos de una persona caminando



Actividad	Pasos por segundo
Caminar	1,7 – 2,3
Correr	2,0 – 3,5
Saltar	1,8 – 3,0
Ejercicios	2,0 – 3,0
Danza	1,9 – 3,3

Los entrepisos con frecuencias naturales mayores a 8 Hz no suelen presentar problemas de resonancia

Se puede estudiar el efecto transitorio de un paso y establecer las limitaciones en base a la respuesta de la estructura

1. Dinámica de estructuras
 1. Sistemas de un grado de libertad
 2. Sistemas de varios grados de libertad
 3. Sistemas continuos
2. **Vibraciones en estructuras**
 1. Fuentes de excitación
 2. **Respuesta humana a las vibraciones**
 3. Verificación en entresijos

8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

RESPUESTA HUMANA A LAS VIBRACIONES

LIMITACIÓN DE LAS VIBRACIONES

Sin considerar los terremotos, existen pocos casos en los que las vibraciones produjeron la falla de la estructura **ej. Tacoma Bridge**

En entornos, la limitación se establece por el confort de los usuarios – ELS

La percepción de los humanos se da mediante tres mecanismos:

1. Fuerzas producidas por la aceleración, detectadas por los órganos internos
2. Señales visuales como movimientos de la estructura en relación a objetos fijos distantes o balanceo de objetos
3. Señales audibles como crujidos o traqueteos de la estructura



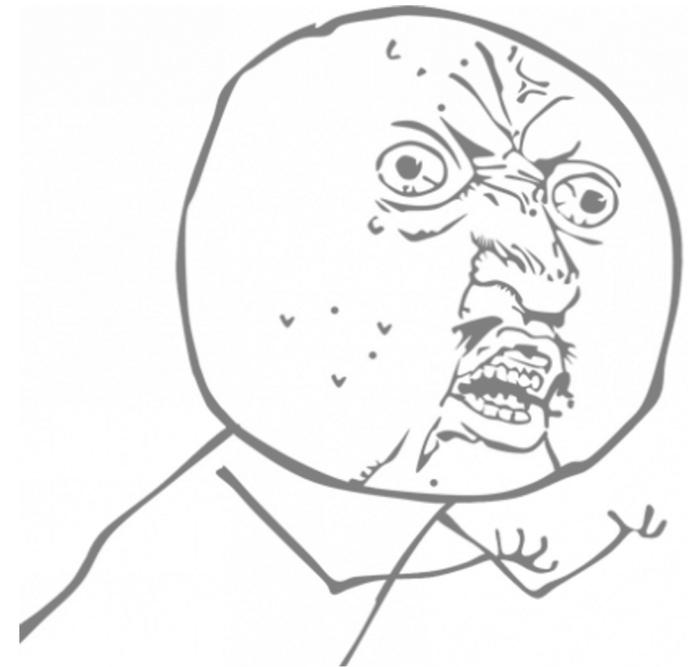
RESPUESTA HUMANA A LAS VIBRACIONES

PERCEPCIÓN DE LAS VIBRACIONES

En entrepisos, la limitación se establece por el confort de los usuarios – ELS

La percepción de los humanos se da mediante tres mecanismos:

1. Fuerzas producidas por la aceleración, detectadas por los órganos internos
2. Señales visuales como movimientos de la estructura en relación a objetos fijos distantes o balanceo de objetos
3. Señales audibles como crujidos o traqueteos de la estructura

