



Estructuras de madera

7.7. Comprobaciones singulares en MLE

1. Introducción

2. Estado de tensiones en vigas curvas

3. Vigas de canto variable a un agua

4. Vigas de canto variable a dos aguas

5. Ejemplo calculo viga a dos aguas

7.7. Comprobaciones singulares en MLE

INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

1. VIGA A 1 AGUA



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

2. VIGA A 2 AGUAS, INTRADÓS RECTO

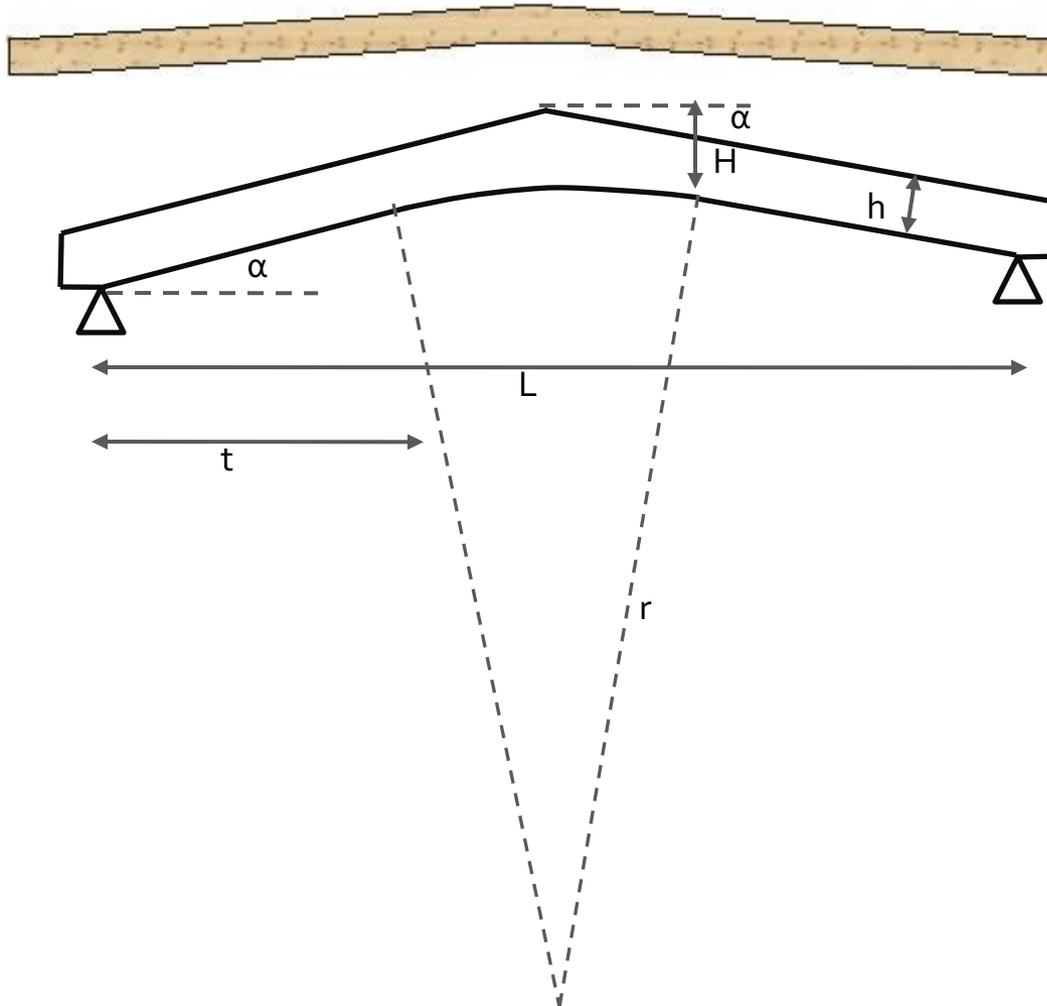


www.mediamadera.com



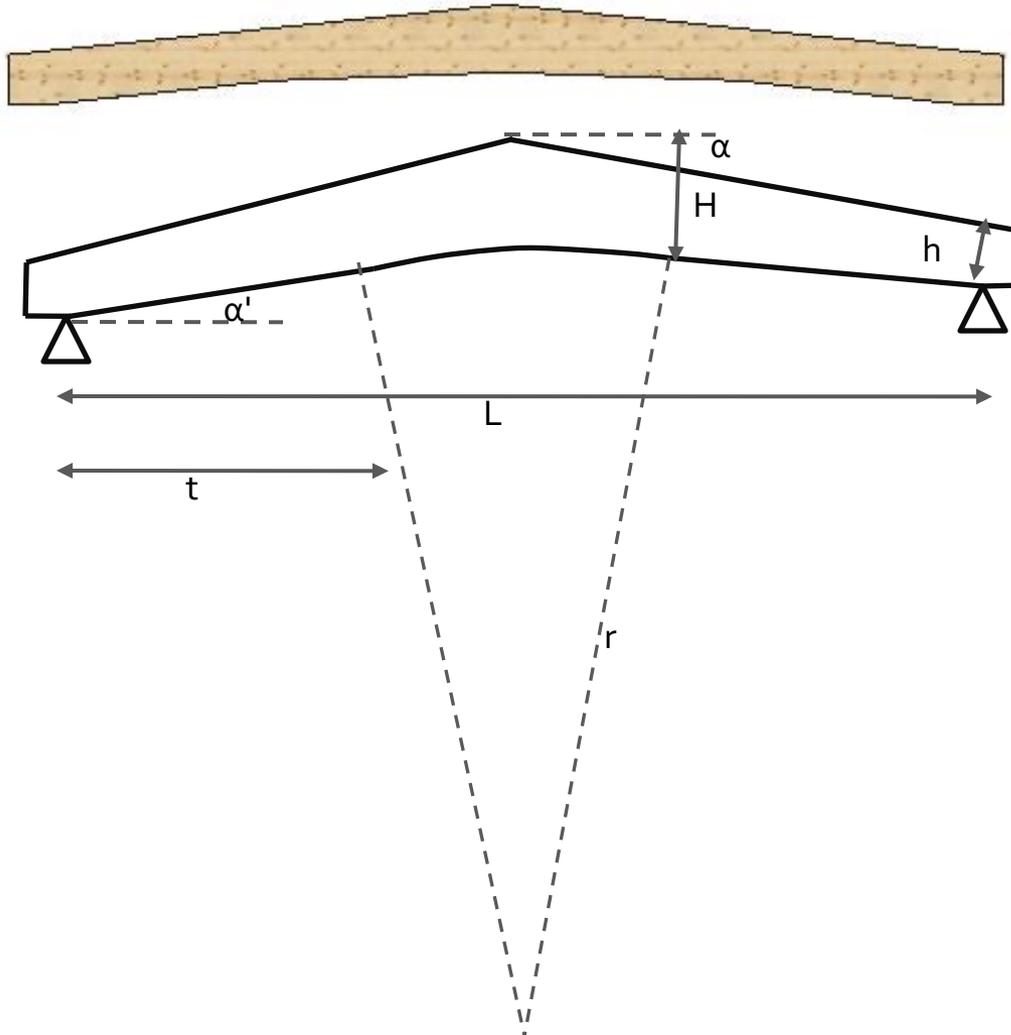
INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

3. VIGA A 2 AGUAS, INTRADÓS CURVO-RECTO (extremos canto cte.)



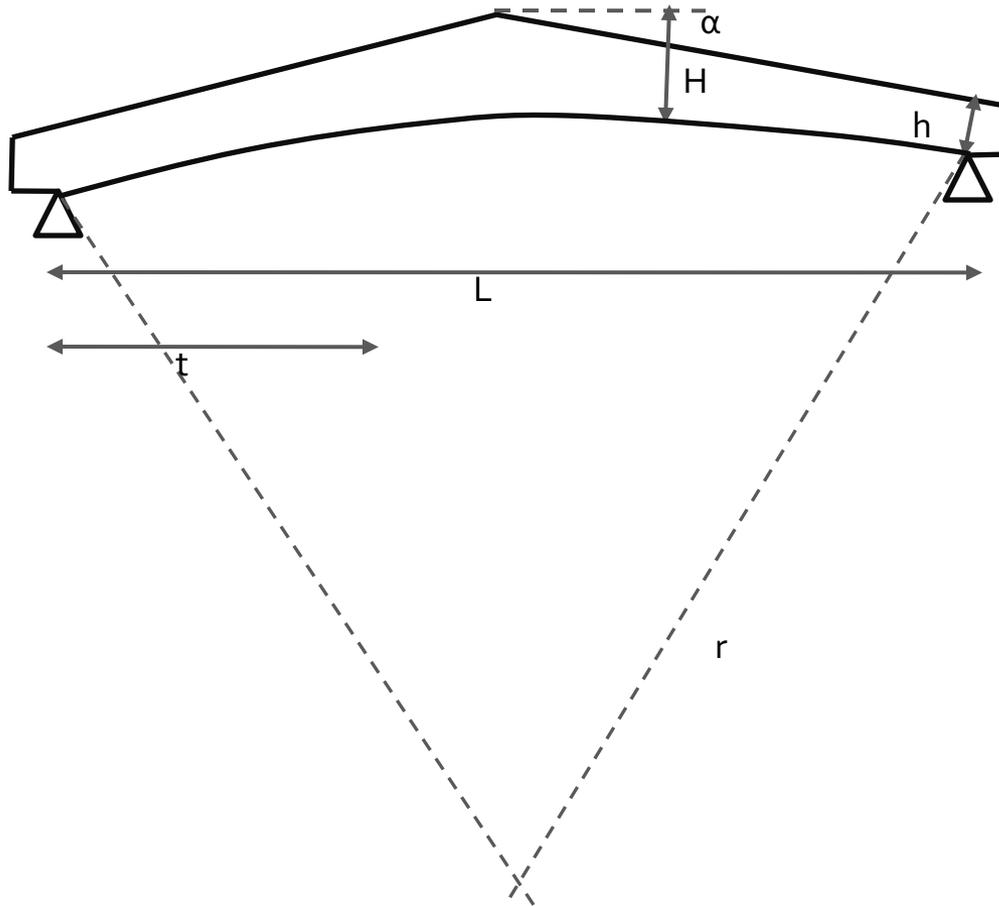
INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

4. VIGA A 2 AGUAS, INTRADÓS CURVO -RECTO (extremos canto vrble.)



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

5. VIGA A 2 AGUAS, INTRADÓS CURVO



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

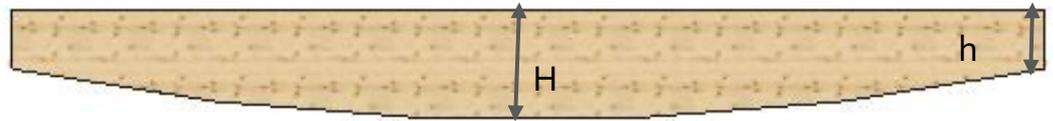
5. VIGA A 2 AGUAS, INTRADÓS CURVO

www.mediamadera.com



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

6. VIGA EN VIENTRE DE PEZ



www.mediamadera.com



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

7. VIGA CURVA SECCIÓN CONSTANTE



www.mediamadera.com

INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.



www.mediamadera.com

INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

8. VIGAS CURVAS SECCIÓN VARIABLE



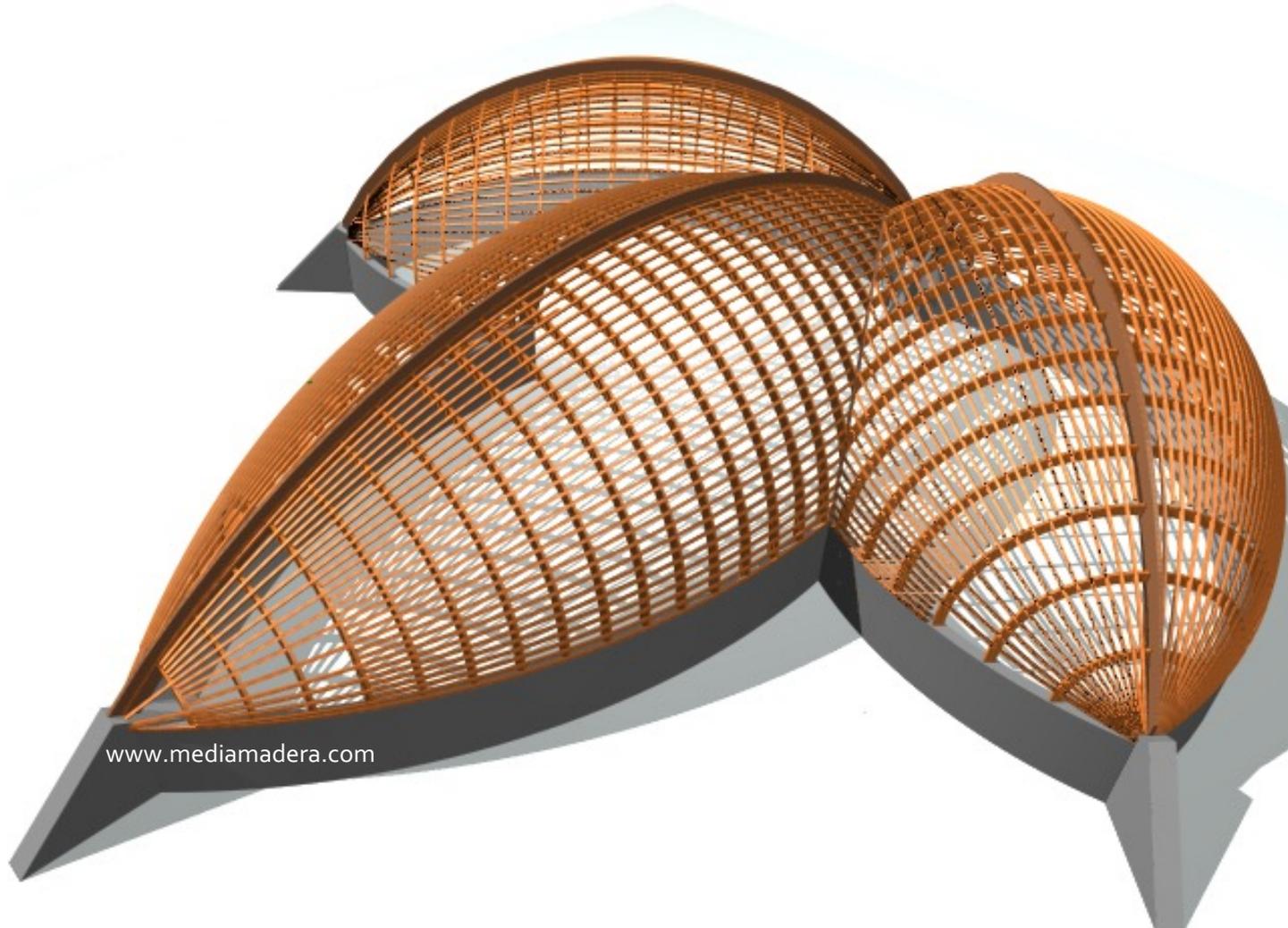
INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

8. VIGAS CURVAS SECCIÓN VARIABLE



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

9. ARCOS BIARTICULADOS SECCIÓN CTE.



www.mediamadera.com

INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

9. ARCOS BIARTICULADOS SECCIÓN CTE.



www.mediamadera.com

INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

10. ARCOS TRIARTICULADOS SECCIÓN CTE.



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

10. ARCOS TRIARTICULADOS SECCIÓN VBLE.

www.mediamadera.com



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

1.1. PÓRTICOS TRIARTICULADOS SECCIÓN VRBLE.

www.mediamadera.com



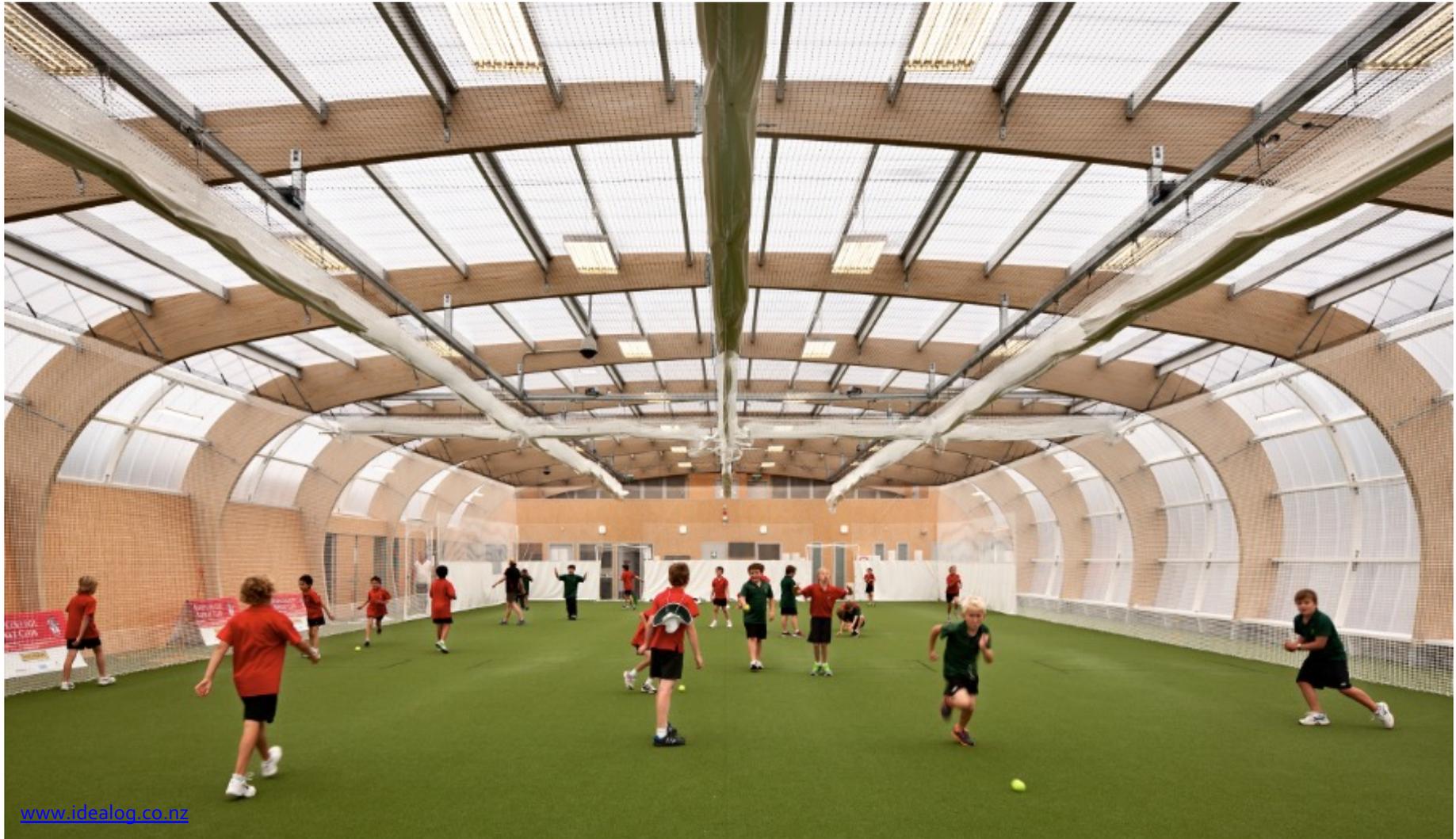
INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

1.1. PÓRTICOS TRIARTICULADOS SECCIÓN VRBLE.



INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

1.1. PÓRTICOS TRIARTICULADOS SECCIÓN VRBLE.



www.idealog.co.nz

INTRODUCCIÓN: Comprobaciones singulares en vigas M.L.E.

1. CANTO VARIABLE Y DESVÍO DE LA FIBRA

2. PIEZAS CURVAS

3. ZONA DE VÉRTICE

1. Introducción

2. Estado de tensiones en vigas curvas

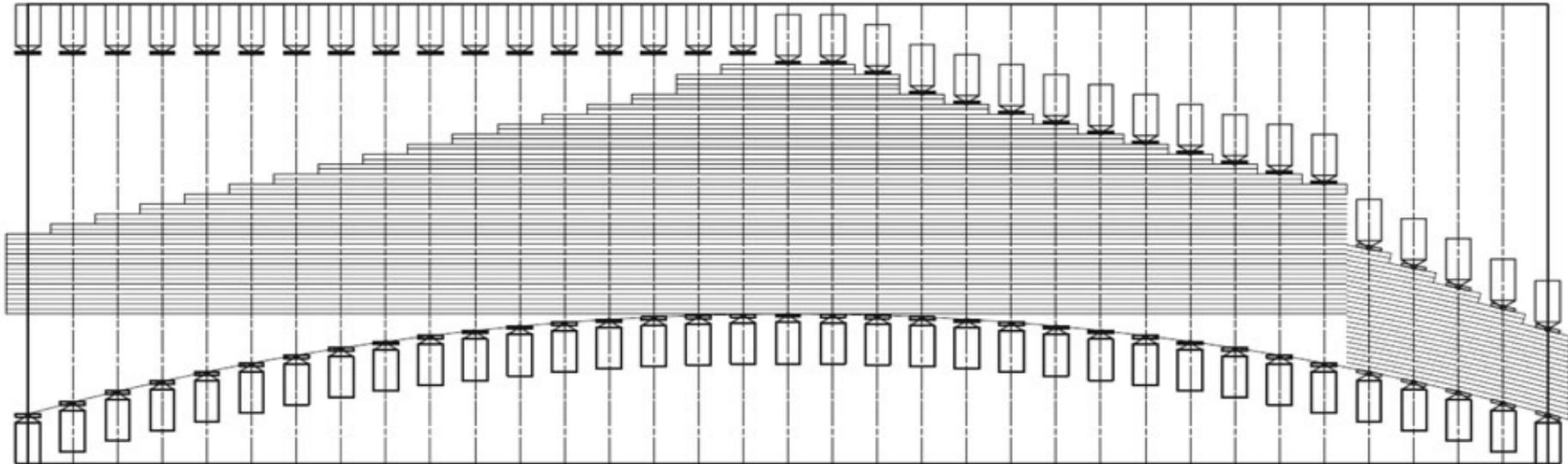
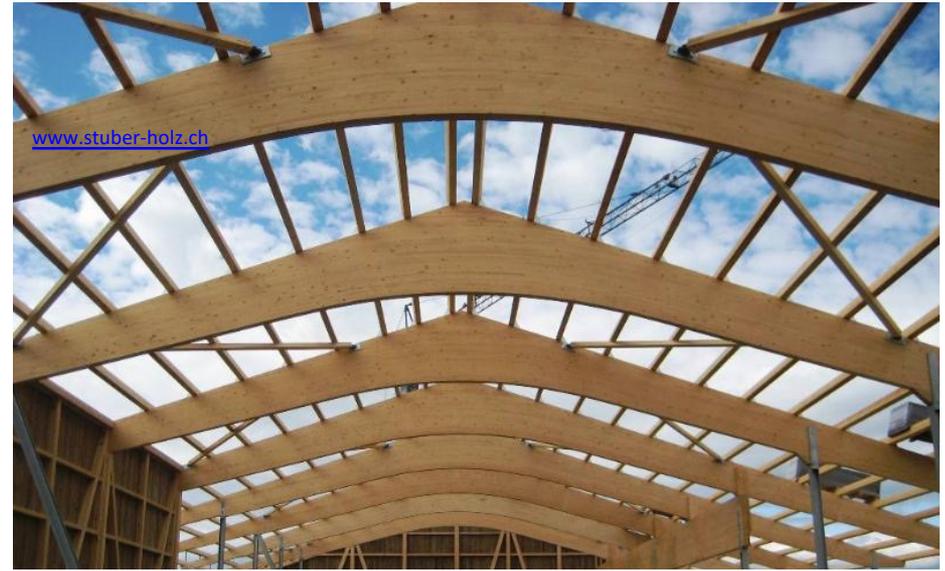
3. Vigas de canto variable a un agua

4. Vigas de canto variable a dos aguas

5. Ejemplo calculo viga a dos aguas

7.7. Comprobaciones
singulares en MLE

INTRODUCCIÓN: curvado



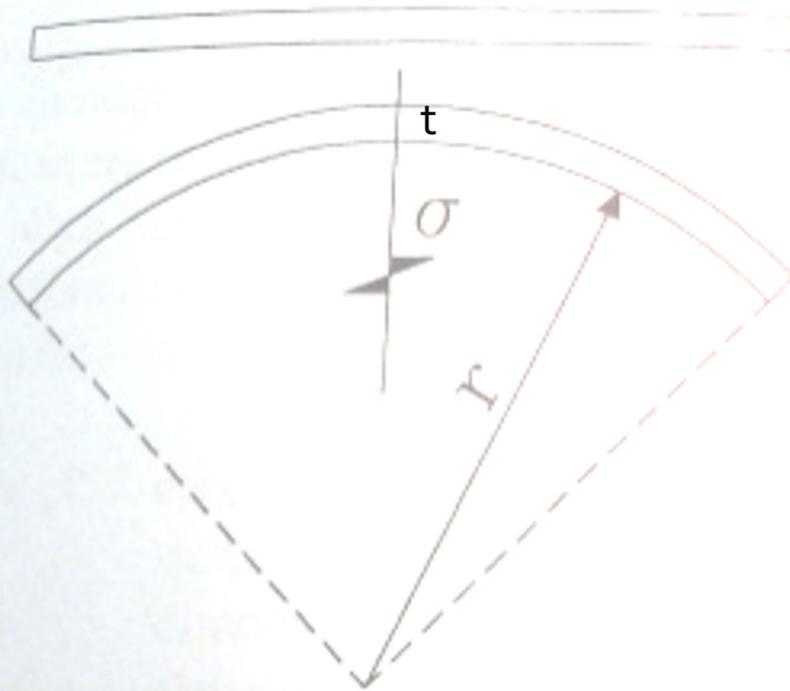
www.hess-timber.com

INTRODUCCIÓN: curvado

CURVADO DE LAS VIGAS DE M.L.E.



TENSIONES DE FLEXIÓN EN LA SECCIÓN DE LA LÁMINA



En el curvado se pueden alcanzar tensiones en la lámina que igualen los valores característicos de la resistencia a flexión.

Ejemplo:

$$r/t=200 \text{ y } E=10.000\text{N/mm}^2$$



$$\sigma_{\text{máx}}= 25 \text{ N/mm}^2$$

Argüelles y Arriaga, 2000

TENSIÓN MÁXIMA DE LA LÁMINA EN EL CURVADO: $\sigma = E \cdot t / 2 \cdot r$

E: módulo de elasticidad longitudinal

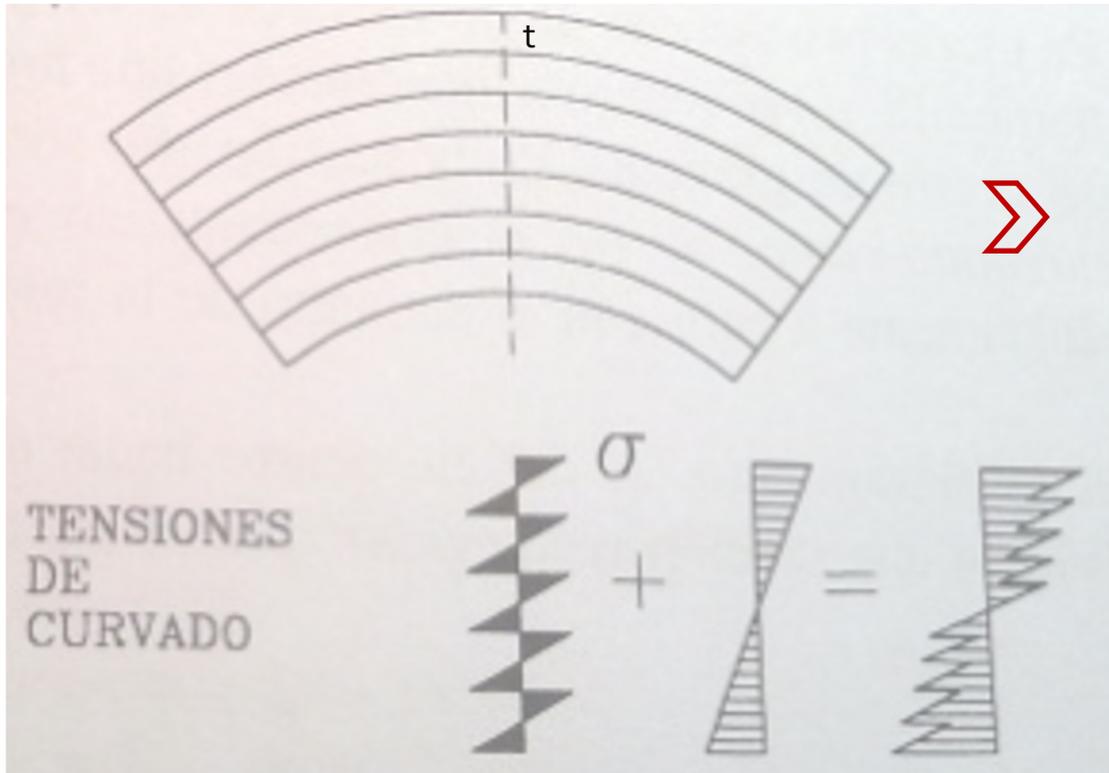
t: espesor de la lámina

r: radio de curvatura de la lámina

INTRODUCCIÓN: curvado

CURVADO DE LAS VIGAS DE M.L.E.

TENSIONES DE FLEXIÓN EN LA SECCIÓN DE LA LÁMINA



Argüelles y Arriaga, 2000

DISMINUCIÓN DE LA RESISTENCIA

¿CUÁNTO?

 k_r $r/t \geq 240$ $k_r=1$ $r/t < 240$ $k_r=0.76+0.001 \cdot (r/t)$ (Se recomienda: $r/t > 125$)

¿DÓNDE SE APLICARÍA?