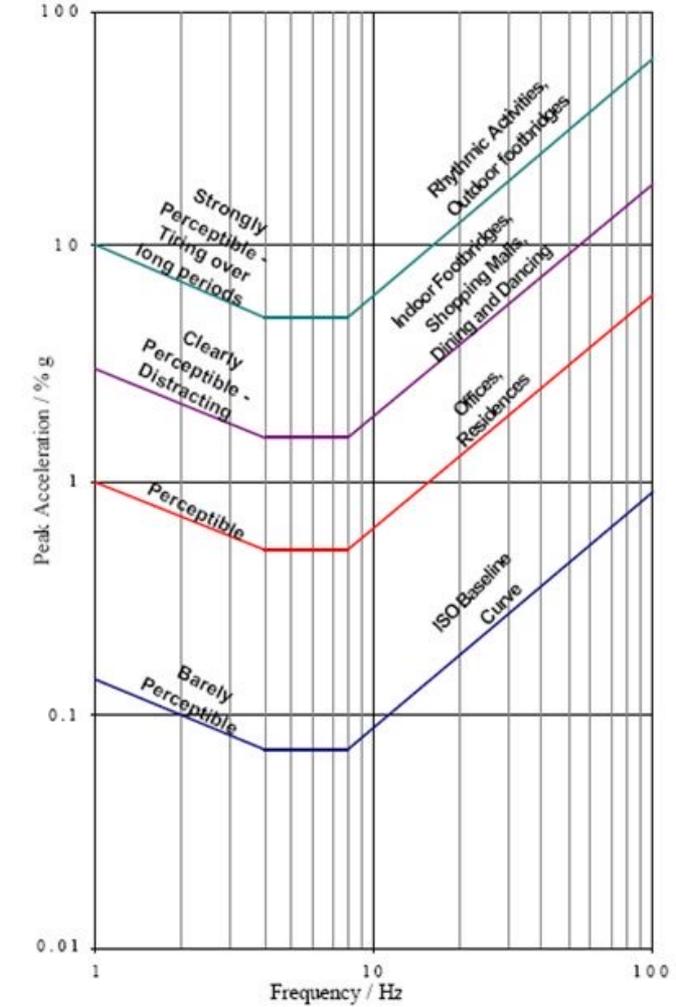


Mayor sensibilidad entre 4 y 8 Hz

RESPUESTA HUMANA A LAS VIBRACIONES

PERCEPCIÓN DE LAS VIBRACIONES

- Depende de la aceleración de la vibración para frecuencias menores que 8 Hz
- Depende de la velocidad de la vibración para frecuencias mayores que 8 Hz
- Exhibe un comportamiento logarítmico, del mismo modo que ocurre con la percepción auditiva subjetiva del volumen
- Aumenta al incrementarse la duración de la vibración
- Disminuye en función de la proximidad y conocimiento de la fuente de vibración y en función de la actividad que se realice



1. Dinámica de estructuras
 1. Sistemas de un grado de libertad
 2. Sistemas de varios grados de libertad
 3. Sistemas continuos
2. **Vibraciones en estructuras**
 1. Fuentes de excitación
 2. Respuesta humana a las vibraciones
 3. **Verificación en entrepisos**

8.2. Estados Límite de Servicio (ELS) - Vibraciones

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

GENERALIDADES

(1) It shall be ensured that the actions which can be reasonably anticipated on a member, component or structure, do not cause vibrations that can impair the function of the structure or cause unacceptable discomfort to the users. The requirements for the respective floor performance levels given in Table 9.1 shall be applied.

Table 9.1 — Floor vibration criteria according to the floor performance level

Criteria	Floor performance levels					
	I	II	III	IV	V	VI
Response factor R	4	8	12	24	36	48
<u>Upper deflection limit</u> $w_{lim,max}$ in mm	0,25		0,5	1,0	1,5	2,0
<u>Stiffness criteria</u> for all floors	$w_{1kN} \leq w_{lim}$ mm					
<u>Frequency criteria</u> for all floors	$f_1 \geq 4,5$ Hz					
<u>Acceleration criteria</u> for resonant vibration design situations ($f_1 < f_{1,lim}$)	$a_{rms} \leq 0,005 R$ m/s ²					
<u>Velocity criteria</u> for all floors	$v_{rms} \leq 0,0001 R$ m/s					

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

GENERALIDADES Y COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO

(2) The vibration level should be estimated by calculation taking into account the mean stiffness, mass and damping of the member, component or structure.