Resistencia a flexión (EC-5)

INTRODUCCIÓN: curvado

ESTADO DE TENSIONES

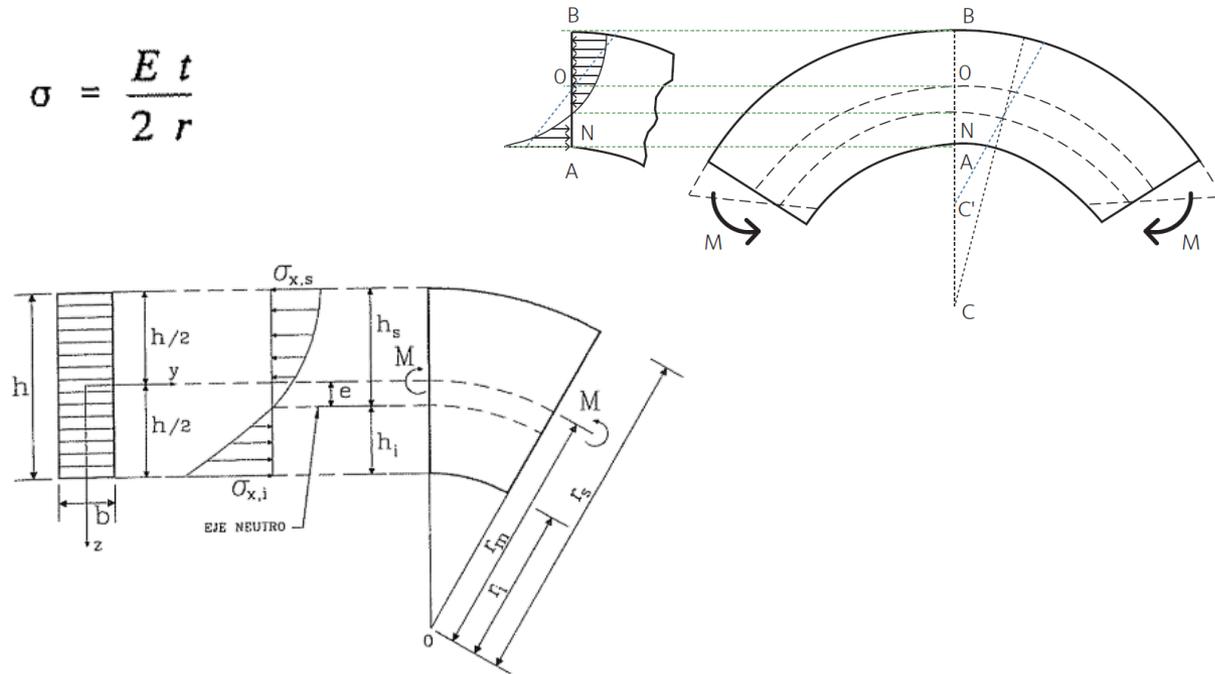
TENSIONES NORMALES

FLEXIÓN VIGAS CURVAS

DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES NO LINEAL, SINO HIPERBÓLICA:

DESCENSO DE LA FIBRA NEUTRA HACIA EL INTRADÓS DE LA PIEZA (e)

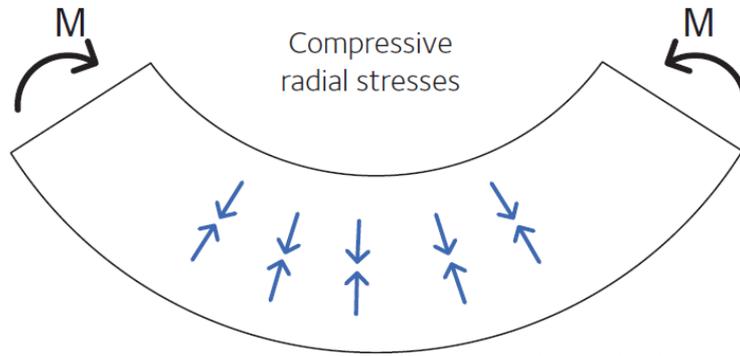
$$\sigma = \frac{E t}{2 r}$$



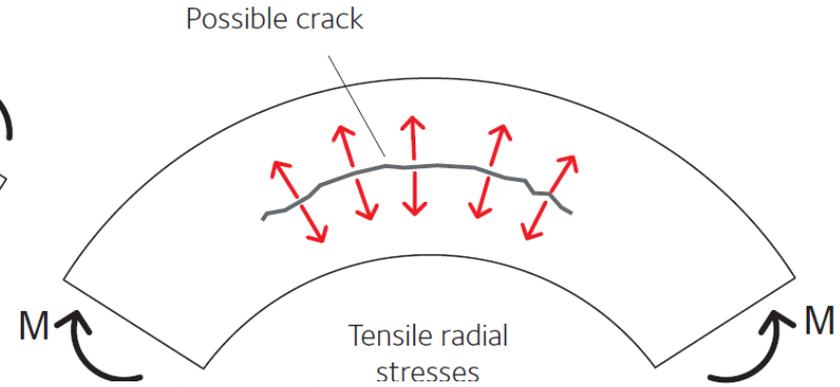
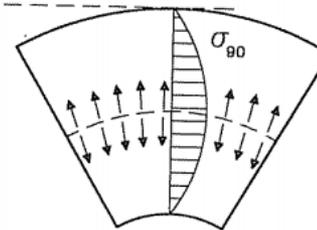
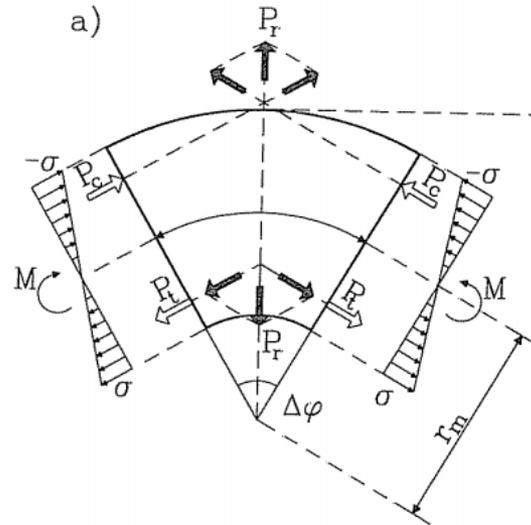
INTRODUCCIÓN: curvado

ESTADO DE TENSIONES

TENSIONES RADIALES PERPENDICULAR A LA FIBRA



a)

b) LEY DE DISTRIBUCION DE TENSIONES RADIALES σ_{90} 

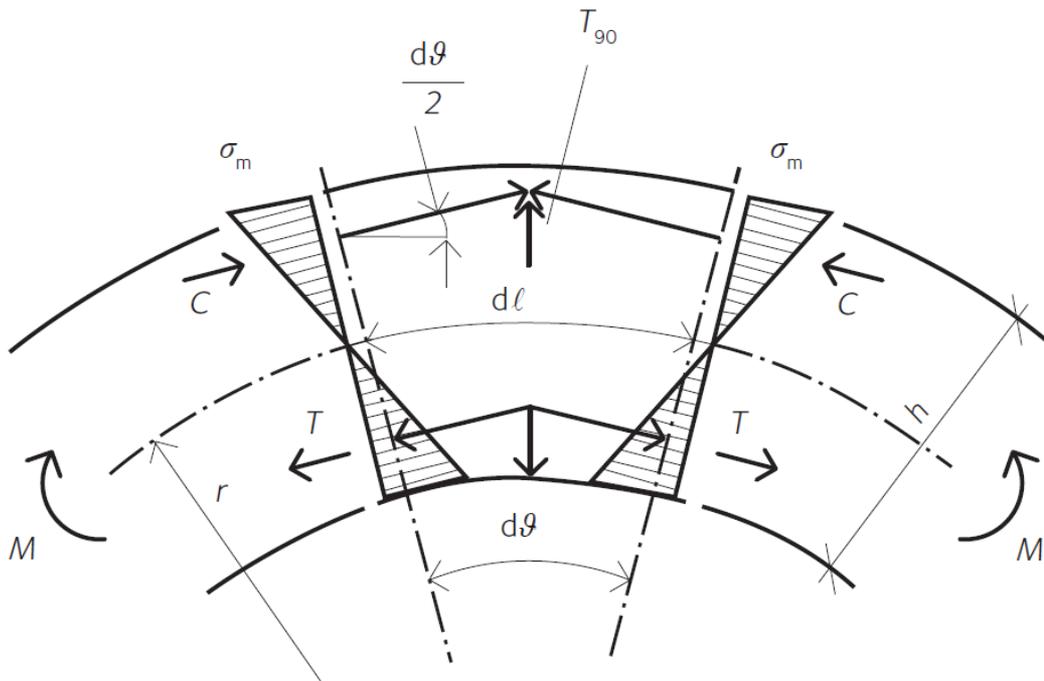
$$\sigma_{90} = \frac{h}{4r} \frac{6M}{bh^2}$$

TENSIONES RADIALES

INTRODUCCIÓN: curvado

ESTADO DE TENSIONES

TENSIONES RADIALES PERPENDICULAR A LA FIBRA

Pieza curva sometida a un momento flector (M)Simplificación: distribución lineal de tensiones (σ_c y σ_t)

$$T_{90} \approx 2 \cdot C \cdot \frac{d\vartheta}{2} = C \cdot d\vartheta$$

$$C = -T = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_m \cdot b \cdot \frac{h}{2} \right)$$

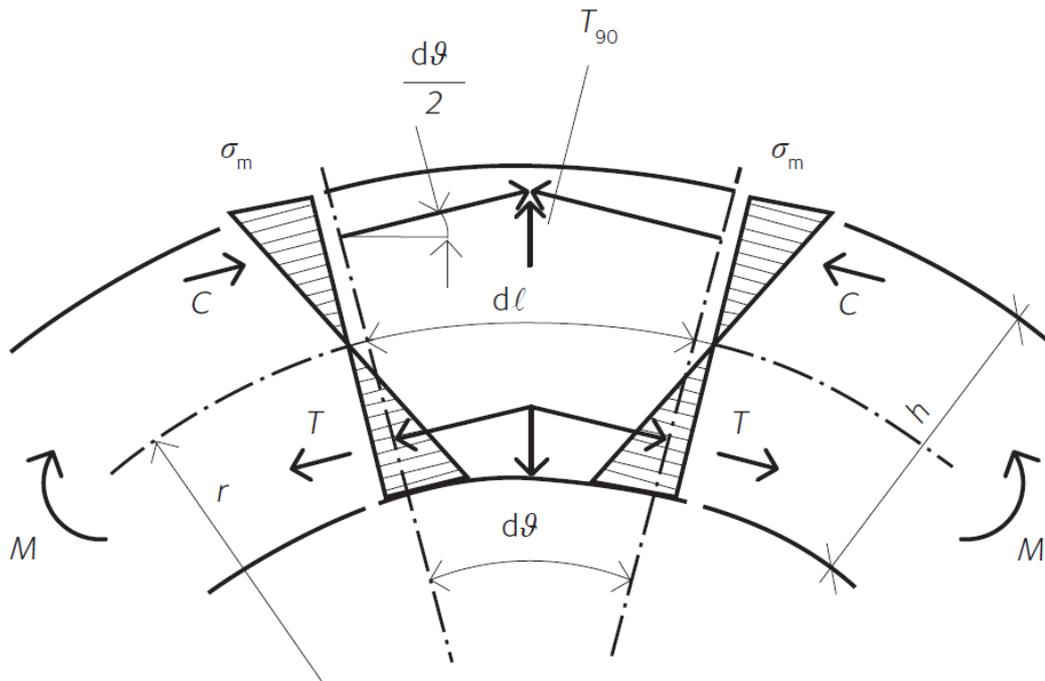
$$dl = r \cdot d\vartheta$$

$$\sigma_{t,90} = \frac{T_{90}}{b \cdot dl} = \frac{h}{4 \cdot r} \cdot \sigma_m = k_p \cdot \sigma_m$$

INTRODUCCIÓN: curvado

ESTADO DE TENSIONES

TENSIONES RADIALES PERPENDICULAR A LA FIBRA

Pieza curva sometida a un momento flector (M)Simplificación: distribución lineal de tensiones (σ_c y σ_t)

$$\sigma_{t,90} = \frac{T_{90}}{b \cdot dl} = \frac{h}{4 \cdot r} \cdot \sigma_m = k_p \cdot \sigma_m$$

$$k_p = k_5 + k_6 \left(\frac{h_{ap}}{r_m} \right) + k_7 \left(\frac{h_{ap}}{r_m} \right)^2$$

$$k_5 = 0,2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2,6 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

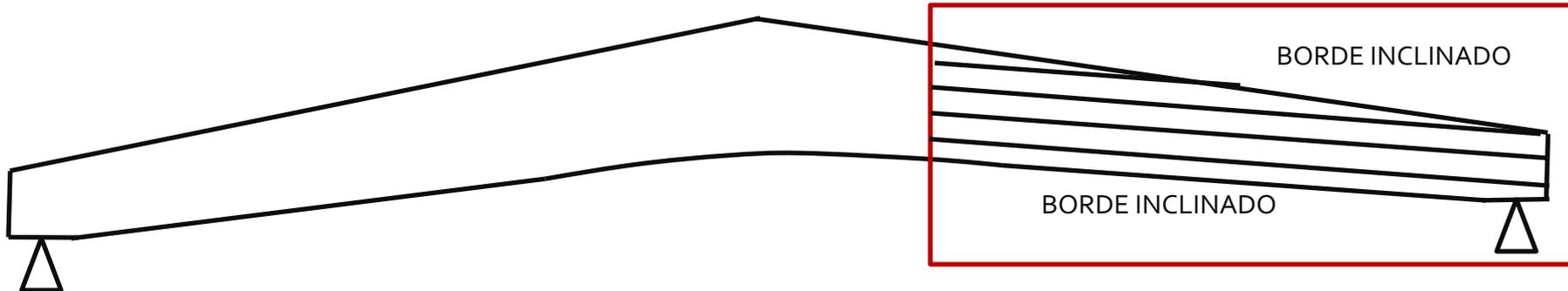
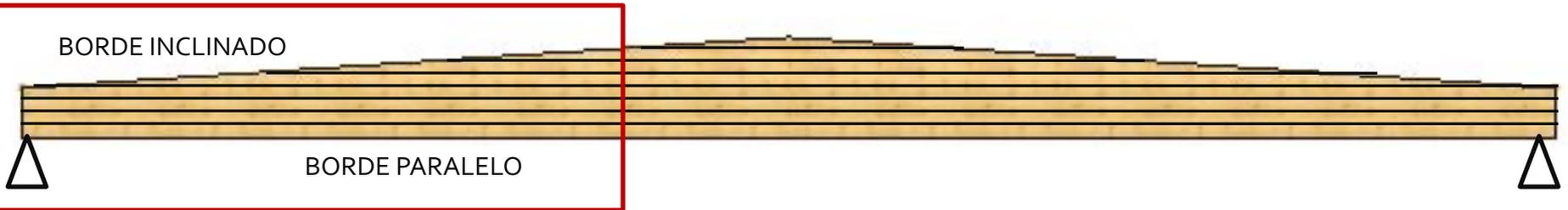
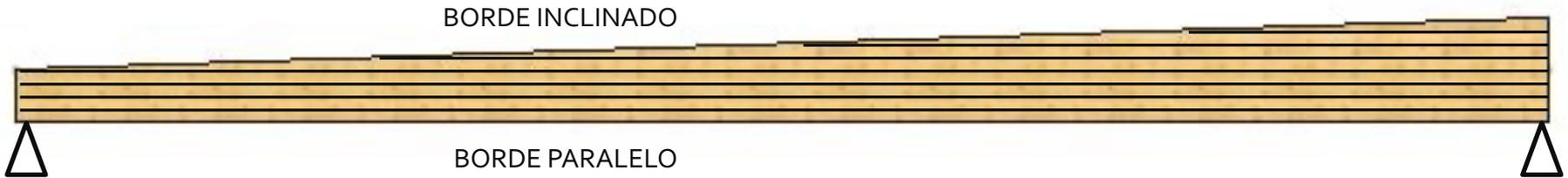
$$k_7 = 2,1 \cdot \operatorname{tg} \alpha - 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

1. Introducción
2. Estado de tensiones en vigas curvas
3. Vigas de canto variable a un agua
4. Vigas de canto variable a dos aguas
5. Ejemplo calculo viga a dos aguas

7.7. Comprobaciones singulares en MLE

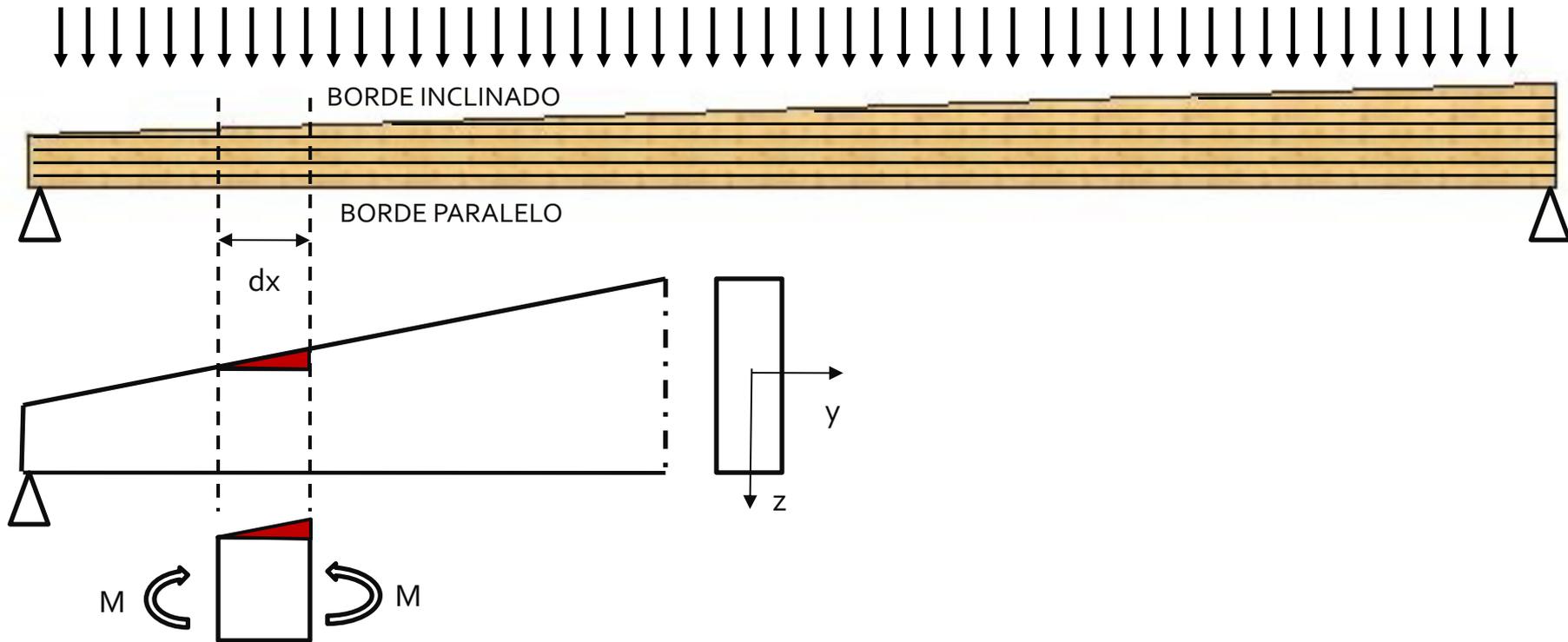
VIGAS DE CANTO VARIABLE

ESTADO DE TENSIONES



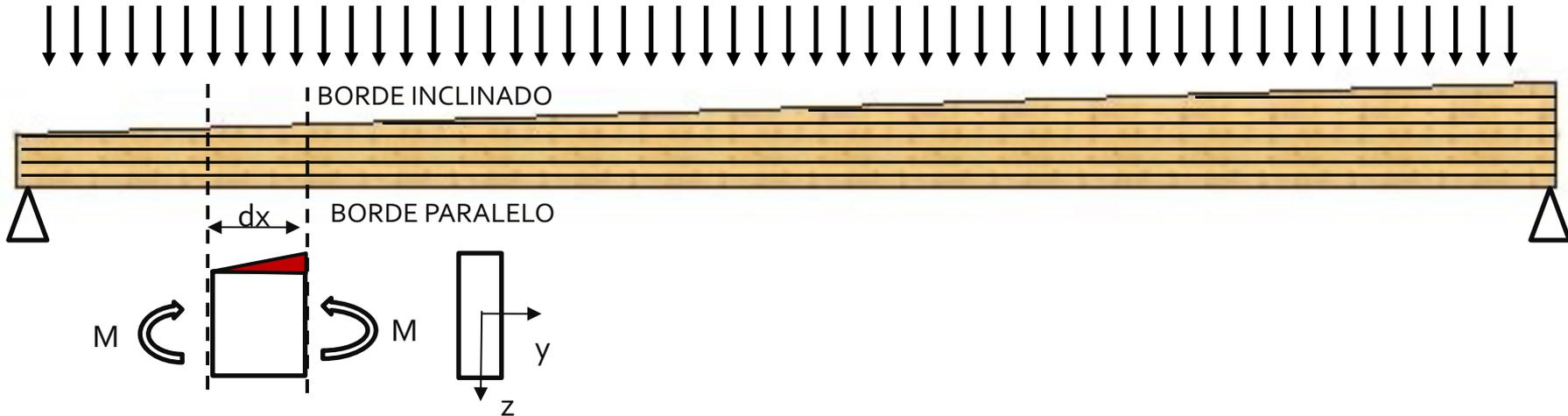
VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA

ESTADO DE TENSIONES



VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA

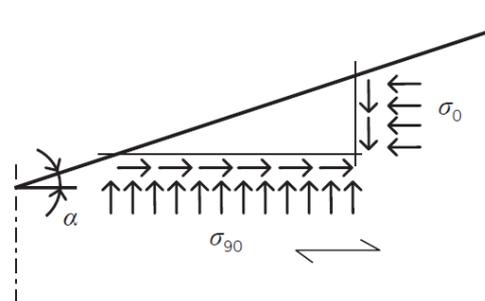
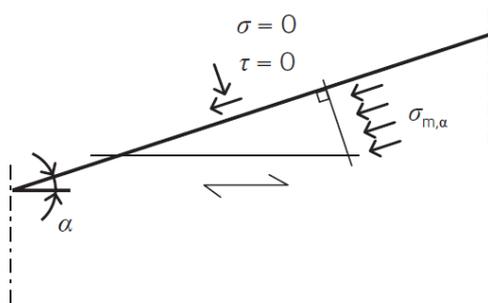
ESTADO DE TENSIONES



EQUILIBRIO DE TENSIONES EN LA CUÑA

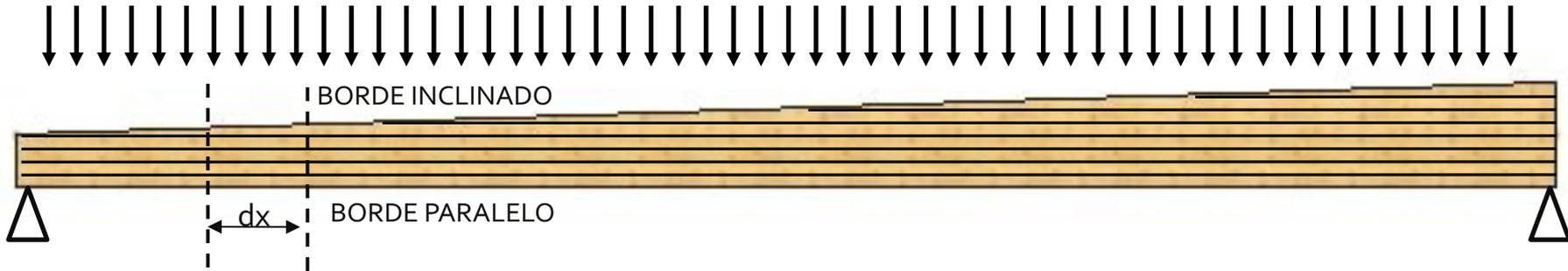
En el borde inclinado (plano principal), no hay tensiones normales ni tangenciales.

En el borde paralelo: existencia de tensiones normales (σ), tangenciales (τ)



VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA

ESTADO DE TENSIONES



EQUILIBRIO DE TENSIONES EN LA CUÑA

La combinación de estas tensiones (σ_z , σ_x y τ_{xz}) supone una disminución de la resistencia global comparada con una pieza de sección constante.

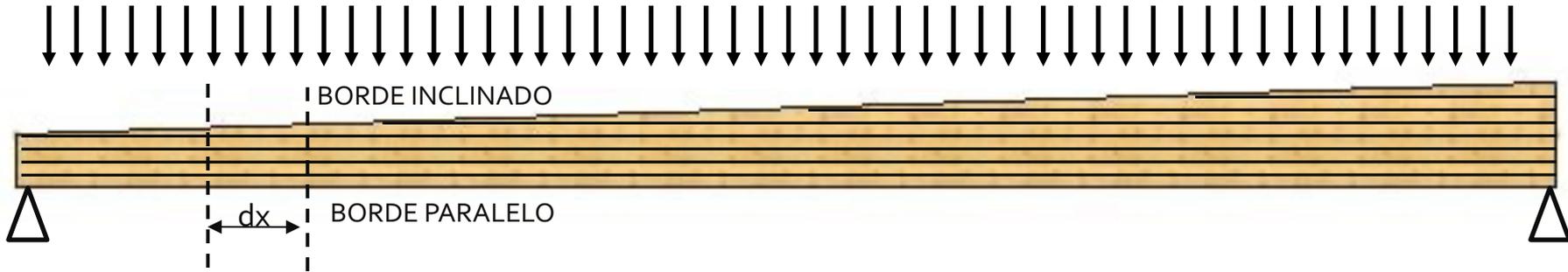
Si MOMENTO FLECTOR ES POSITIVO (+):

Las tensiones perpendiculares a la fibra (σ_z) serán de **compresión perpendicular a la fibra**



VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA

ESTADO DE TENSIONES



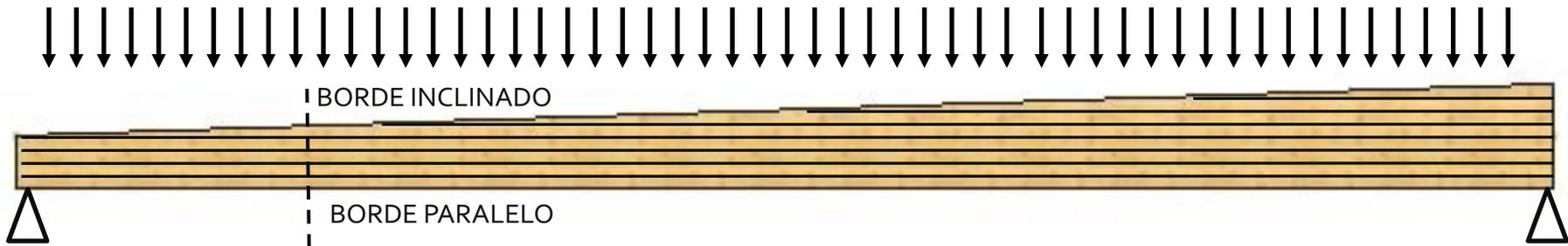
Si MOMENTO FLECTOR ES NEGATIVO (-) :

Las tensiones perpendiculares a la fibra (σ_z) serán de **tracción perpendicular a la fibra**

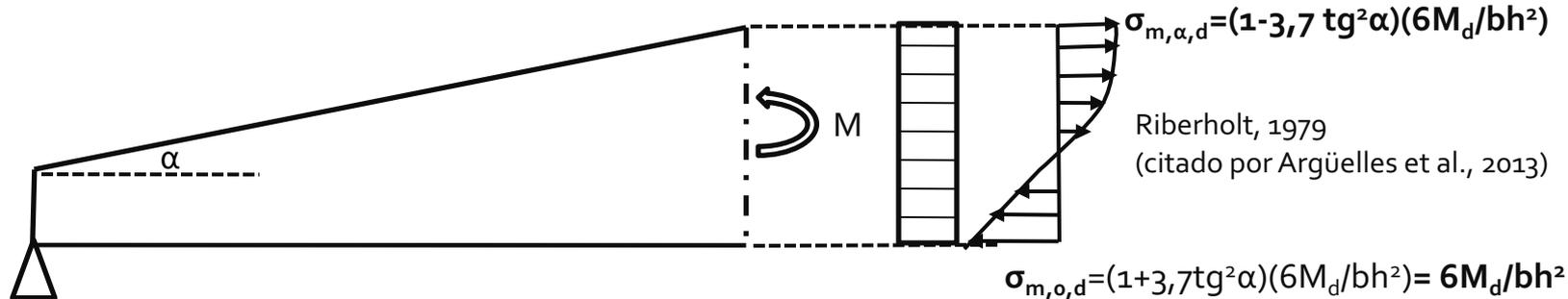


VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA

ESTADO DE TENSIONES



DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES DE FLEXIÓN EN UN PLANO \perp AL BORDE PARALELO:



Ley de tensiones normales en sección transversal de la viga (provocadas por flexión) **no lineal en el borde inclinado**

Tensiones en borde inclinado ($\sigma_{m,\alpha,d}$) ligeramente < al borde paralelo ($\sigma_{m,o,d}$): $\alpha=10^\circ$ la diferencia es de 6% aprox.