(3) For floors, unless other values are proven to be more appropriate, the modal damping ratio may be assumed as:

- $\zeta = 0,02$ for joisted floors,
- $\zeta = 0,025$ for timber-concrete floors, rib type floors and slab type (e.g. CLT, LVL, GLVL, GL) floors,
- $\zeta = 0,03$ for joisted floors with a floating floor layer,
- $\zeta = 0,04$ for timber-concrete floors, rib type floors and slab type (e.g. CLT, LVL, GLVL, GL) floors with a floating floor layer.

(4) The damping values may alternatively be obtained by on-site testing applying EN 16929.

ArcelorMittal elaboró una guía en la que recomienda considerar el amortiguamiento debido al amoblamiento y a las terminaciones

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO

Type	Damping (% of critical damping)
Structural Damping D_1	
Wood	0% 2%
Concrete	2%
Steel	1%
Composite (steel-concrete)	1%
Damping due to furniture D_2	
Traditional office for 1 to 3 persons with separation walls	2%
Paperless office	0%
Open plan office	1%
Library	1%
Houses	1%
Schools	0%
Gymnastic	0%
Damping due to finishes D_3	
Ceiling under the floor	1%
Free floating floor	0%
Swimming screed	1%
Total Damping $D = D_1 + D_2 + D_3$	

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CONSIDERACIONES

El punto 9.3.3. establece las consideraciones generales para la **verificación de entrepisos bajo la acción de vibraciones inducidas por las personas.**

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CONSIDERACIONES

El punto 9.3.3. establece las consideraciones generales para la **verificación de entrepisos bajo la acción de vibraciones inducidas por las personas**.

1. El método aplica a **zonas de actividades domésticas y residenciales, zonas de oficinas y zonas comerciales**. También aplica a las **zonas donde pueda congregarse la gente sin realizar actividades especiales**. Por ejemplo, no comprende salones de baile, salas de conciertos, terrazas y zonas de acceso, entre otros.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CONSIDERACIONES

El punto 9.3.3. establece las consideraciones generales para la **verificación de entrepisos bajo la acción de vibraciones inducidas por las personas**.

1. El método aplica a zonas de actividades domésticas y residenciales, zonas de oficinas y zonas comerciales. También aplica a las zonas donde pueda congregarse la gente sin realizar actividades especiales. Por ejemplo, no comprende salones de baile, salas de conciertos, terrazas y zonas de acceso, entre otros.
2. Se asumen las siguientes **frecuencias de pasos de las personas**:
 - $f_w = 1.5$ Hz para zonas residenciales.
 - $f_w = 2.0$ Hz para otras zonas con menos de 10 m libres.
 - $f_w = 2.5$ Hz para otras zonas con más de 10 m libres.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CONSIDERACIONES

El punto 9.3.3. establece las consideraciones generales para la **verificación de entrepisos bajo la acción de vibraciones inducidas por las personas**.

1. El método aplica a zonas de actividades domésticas y residenciales, zonas de oficinas y zonas comerciales. También aplica a las zonas donde pueda congregarse la gente sin realizar actividades especiales. Por ejemplo, no comprende salones de baile, salas de conciertos, terrazas y zonas de acceso, entre otros.
2. Se asumen las siguientes frecuencias de pasos de las personas:
 - $f_w = 1.5$ Hz para zonas residenciales.
 - $f_w = 2.0$ Hz para otras zonas con menos de 10 m libres.
 - $f_w = 2.5$ Hz para otras zonas con más de 10 m libres.
8. La carga considerada debe incluir la carga muerta y un **10 % de la sobrecarga de uso**.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CONSIDERACIONES

El punto 9.3.3. establece las consideraciones generales para la **verificación de entrepisos bajo la acción de vibraciones inducidas por las personas**.