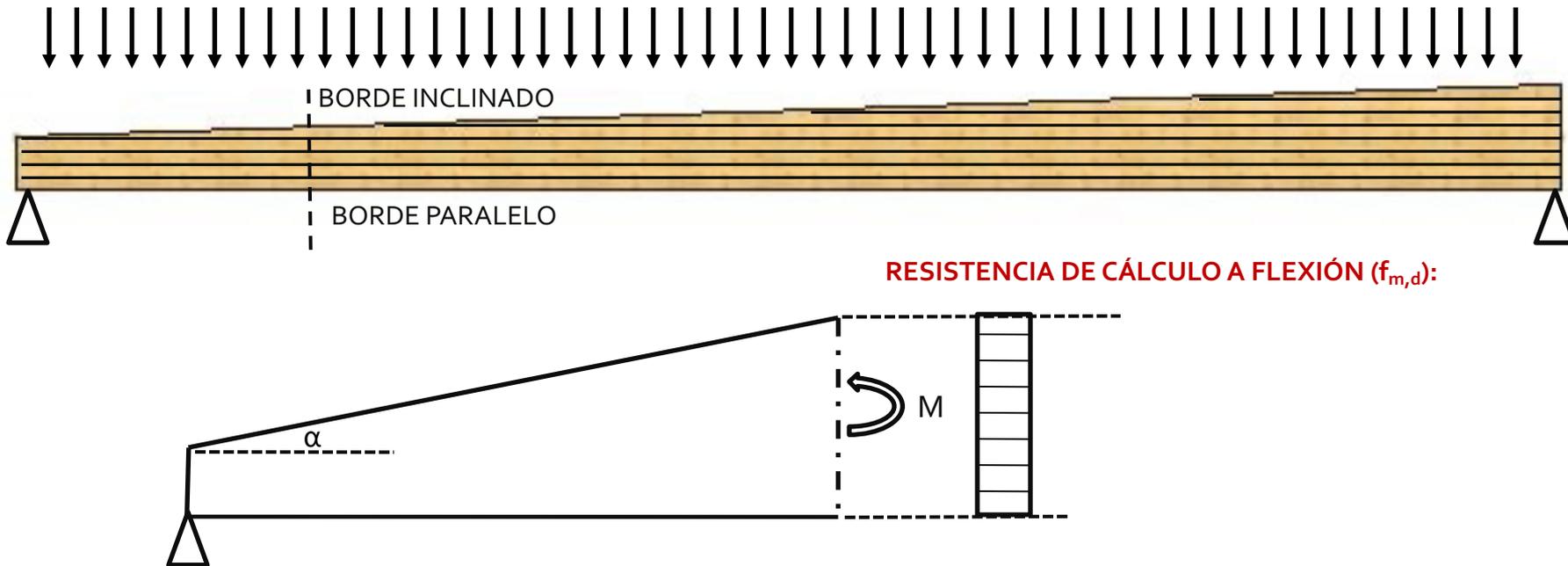
Simplificación:

EUROCÓDIGO 5:

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,o,d} = 6M_d / bh^2$$

VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA

ESTADO DE TENSIONES



Resistencia a flexión en el borde inclinado < que en borde paralelo debido a la desviación de la fibra (principalmente cuando se producen tensiones de tracción perpendicular a la fibra)

BORDE PARALELO $\sigma_{m,o,d} \leq f_{m,d}$

BORDE INCLINADO $\sigma_{m,\alpha,d} \leq k_{m,\alpha} f_{m,d}$

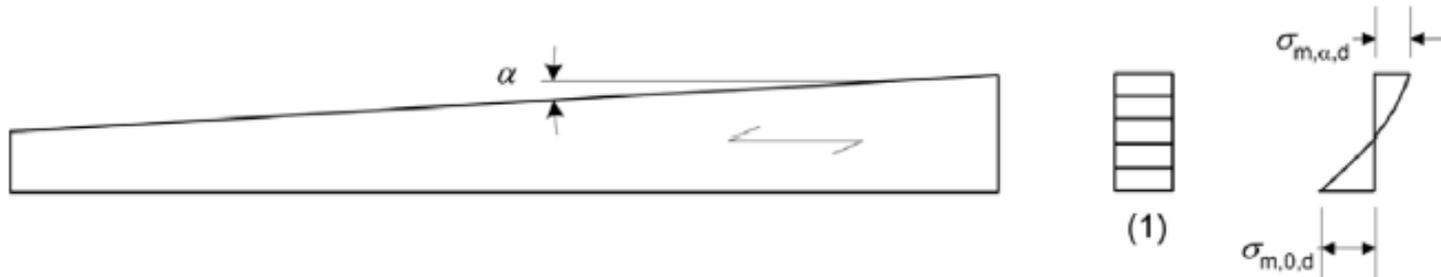
$k_{m,\alpha}$

Coef. penalizante de la resistencia por el efecto de la desviación de la fibra

VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA: Eurocódigo 5

6.4.2 Vigas de canto variable a un agua

(1)P Debe tenerse en cuenta el efecto del canto variable en las tensiones de flexión paralelas a la superficie.



Leyenda

(1) Sección transversal

Fig. 6.8 – Viga de canto variable a un agua

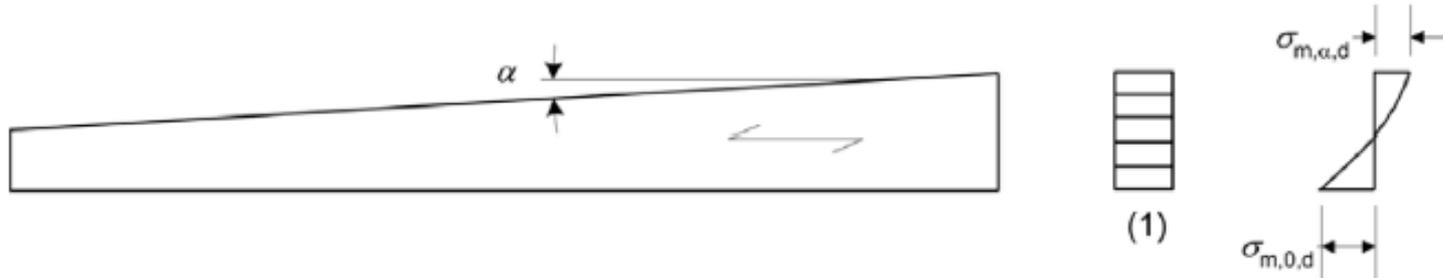
(2) Las tensiones de cálculo de flexión, $\sigma_{m,\alpha,d}$ y $\sigma_{m,0,d}$ (véase la figura 6.8) pueden calcularse mediante la expresión siguiente:

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \sigma_{m,0,d} = \frac{6M_d}{bh^2} \quad (6.37)$$

En la fibra extrema del borde inclinado, las tensiones deberían cumplir la condición siguiente:

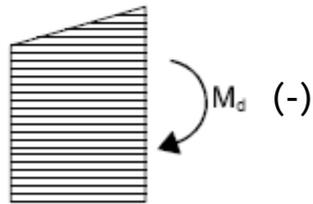
$$\sigma_{m,\alpha,d} \leq k_{m,\alpha} f_{m,d} \quad (6.38)$$

VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA: Eurocódigo 5



$k_{m,\alpha}$ **Coef. penalizante de la resistencia por el efecto de la desviación de la fibra**

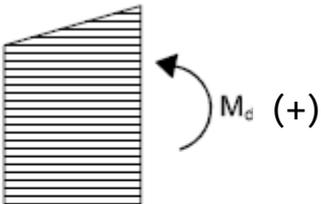
Cuando el borde inclinado está sometido a tensiones de **tracción**:



$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{0,75 f_{v,d}} \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{t,90,d}} \tan^2 \alpha \right)^2}} \quad (6.39)$$

resistencia de cálculo a **tracción perpendicular** a la fibra

Cuando el borde inclinado está sometido a tensiones de **compresión**:



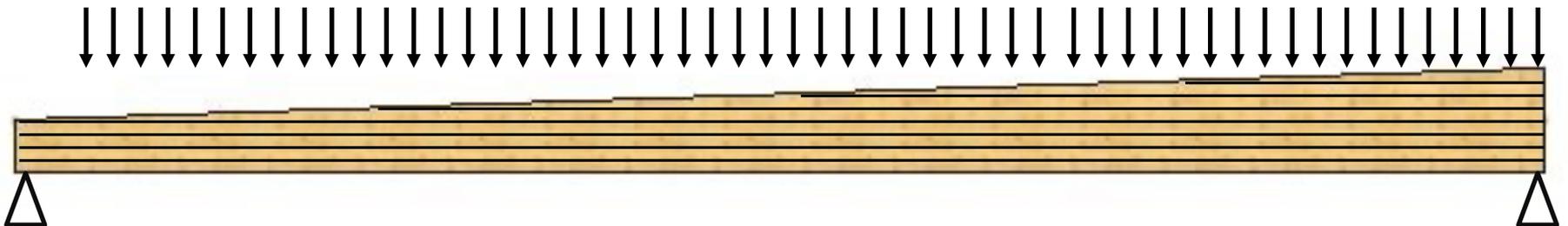
$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 f_{v,d}} \tan \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \tan^2 \alpha \right)^2}} \quad (6.40)$$

resistencia de cálculo a **compresión perpendicular** a la fibra

$f_{m,d}$: resistencia de cálculo a flexión
 $f_{v,d}$: resistencia de cálculo a cortante

VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA: Resumen (parcial)

1. CORTANTE

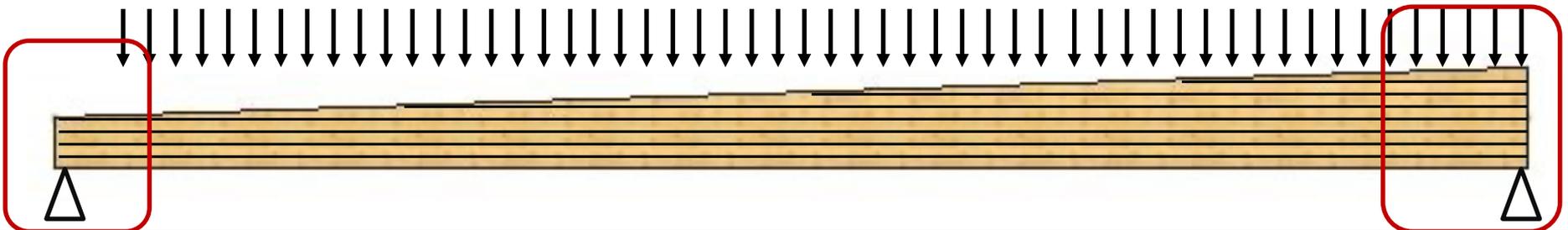
TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA: Resumen (parcial)

1. CORTANTE

TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

2. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN EL APOYO

TENSION de cálculo en el apoyo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el apoyo ($f_{v,d}$)

VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA: Resumen (parcial)

1. CORTANTE

TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)



RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

2. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN EL APOYO

TENSION de cálculo en el apoyo ($\sigma_{v,d}$)



RESISTENCIA de cálculo en el apoyo ($f_{v,d}$)

3. FLEXIÓN

TENSION de cálculo en el borde paralelo ($\sigma_{m,o,d}$)

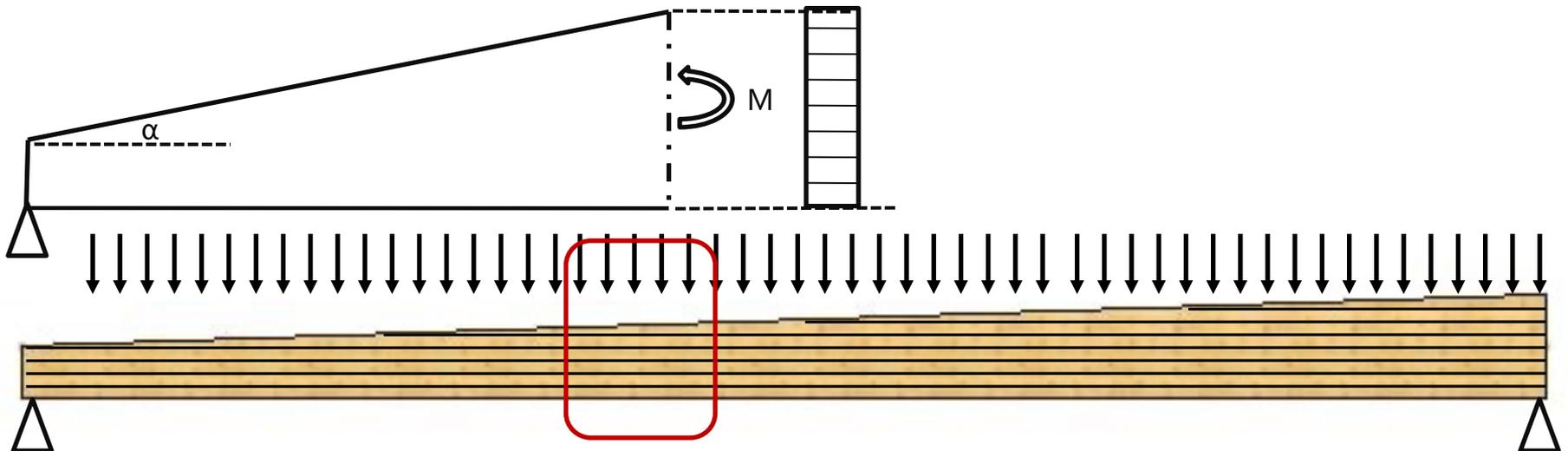


RESISTENCIA de cálculo en el borde paralelo ($f_{m,d}$)

TENSION de cálculo en el borde inclinado ($\sigma_{m,\alpha,d}$)



RESISTENCIA de cálculo en el borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}$)



VIGAS DE CANTO VARIABLE A UN AGUA: Resumen (parcial)

1. CORTANTE

TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)



RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

2. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN EL APOYO

TENSION de cálculo en el apoyo ($\sigma_{v,d}$)



RESISTENCIA de cálculo en el apoyo ($f_{v,d}$)

3. FLEXIÓN

TENSION de cálculo en el borde paralelo ($\sigma_{m,o,d}$)



RESISTENCIA de cálculo en el borde paralelo ($f_{m,d}$)

TENSION de cálculo en el borde inclinado ($\sigma_{m,\alpha,d}$)



RESISTENCIA de cálculo en el borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}$)

4. VUELCO LATERAL:

Cuando **borde paralelo** está COMPRIMIDO: ($\sigma_{m,o,d}$)

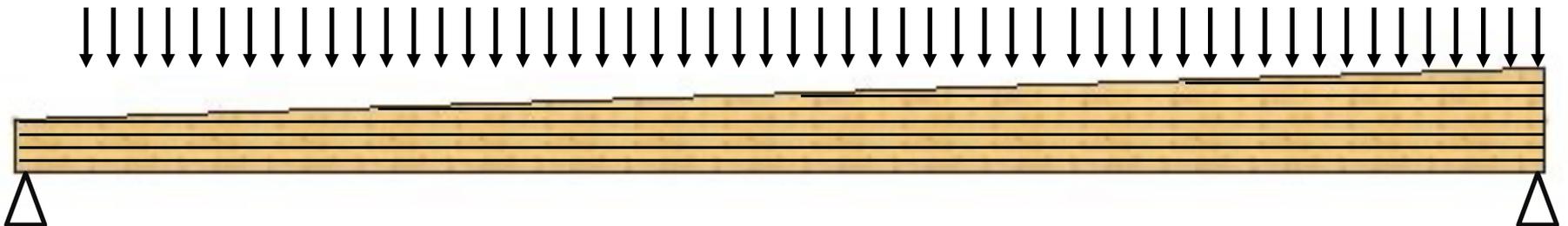


RESISTENCIA de cálculo en el borde paralelo ($k_{crit} \cdot f_{m,d}$)

Cuando el **borde inclinado** está COMPRIMIDO: ($\sigma_{m,\alpha,d}$)



RESISTENCIA cálculo en borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot k_{crit} \cdot f_{m,d}$)



1. Introducción
2. Estado de tensiones en vigas curvas
3. Vigas de canto variable a un agua
4. Vigas de canto variable a dos aguas
5. Ejemplo calculo viga a dos aguas

7.7. Comprobaciones singulares en MLE

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

1. CORTANTE

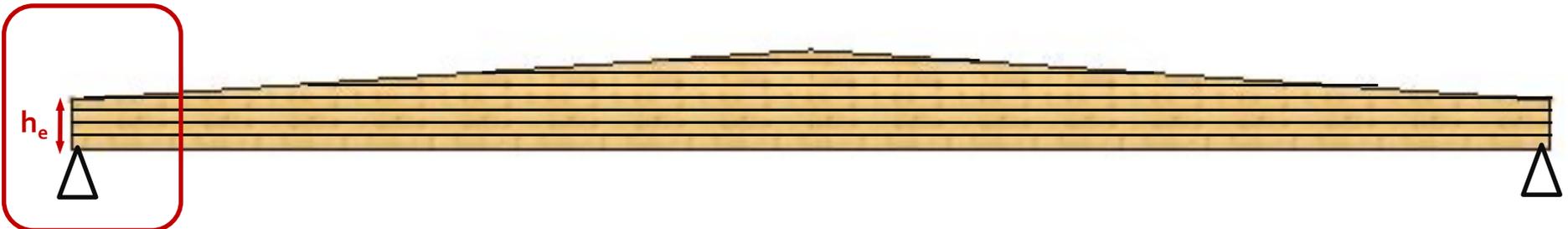
TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

1. CORTANTE

TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

2. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN EL APOYO

TENSION de cálculo en el apoyo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el apoyo ($f_{v,d}$)