1. El método aplica a zonas de actividades domésticas y residenciales, zonas de oficinas y zonas comerciales. También aplica a las zonas donde pueda congregarse la gente sin realizar actividades especiales. Por ejemplo, no comprende salones de baile, salas de conciertos, terrazas y zonas de acceso, entre otros.
2. Se asumen las siguientes frecuencias de pasos de las personas:
 - $f_w = 1.5$ Hz para zonas residenciales.
 - $f_w = 2.0$ Hz para otras zonas con menos de 10 m libres.
 - $f_w = 2.5$ Hz para otras zonas con más de 10 m libres.
8. La carga considerada debe incluir la carga muerta y un 10 % de la sobrecarga de uso.
13. Las rigideces deben considerar las deformaciones debidas a los momentos, a los cortantes, a los apoyos y a las uniones, cuando corresponda.
15. Se puede considerar la contribución de los elementos secundarios y no estructurales.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

FRECUENCIA FUNDAMENTAL DE VIBRACIÓN

(1) For single or double span floors that are approximately rectangular in plan and are one- or two-way spanning directly onto rigid supports, and primarily subject to uniform loading, the fundamental frequency f_1 of the floor may be taken as follows:

$$f_1 = k_{e,1} k_{e,2} \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \quad (9.12)$$

$$k_{e,2} = \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{l}{b}\right)^4 (EI)_T}{(EI)_L}} \quad (9.13)$$

$k_{e,1}$ is the frequency factor in the case of a double span floor on rigid supports taken from Table 9.2. (in the case of a single span: $k_{e,1} = 1,0$);

$k_{e,2}$ is the frequency factor to consider the effect of the transverse floor stiffness taken as in Formula (9.13) (in the case of a one way span floor: $k_{e,2} = 1,0$);

l is the floor span (the longer span in the case of double span floor);

$(EI)_L$ is the floor bending stiffness in direction of the span per metre width as stated in 9.3.3(13) - (15);

m is the floor mass per unit area, as stated in 9.3.3(9);

b is the floor width;

$(EI)_T$ is the floor bending stiffness transverse to floor span per metre width as stated in 9.3.3(13) - (15).

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

FRECUENCIA FUNDAMENTAL DE VIBRACIÓN

(2) Formula (9.12) may be replaced by Formula (9.14), which allows the consideration of more factors affecting the deflection, for instance when floors are spanning on one or more non-rigid supports or when not only subject to uniform loading:

$$f_1 = k_{e,1} k_{e,2} \frac{18}{\sqrt{w_{\text{sys}}}} \quad (9.14)$$

$$k_{e,2} = \sqrt{1 + \frac{\left(\frac{l}{b}\right)^4 (EI)_T}{(EI)_L}} \quad (9.13)$$

- f_1 is the floor fundamental frequency, in Hz;
- $k_{e,1}$ is the frequency factor in the case of a double span floor on rigid supports taken from Table 9.2 (in the case of a single span: $k_{e,1} = 1,0$);
- $k_{e,2}$ is the frequency factor to consider the effect of the transverse floor stiffness calculated from Formula (9.13) (in the case of a one way span floor: $k_{e,2} = 1,0$);
- w_{sys} is the deflection of a single span floor (including the effect of any supporting beams, shear and connections in composite structures) under the load induced by the floor mass m as stated in 9.3.3(9), in mm.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

FRECUENCIA FUNDAMENTAL DE VIBRACIÓN

(1) For single or double span floors that are approximately rectangular in plan and are one- or two-way spanning directly onto rigid supports, and primarily subject to uniform loading, the fundamental frequency f_1 of the floor may be taken as follows:

$$f_1 = k_{e,1} k_{e,2} \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \quad (9.12)$$

(2) Formula (9.12) may be replaced by Formula (9.14), which allows the consideration of more factors affecting the deflection, for instance when floors are spanning on one or more non-rigid supports or when not only subject to uniform loading:

$$f_1 = k_{e,1} k_{e,2} \frac{18}{\sqrt{w_{sys}}} \quad (9.14)$$

l_2/l^a	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
$k_{e,1}^b$	1,00	1,09	1,16	1,21	1,25	1,28	1,32	1,36	1,41
^a l is the longer span as used in Formulae (9.12) and (9.14), l_2 the shorter span of a double span floor, in m.									
^b Intermediate values may be obtained by linear interpolation.									

f_1 también se puede determinar a partir de un **modelo basado en el MEF**

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

FRECUENCIA FUNDAMENTAL DE VIBRACIÓN

Debe verificarse que la frecuencia fundamental de vibración (f_1) sea **mayor a 4.5 Hz**.

Si este criterio no se cumple, se debe hacer un estudio especial

(no necesariamente implica que el entrepiso no cumpla)

Table 9.1 — Floor vibration criteria according to the floor performance level

Criteria	Floor performance levels					
	I	II	III	IV	V	VI
Response factor R	4	8	12	24	36	48
<u>Upper deflection limit</u> $w_{lim,max}$ in mm	0,25		0,5	1,0	1,5	2,0
<u>Stiffness criteria</u> for all floors	$w_{1kN} \leq w_{lim}$ mm					
<u>Frequency criteria</u> for all floors	$f_1 \geq 4,5$ Hz					
<u>Acceleration criteria</u> for resonant vibration design situations ($f_1 < f_{1,lim}$)	$a_{rms} \leq 0,005 R$ m/s ²					
<u>Velocity criteria</u> for all floors	$v_{rms} \leq 0,0001 R$ m/s					

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE RIGIDEZ

(1) The maximum deflection $w_{1\text{kN}}$ due to a vertical static point load $F = 1$ kN positioned in the most unfavourable position, at the maximum amplitude of the corresponding vibration mode, of a single span floor strip having an effective width b_{ef} should fulfil the requirements given in Table 9.1.

NOTE Multi-span floors can transfer vibration across the floor bays.

(2) The maximum deflection $w_{1\text{kN}}$ due to a vertical static point load $F = 1$ kN positioned in the midspan of a single span floor may be taken as follows:

$$w_{1\text{kN}} = \frac{F l^3}{48 (EI)_L b_{\text{ef}}} \quad \text{¿deformación por corte?} \quad (9.17)$$

where

- F is the vertical static point load of 1 kN positioned in the most unfavourable position;
- l is the floor span;
- $(EI)_L$ is the bending stiffness along the floor span per metre width as stated in 9.3.3(13) – (15);
- b_{ef} is the effective width.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE RIGIDEZ

(2) The maximum deflection $w_{1\text{kN}}$ due to a vertical static point load $F = 1$ kN positioned in the midspan of a single span floor may be taken as follows:

$$w_{1\text{kN}} = \frac{F l^3}{48 (EI)_L b_{\text{ef}}} \quad (9.17)$$

(3) The effective width b_{ef} for a floor with uniform transverse bending stiffness across its width may be taken as follows:

$$b_{\text{ef}} = \min \left\{ 0,95l \left(\frac{(EI)_T}{(EI)_L} \right)^{0,25} ; b \right\} \quad (9.18)$$

where

l is the floor span, in m;

$(EI)_T$ is the bending stiffness transverse to the floor span per metre width as stated in 9.3.3(13) – (14);

$(EI)_L$ is the bending stiffness along the floor span per metre width as stated in 9.3.3(13) – (15);

b is the floor width.