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

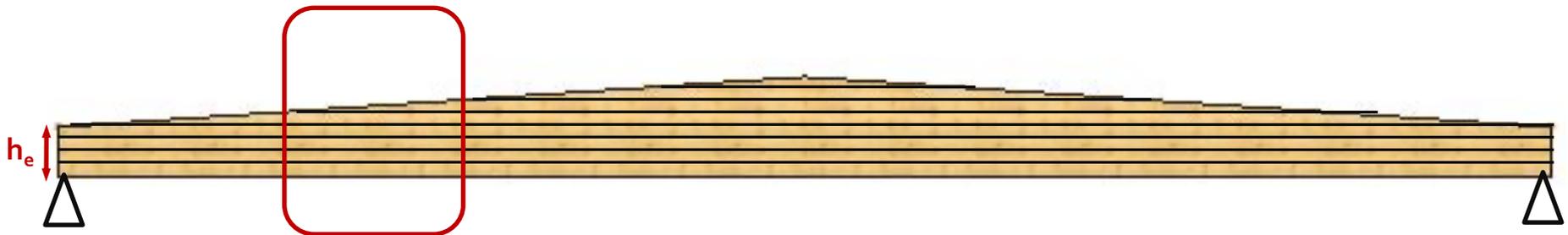
1. CORTANTE

TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

2. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN EL APOYO

TENSION de cálculo en el apoyo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el apoyo ($f_{v,d}$)

3. FLEXIÓN (en la sección más desfavorable)

TENSION de cálculo en el borde paralelo ($\sigma_{m,o,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el borde paralelo ($f_{m,d}$)TENSION de cálculo en el borde inclinado ($\sigma_{m,\alpha,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}$)

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

1. CORTANTE

TENSION de cálculo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo ($f_{v,d}$)

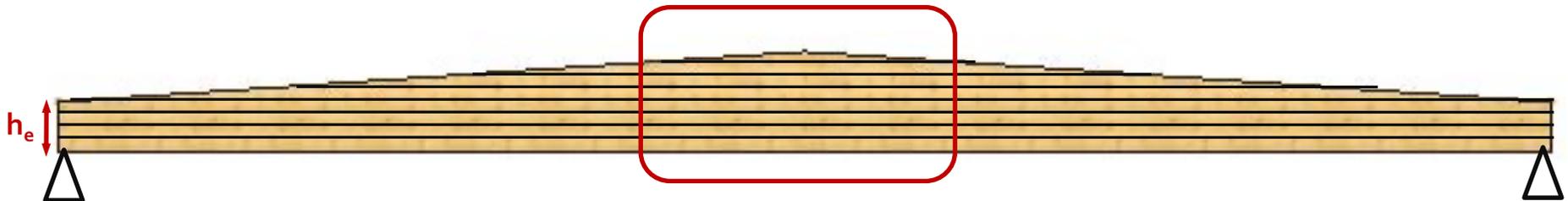
2. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN EL APOYO

TENSION de cálculo en el apoyo ($\sigma_{v,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el apoyo ($f_{v,d}$)

3. FLEXIÓN (en la sección más desfavorable)

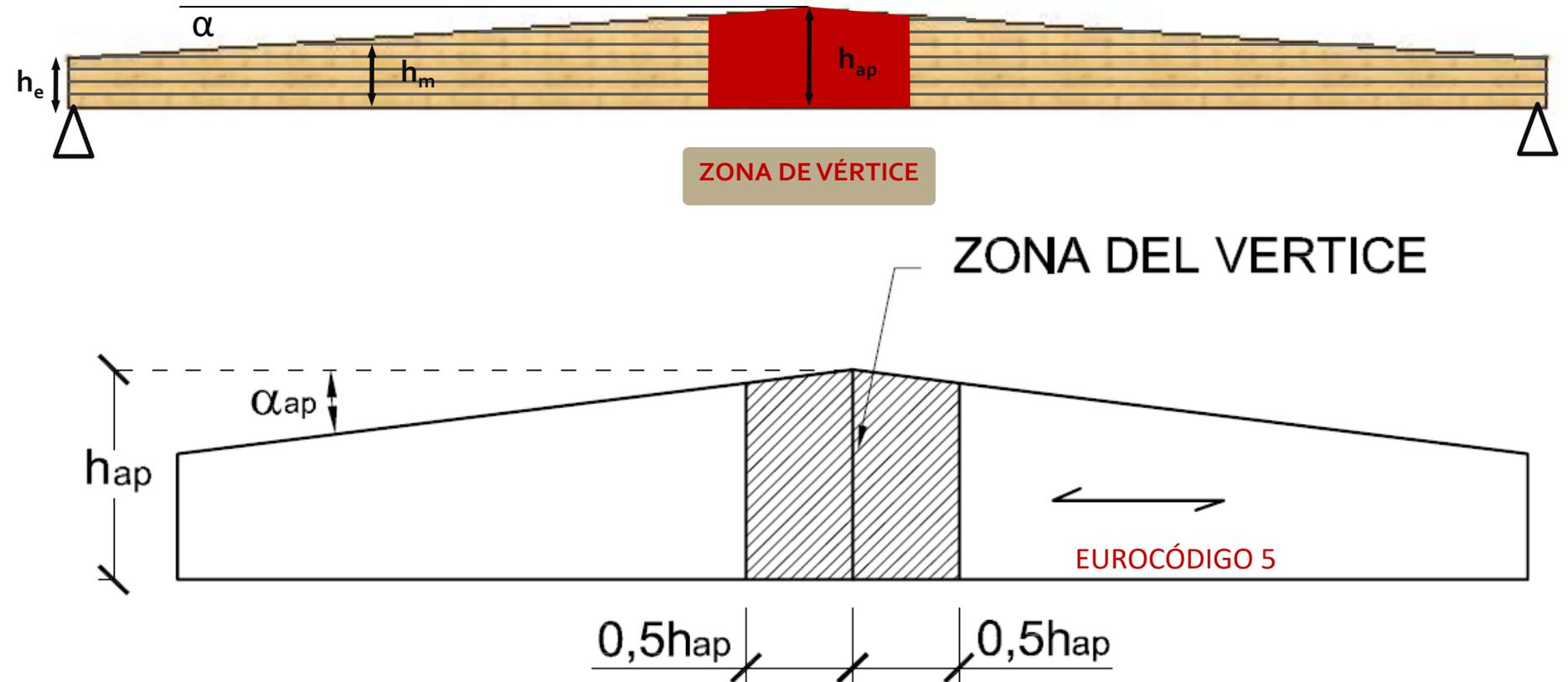
TENSION de cálculo en el borde paralelo ($\sigma_{m,o,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el borde paralelo ($f_{m,d}$)TENSION de cálculo en el borde inclinado ($\sigma_{m,\alpha,d}$)RESISTENCIA de cálculo en el borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}$)

4. ZONA DE VÉRTICE:



VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE:



VOLUMEN DE MADERA EN LA ZONA DE VÉRTICE: $V = b h_{ap}^2 (1 - 0,25 \operatorname{tg}(\alpha))$

Argüelles et al., 2013

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE:

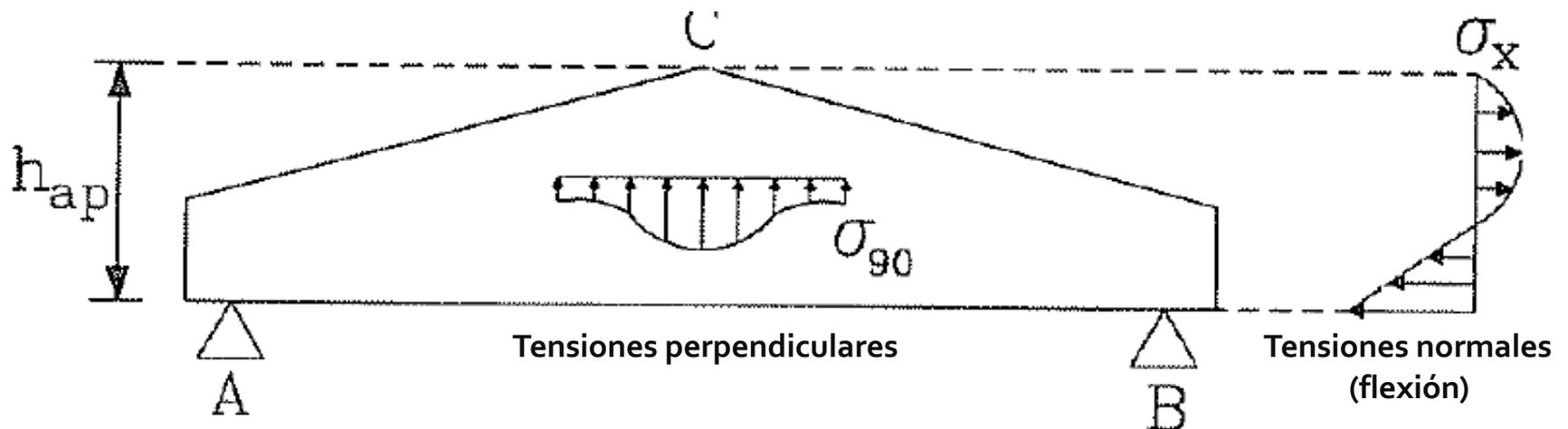


Volumen de madera correspondiente a la zona localizada en el cambio de pendiente de la pieza, de anchura = h_{ap} .

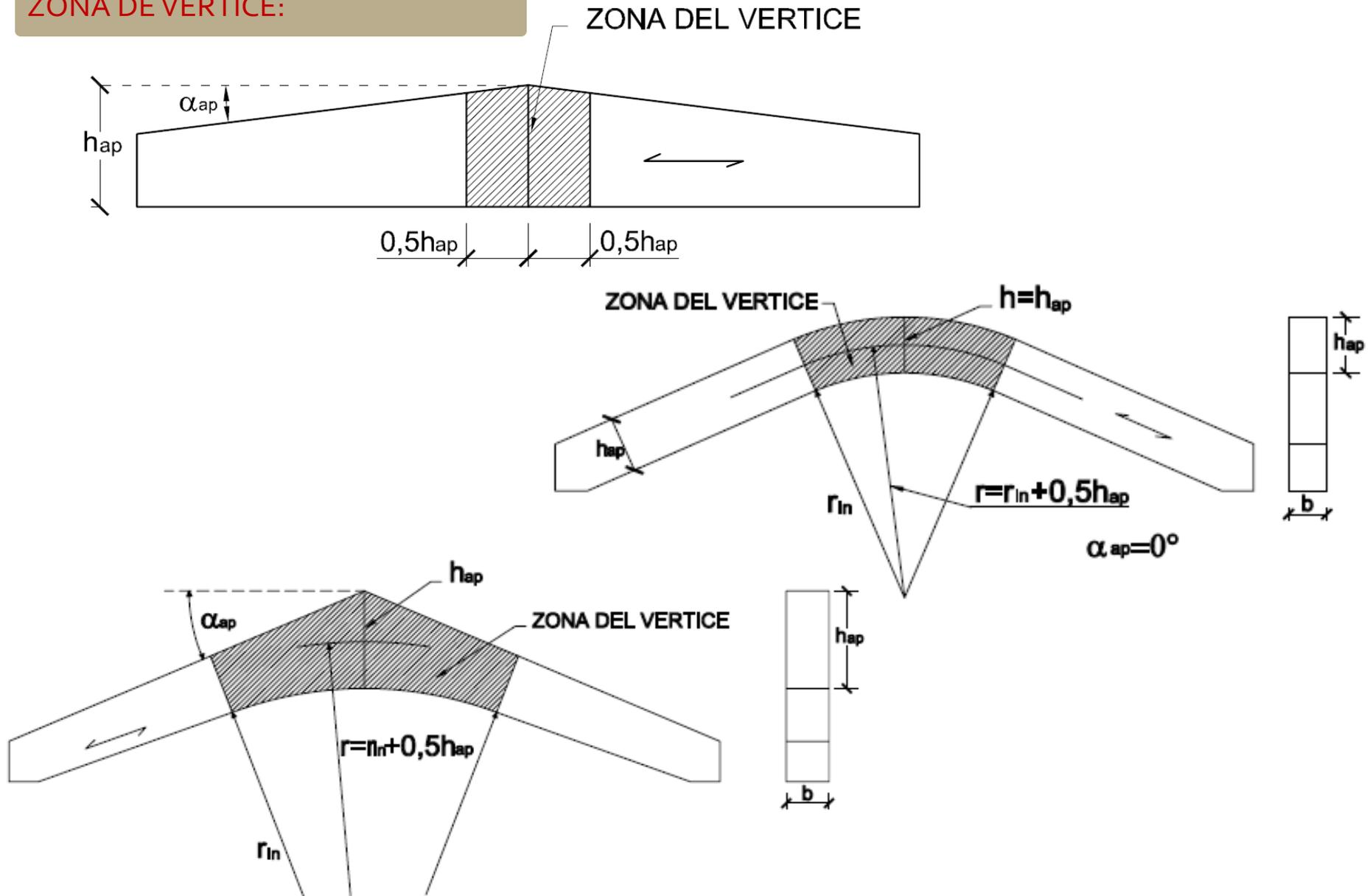
Da lugar a:

Modificación de la ley de distribución de tensiones normales provocadas por la flexión

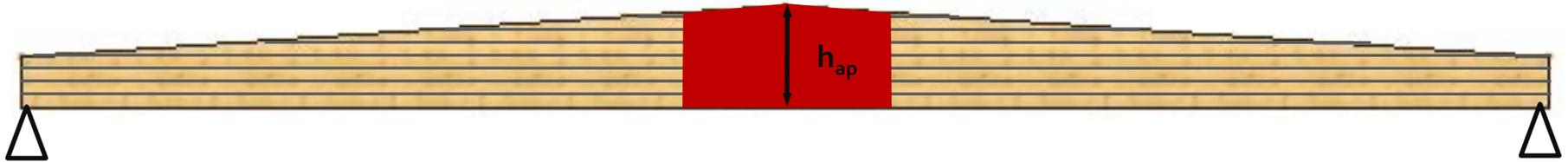
Tensiones perpendiculares a la fibra: de tracción \perp si el momento es (+) y de compresión \perp si el momento es (-)



ZONA DE VÉRTICE:



VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones normales** de flexión

(3) En la **zona del vértice** (véase la figura 6.9), las tensiones de flexión deberían cumplir la siguiente condición:

$$\sigma_{m,d} \leq k_T f_{m,d} \quad k_T = 1 \text{ en vigas a 2 aguas} \quad (6.41)$$

donde

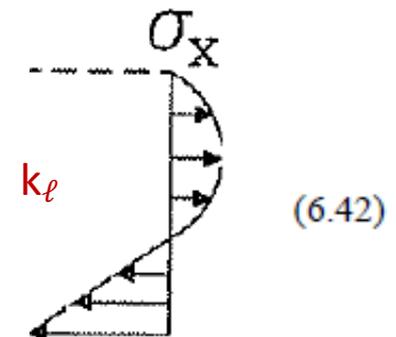
k_T tiene en cuenta la reducción de la resistencia debida a la flexión de las láminas durante la fabricación. (curvado de láminas)

NOTA – En las vigas curvas y curvas a dos aguas la zona del vértice se extiende sobre la parte curva de la viga.