La norma provee otros valores de b_{ef} para otras condiciones estructurales

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE RIGIDEZ

(4) The actual limit of the maximum deflection w_{1kN} stated in 9.3.5(1) for the stiffness criteria should be taken as follows:

$$0,5 \leq w_{lim} = \begin{cases} w_{lim,max} & \text{when } w_{lim,max} \leq 0,5 \\ \frac{150R}{l} \leq w_{lim,max} & \text{when } w_{lim,max} > 0,5 \end{cases} \quad (9.30)$$

Table 9.1 — Floor vibration criteria according to the floor performance level

Criteria	Floor performance levels					
	I	II	III	IV	V	VI
Response factor R	4	8	12	24	36	48
<u>Upper deflection limit</u> $w_{lim,max}$ in mm	0,25		0,5	1,0	1,5	2,0
<u>Stiffness criteria</u> for all floors	$w_{1kN} \leq w_{lim}$ mm					
<u>Frequency criteria</u> for all floors	$f_1 \geq 4,5$ Hz					
<u>Acceleration criteria</u> for resonant vibration design situations ($f_1 < f_{1,lim}$)	$a_{rms} \leq 0,005 R$ m/s ²					
<u>Velocity criteria</u> for all floors	$v_{rms} \leq 0,0001 R$ m/s					

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE ACELERACIÓN

(2) The root mean square value of acceleration a_{rms} should be taken as follows:

$$a_{\text{rms}} = \frac{k_{\text{res}} \mu_{\text{res}} F_{\text{dyn}}}{\sqrt{2} 2 \zeta M^*} \quad (9.21)$$

$$k_{\text{res}} = \max\left\{0,19 \left(\frac{b}{l}\right) \left(\frac{(EI)_L}{(EI)_T}\right)^{0,25}; 1,0\right\} \quad (9.22)$$

where

k_{res} is the factor to account for higher modes of vibration, as calculated from Formula (9.22);

μ_{res} is the resonant build-up factor, which may be taken as $\mu_{\text{res}} = 0,4$;

F_{dyn} is the vertical dynamic force caused by the assumed weight of a walking person and should be taken as $F_{\text{dyn}} = 50 \text{ N}$;

ζ is the modal damping ratio as stated in 9.3.1(3);

M^* is the modal mass as defined in 9.3.6(3), in kg.

NOTE 1 μ_{res} is a factor that accounts for the fact that full resonant build-up will not occur and that the walker rarely walks at centre span. A value of at least 0,8 is reasonable for floors where the walker can walk a distance of more than 10 m unobstructed in a single direction. The upper threshold for this factor is 1 when full resonant response does occur and when the walker is at midspan.

NOTE 2 The factor $\sqrt{2}$ in the denominator converts the acceleration response from a peak value to a root mean square value.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE ACELERACIÓN

(2) The root mean square value of acceleration a_{rms} should be taken as follows:

$$a_{\text{rms}} = \frac{k_{\text{res}} \mu_{\text{res}} F_{\text{dyn}}}{\sqrt{2} 2 \zeta M^*} \quad (9.21) \quad k_{\text{res}} = \max\left\{0,19 \left(\frac{b}{l}\right) \left(\frac{(EI)_L}{(EI)_T}\right)^{0,25}; 1,0\right\} \quad (9.22)$$

(3) In the case of a single span floor, the modal M^* mass should be taken as follows:

$$M^* = \frac{m l b}{4} \quad (9.23)$$

where

- m is the floor mass per unit area, as stated in 9.3.3(8) – (9);
- l is the floor span length;
- b is the floor width.

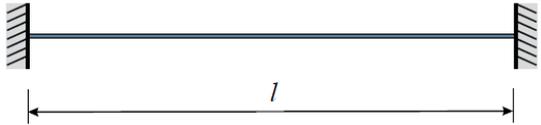
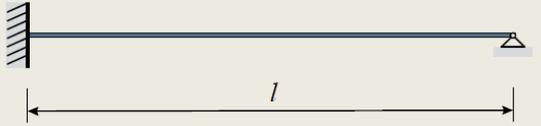
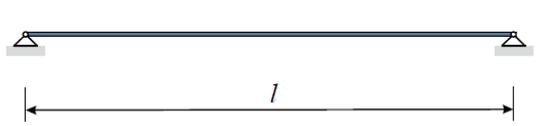
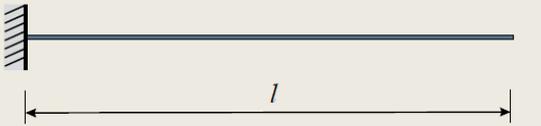
Existen otros criterios para otras configuraciones estructurales