(4) La tensión de flexión en el vértice debería calcularse mediante la expresión siguiente:

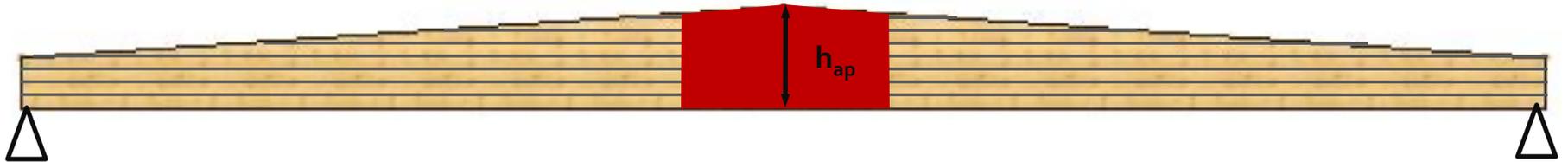
Tensiones de flexión en la sección del vértice no sigue una distribución lineal:

$$\sigma_{m,d} = k_\ell \frac{6 M_{ap,d}}{b h_{ap}^2}$$



(6.42)

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones normales de flexión**TENSION de flexión en vértice ($\sigma_{m,d}$)RESISTENCIA de flexión en vértice ($k_r \cdot f_{m,d}$)

$$\sigma_{m,ap,d} = k_\ell \cdot (6 \cdot M_{ap,d} / b \cdot h_{ap}^2)$$

 $k_r = 1$ en vigas a 2 aguas k_ℓ : coeficiente que depende de la geometría de la pieza

$$k_\ell = k_1 + k_2 \cdot (h_{ap}/r) + k_3 \cdot (h_{ap}/r)^2 + k_4 \cdot (h_{ap}/r)^3 \quad (\text{Ec. 6.43})$$

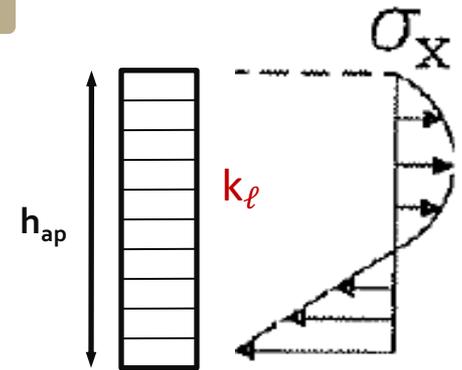
$$k_1 = 1 + 1.4 \cdot \text{tg} \alpha + 5.4 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} \quad (\text{Ec. 6.44})$$

$$k_2 = 0.35 - 8 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} \quad (\text{Ec. 6.45})$$

$$k_3 = 0.6 + 8.3 \cdot \text{tg} \alpha_{ap} - 7.8 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} \quad (\text{Ec. 6.46})$$

$$k_4 = 6 \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} \quad (\text{Ec. 6.47})$$

$$r = r_{in} + 0.5 \cdot h_{ap} \quad (\text{Ec. 6.48})$$



VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones perpendiculares a la fibra**

(6) En la zona del vértice la mayor tensión de tracción perpendicular a la fibra, $\sigma_{t,90,d}$, debería cumplir la siguiente condición:

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d} \quad (6.50)$$

con

$$k_{vol} = \begin{cases} 1,0 & \text{para madera maciza} \\ \left(\frac{V_0}{V}\right)^{0,2} & \text{para madera laminada encolada y madera microlaminada (LVL) con} \\ & \text{todas las chapas paralelas al eje de la viga} \end{cases} \quad (6.51)$$

$$k_{dis} = \begin{cases} 1,4 & \text{para vigas a dos aguas y vigas curvas} \\ 1,7 & \text{para vigas curvas a dos aguas} \end{cases} \quad (6.52)$$

donde

k_{dis} es un factor que tiene en cuenta el efecto de la distribución de las tensiones en la zona de vértice;

k_{vol} es un factor de volumen;

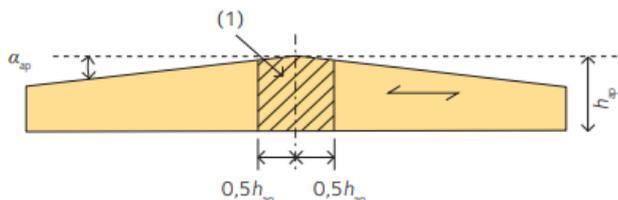
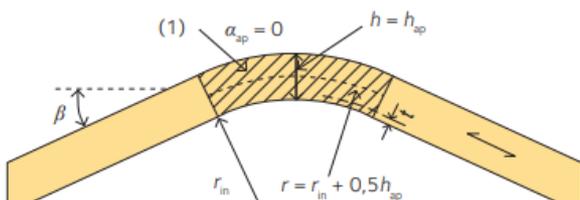
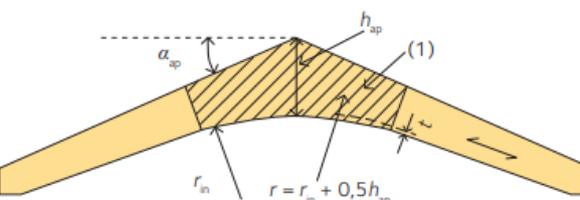
$f_{t,90,d}$ es el valor de cálculo de la resistencia a tracción perpendicular a la fibra;

V_0 es el volumen de referencia de $0,01\text{m}^3$;

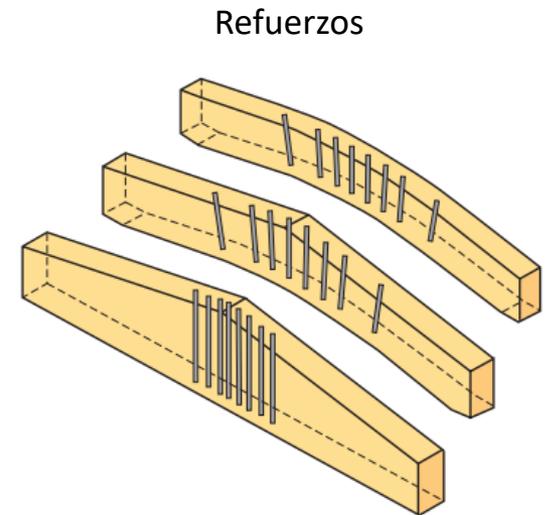
V es el volumen sometido a tensiones de la zona del vértice, en m^3 , (véase la figura 6.9), y no debería tomarse como un valor mayor que $2V_b/3$, donde V_b es el volumen total de la viga.

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

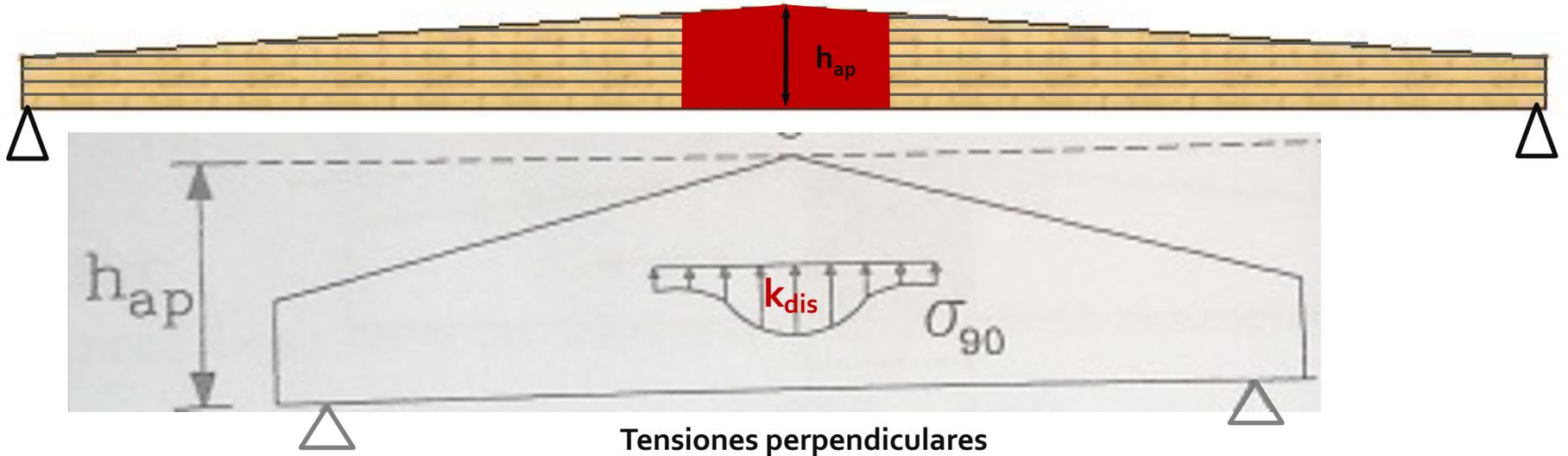
4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones perpendiculares a la fibra**

Beam type	k_{dis}	V
Double tapered beam 	1,4	Volume of the stressed part (1) $-b \cdot (h_{ap})^2$
Curved beam 	1,4	Volume of the curved part (1) $\frac{\beta\pi}{180} b (h_{ap}^2 + 2h_{ap}r_{in})$
Pitched cambered beam 	1,7	Volume of the curved part (1) $b \left(\sin(\alpha_{ap}) \cos(\alpha_{ap}) (r_{in} + h_{ap})^2 - r_{in}^2 \frac{\alpha_{ap}\pi}{180} \right)$

Angles α and β in degrees, b relates to the width of the structural member.



VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones perpendiculares a la fibra**TENSIONES \perp EN ZONA VÉRTICERESISTENCIA \perp EN ZONA VÉRTICE

MOMENTO (+)

TRACCIÓN \perp ($\sigma_{t,90,d}$)RESISTENCIA A TRACCIÓN \perp ($k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$)

k_{dis} : factor que modifica la resistencia en función de la distribución de tensiones de tracción perpendiculares a la fibra en la zona de vértice

 $K_{dis} = 1.4$, vigas a dos aguas y vigas curvas

 $K_{dis} = 1.7$, vigas a dos aguas con intradós curvo

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones perpendiculares a la fibra**

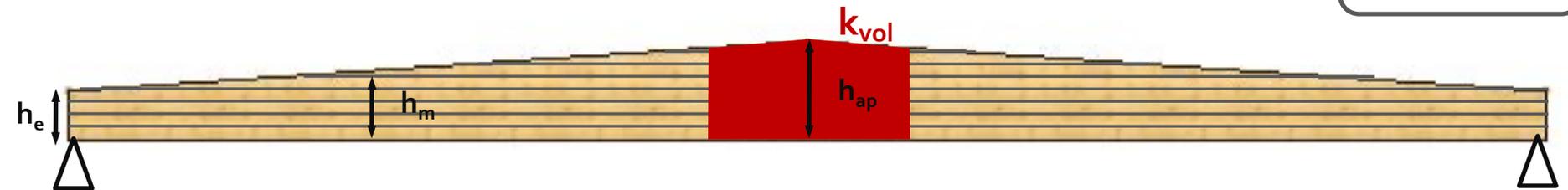
FACTORES QUE INFLUYEN EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA MADERA

Volumen de madera



RESISTENCIA

Tamaño de la
pieza (k_{vol})



MOMENTO (+)



TENSIÓN TRACCIÓN \perp ($\sigma_{t,90,d}$)



RESISTENCIA A TRACCIÓN \perp ($k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$)

EFFECTO VOLUMEN:

Efecto volumen de la pieza de M.L.E. en la resistencia a la tracción \perp a la fibra:

La resistencia característica a tracción perpendicular a la fibra ($f_{t,90,k}$) de la tabla de Clases Resistentes está referida a un volumen de madera de $V_o=0.01 \text{ m}^3$.

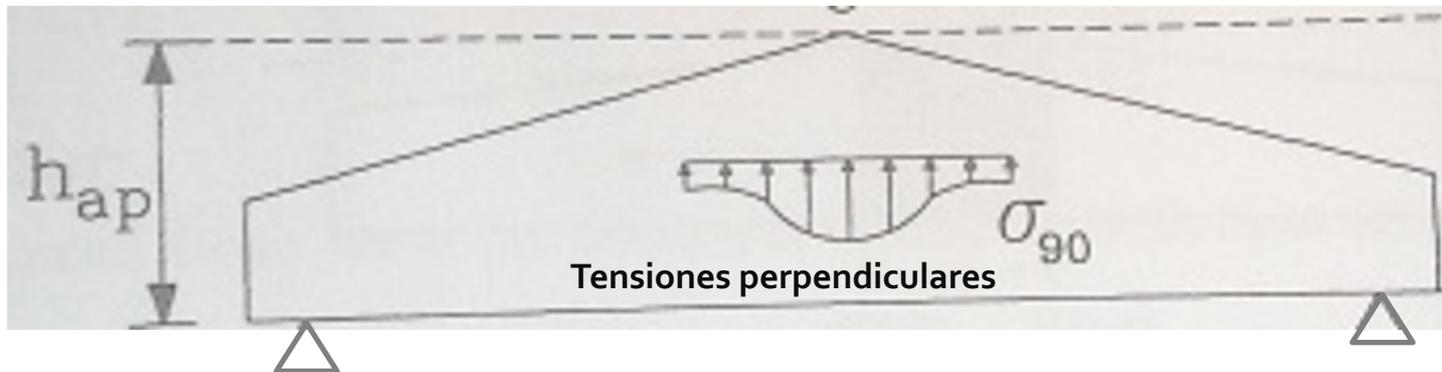
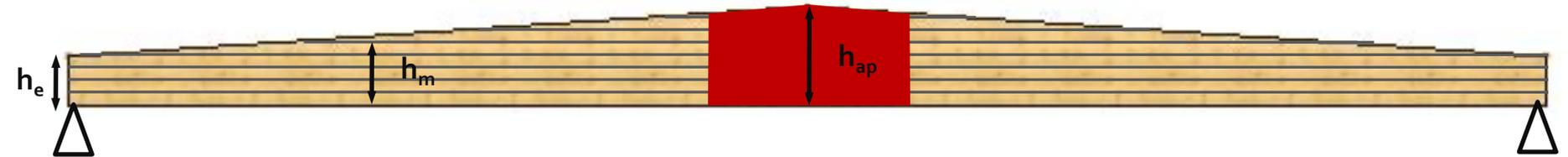
Si el volumen de M.L.E. sometido a tracción \perp es $> V_o=0.01 \text{ m}^3$, se debe penalizar la resistencia característica $f_{t,90,k}$ multiplicando por un coeficiente de volumen, k_{vol} :

$$k_{vol}=(V_o/V)^{0.2}$$

$V \leq 2 \cdot V_t/3$; siendo V_t =Volumen total de la viga

madera maciza: $k_{vol}=1$

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones perpendiculares** a la fibra

MOMENTO (+)

TENSIÓN TRACCIÓN \perp ($\sigma_{t,90,d}$)RESISTENCIA A TRACCIÓN \perp ($k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$)

Máxima tensión de tracción perpendicular debida al momento flector en una sección rectangular:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot (M_{ap} / w_y)$$

$$k_p = k_5 = 0.2 \cdot \tan \alpha$$

VIGAS DE CANTO VARIABLE A DOS AGUAS

4. ZONA DE VÉRTICE: comprobación de las **tensiones perpendiculares a la fibra**

Máxima tensión de tracción perpendicular debida al momento flector en una sección rectangular:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot (M_{ap}/W_y)$$

(8) El valor mayor de la tensión de tracción perpendicular a la fibra debida al momento flector debería calcularse mediante la expresión siguiente:

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{6 M_{ap,d}}{b h_{ap}^2} \quad (6.54)$$