En casos complejos, la masa modal se puede determinar a partir de un modelo basado en el MEF

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE ACELERACIÓN

Masa modal de vigas

Support Conditions	Natural Frequency	Modal Mass
	$f = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{3 EI}{0.37 \mu l^4}}$	$M_{\text{mod}} = 0.41 \mu l$
	$f = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3 EI}{0.2 \mu l^4}}$	$M_{\text{mod}} = 0.45 \mu l$
	$f = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3 EI}{0.49 \mu l^4}}$	$M_{\text{mod}} = 0.5 \mu l$
	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3 EI}{0.24 \mu l^4}}$	$M_{\text{mod}} = 0.64 \mu l$

When mode shape deflections are determined by FEA:

$$M_{\text{mod}} = \sum_{\text{Nodes } i} \delta_i^2 dM_i$$

Where:

δ_i is the vertical deflection at node i (normalised to the maximum deflection)

dM_i is the mass of the floor represented at node i

If the function $\delta(x,y)$ represents the exact solution for the mode shape the above described equation also yields to the exact modal mass.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE ACELERACIÓN

Debe verificarse que la aceleración calculada (a_{rms}) cumpla con la **Tabla 9.1**.

Este criterio solo se debe verificar cuando $f_1 < f_{1,lim}$

$$f_{1,lim} = \max \left\{ \begin{array}{l} 4 f_w \text{ (frecuencia de los pasos)} \\ 8 \text{ Hz para los niveles de desempeño I a V} \\ 7 \text{ Hz para el nivel de desempeño VI} \end{array} \right.$$

Table 9.1 — Floor vibration criteria according to the floor performance level

Criteria	Floor performance levels					
	I	II	III	IV	V	VI
Response factor R	4	8	12	24	36	48
<u>Upper deflection limit</u> $w_{lim,max}$ in mm	0,25		0,5	1,0	1,5	2,0
<u>Stiffness criteria</u> for all floors	$w_{1kN} \leq w_{lim}$ mm					
<u>Frequency criteria</u> for all floors	$f_1 \geq 4,5$ Hz					
<u>Acceleration criteria</u> for resonant vibration design situations ($f_1 < f_{1,lim}$)	$a_{rms} \leq 0,005 R$ m/s ²					
<u>Velocity criteria</u> for all floors	$v_{rms} \leq 0,0001 R$ m/s					

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE VELOCIDAD

(2) The root mean square value of velocity should be approximated with Formulae (9.24) – (9.29).

(3) The mean modal impulse $I_{\text{mod,mean}}$ should be taken as follows:

$$I_{\text{mod,mean}} = \frac{42 f_w^{1,43}}{f_1^{1,3}} \quad (9.24)$$

f_w is the walking frequency as stated in 9.3.3(2), in Hz;

f_1 is the floor fundamental frequency, in Hz.

(4) The peak velocity in the fundamental mode should be taken as follows:

$$v_{1,\text{peak}} = k_{\text{red}} \frac{I_{\text{mod,mean}}}{(M^* + 70)} \rightarrow 70 \text{ kg corresponde a la masa de una persona} \quad (9.25)$$

$v_{1,\text{peak}}$ is the peak velocity response, in m/s;

k_{red} is the reduction factor which may be taken as $k_{\text{red}} = 0,7$;

$I_{\text{mod,mean}}$ is the mean modal impulse as calculated from Formula (9.24), in Ns;

M^* is the floor modal mass as calculated from Formula (9.23), in kg.

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE VELOCIDAD

(5) To consider the effect of higher vibration modes on the floor response, other than the fundamental mode, the peak velocity response should be multiplied by the factor k_{imp} as follows:

$$k_{\text{imp}} = \max \left\{ 0,48 \left(\frac{b}{l} \right) \left[\frac{(EI)_L}{(EI)_T} \right]^{0,25} ; 1,0 \right\} \quad (9.26)$$

where

k_{imp} is the factor accounting for the higher modes in the transient response;

b is the width of the floor;

l is the floor span;

$(EI)_L$ is the bending stiffness along the floor span per metre width as stated in 9.3.3(13) – (15);

$(EI)_T$ is the bending stiffness transverse to the floor span per metre width as stated in 9.3.3(13) – (15).

(6) The total velocity peak response should be taken as follows:

$$v_{\text{tot,peak}} = k_{\text{imp}} v_{1,\text{peak}} \rightarrow \text{diapositiva anterior} \quad (9.27)$$

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE VELOCIDAD

(7) The root mean square velocity v_{rms} should be taken as follows:

$$v_{\text{rms}} = v_{\text{tot,peak}} (0,65 - 0,01 f_1)(1,22 - 11,0 \zeta) \eta \quad (9.28)$$

with

diapositiva anterior

$$\eta = \begin{cases} 1,35 - 0,4 k_{\text{imp}} & \text{when } 1,0 \leq k_{\text{imp}} \leq 1,9 \text{ else } \eta = 0,59 \text{ (for joisted floors)} \\ 1,35 - 0,4 k_{\text{imp}} & \text{when } 1,0 \leq k_{\text{imp}} \leq 1,7 \text{ else } \eta = 0,67 \text{ (for all other floors)} \end{cases} \quad (9.29)$$

where

f_1 is the fundamental frequency, in Hz;

ζ is the modal damping ratio from 9.3.1(3).

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

CRITERIO DE VELOCIDAD

Debe verificarse que la velocidad calculada (v_{rms}) cumpla con la **Tabla 9.1**.

Table 9.1 — Floor vibration criteria according to the floor performance level

Criteria	Floor performance levels					
	I	II	III	IV	V	VI
Response factor R	4	8	12	24	36	48
<u>Upper deflection limit</u> $w_{lim,max}$ in mm	0,25		0,5	1,0	1,5	2,0
<u>Stiffness criteria</u> for all floors	$w_{1kN} \leq w_{lim}$ mm					
<u>Frequency criteria</u> for all floors	$f_1 \geq 4,5$ Hz					
<u>Acceleration criteria</u> for resonant vibration design situations ($f_1 < f_{1,lim}$)	$a_{rms} \leq 0,005 R$ m/s ²					
<u>Velocity criteria</u> for all floors	$v_{rms} \leq 0,0001 R$ m/s					

EUROCÓDIGO 5 – PARTE 1.1

ELECCIÓN DEL NIVEL DE DESEMPEÑO

Table 9.3 (NDP) — Recommended selection of floor performance levels for use categories A (residential) and B (office)

Use category	Quality choice	Base choice	Economy choice
A (residential) – multi-family block – single family house	levels I, II, III levels I, II, III, IV	level IV level V	level V level VI
B (office)	levels I, II, III	level IV	level V

Caso más usual



Table 9.1 — Floor vibration criteria according to the floor performance level

Criteria	Floor performance levels					
	I	II	III	IV	V	VI
Response factor R	4	8	12	24	36	48
<u>Upper deflection limit</u> $w_{lim,max}$ in mm	0,25		0,5	1,0	1,5	2,0
<u>Stiffness criteria</u> for all floors	$w_{1kN} \leq w_{lim}$ mm					
<u>Frequency criteria</u> for all floors	$f_1 \geq 4,5$ Hz					
<u>Acceleration criteria</u> for resonant vibration design situations ($f_1 < f_{1,lim}$)	$a_{rms} \leq 0,005 R$ m/s ²					
<u>Velocity criteria</u> for all floors	$v_{rms} \leq 0,0001 R$ m/s					



**Muchas gracias
por la atención**