$M_{ap,d}$ es el valor de cálculo del momento flector en el vértice que provoca tensiones de tracción en el borde curvo interior;

$$k_p = k_5 + k_6 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad (6.56)$$

$$k_5 = 0,2 \tan \alpha_{ap} \quad (6.57)$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \tan \alpha_{ap} + 2,6 \tan^2 \alpha_{ap} \quad (6.58)$$

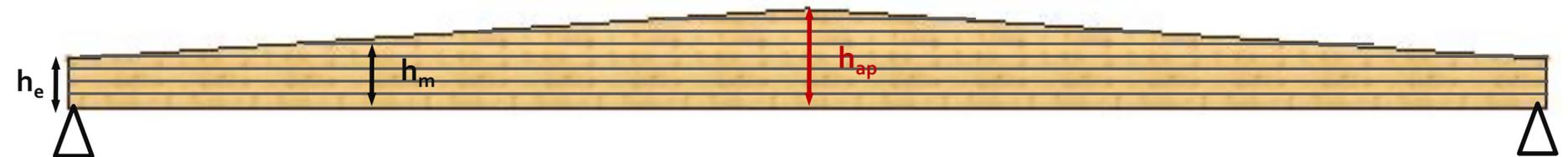
$$k_7 = 2,1 \tan \alpha_{ap} - 4 \tan^2 \alpha_{ap} \quad (6.59)$$

VIGAS DE CANTO VARIABLE

5. VUELCO LATERAL

6. ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO: FLECHA

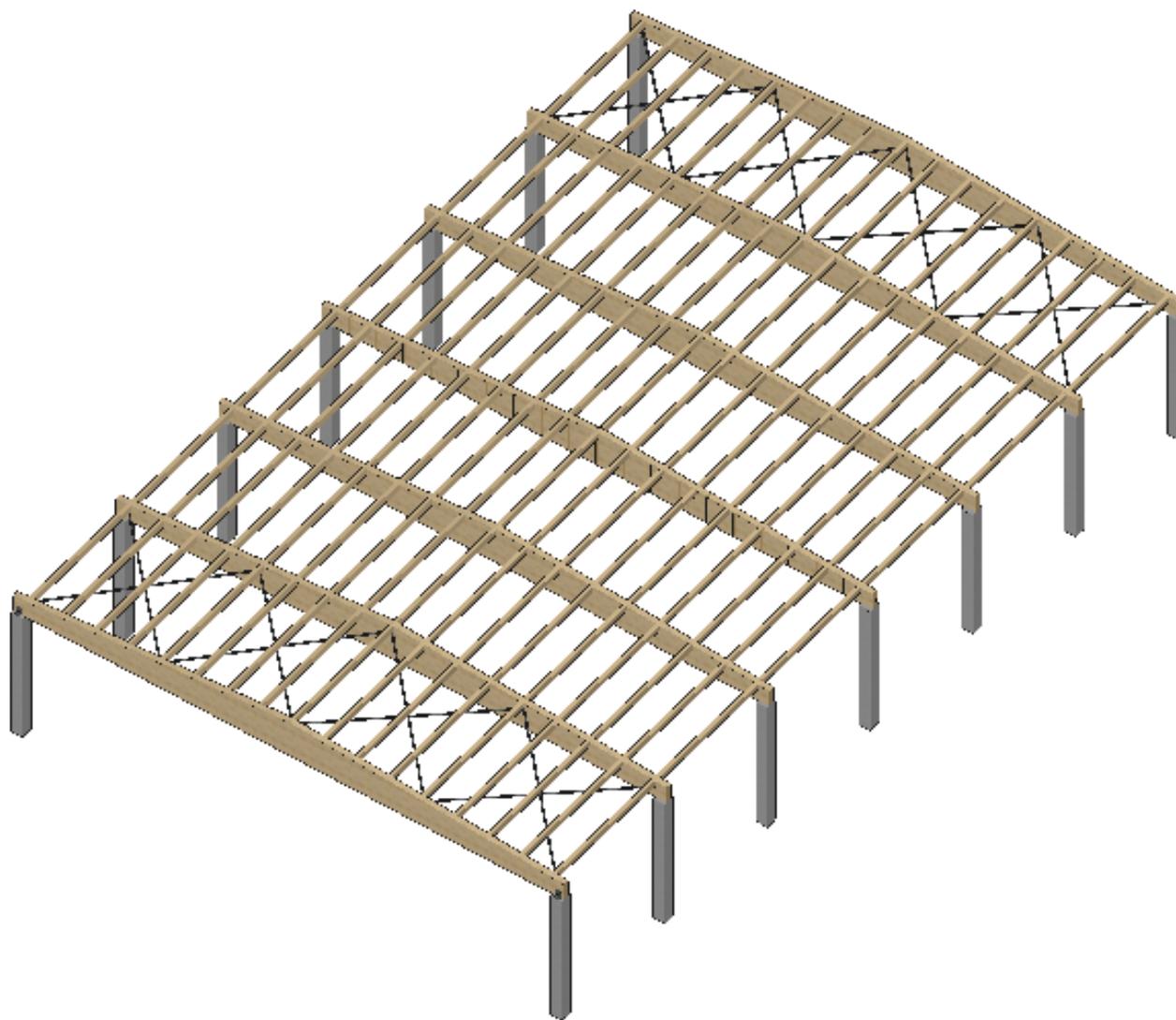
7. COMPROBACION A FUEGO



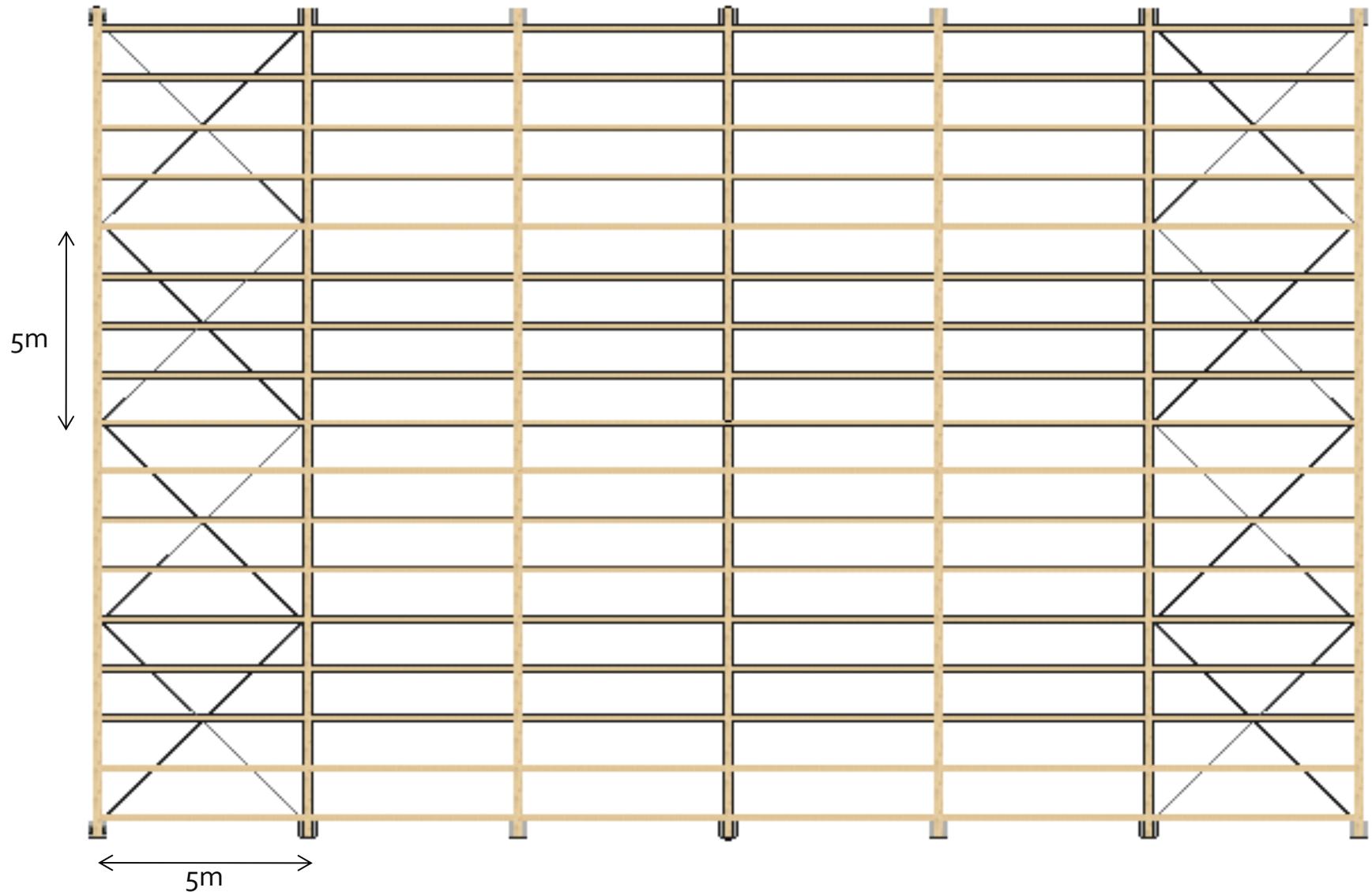
1. Introducción
2. Estado de tensiones en vigas curvas
3. Vigas de canto variable a un agua
4. Vigas de canto variable a dos aguas
5. Ejemplo calculo viga a dos aguas

7.7. Comprobaciones singulares en MLE

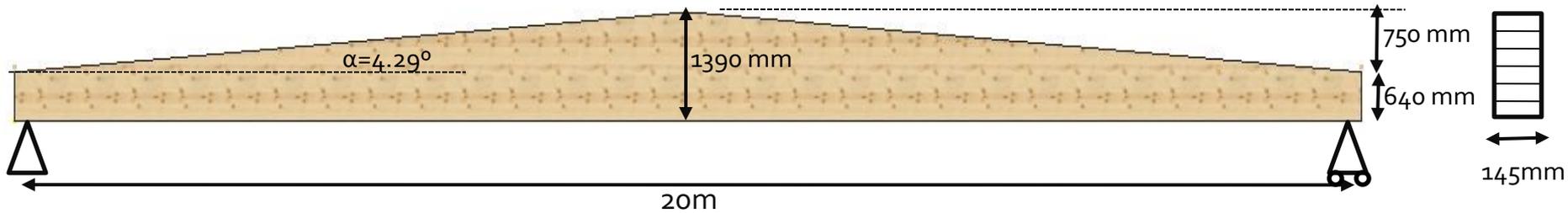
VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo-datos



VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo-datos



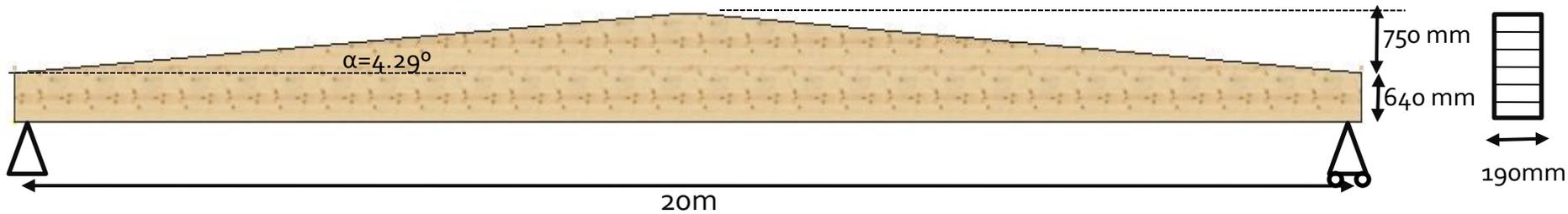
VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo-datos



DATOS DE PARTIDA

LUZ	20 m
TIPO DE MADERA	M.L.E.
CLASE RESISTENTE	GL28h
CONTRAFLECHA FABRICACIÓN	45mm
DISTANCIA ENTRE PUNTOS ARIOSTRADOS	5 m
CLASE SERVICIO	1
ESPECIE	<i>E.grandis</i>

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo-datos



DATOS DE CARGAS

1. PERMANENTE (CP): 0.8 kN/m²

2. SOBRECARGA MANTENIMIENTO (U): 0.4 kN/m²

3. VIENTO PRESIÓN (V₁): 0.16 kN/m²

4. VIENTO SUCCIÓN (V₂): -0.57 kN/m²

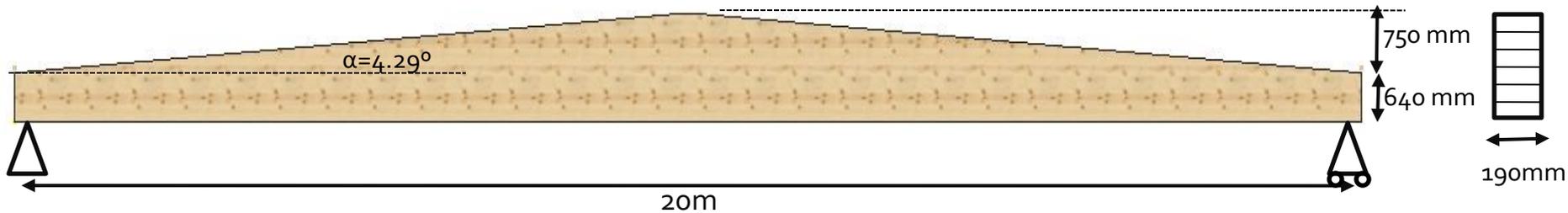
1. PERMANENTE (CP): 4 kN/m + (peso propio)

2. SOBRECARGA MANTENIMIENTO (U): 2 kN/m

3. VIENTO PRESIÓN (V₁): 0.8 kN/m

4. VIENTO SUCCIÓN (V₂): -2.85 kN/m

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo-datos



DATOS DE CARGAS

1. PERMANENTE (CP): 0.8 kN/m²

2. SOBRECARGA MANTENIMIENTO (U): 0.4 kN/m²

3. VIENTO PRESIÓN (V₁): 0.16 kN/m²

4. VIENTO SUCCIÓN (V₂): -0.57 kN/m²

1. PERMANENTE (CP): 4 kN/m + (peso propio)

2. SOBRECARGA MANTENIMIENTO (U): 2kN/m

3. VIENTO PRESIÓN (V₁): 0.8 kN/m

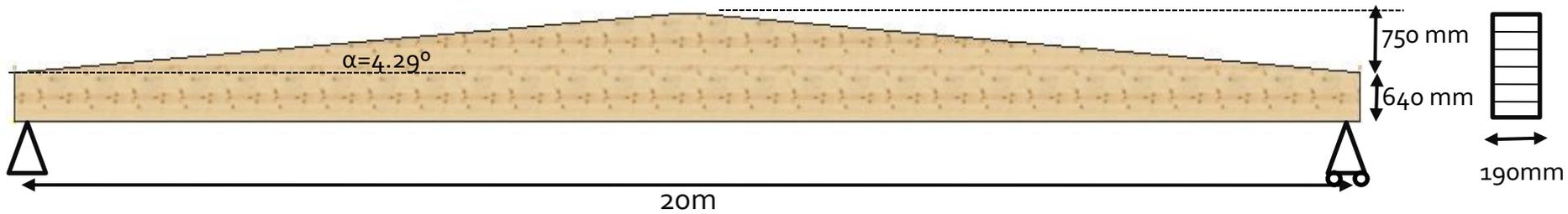
4. VIENTO SUCCIÓN (V₂): -2.85 kN/m

COMBINACIONES DE LAS ACCIONES

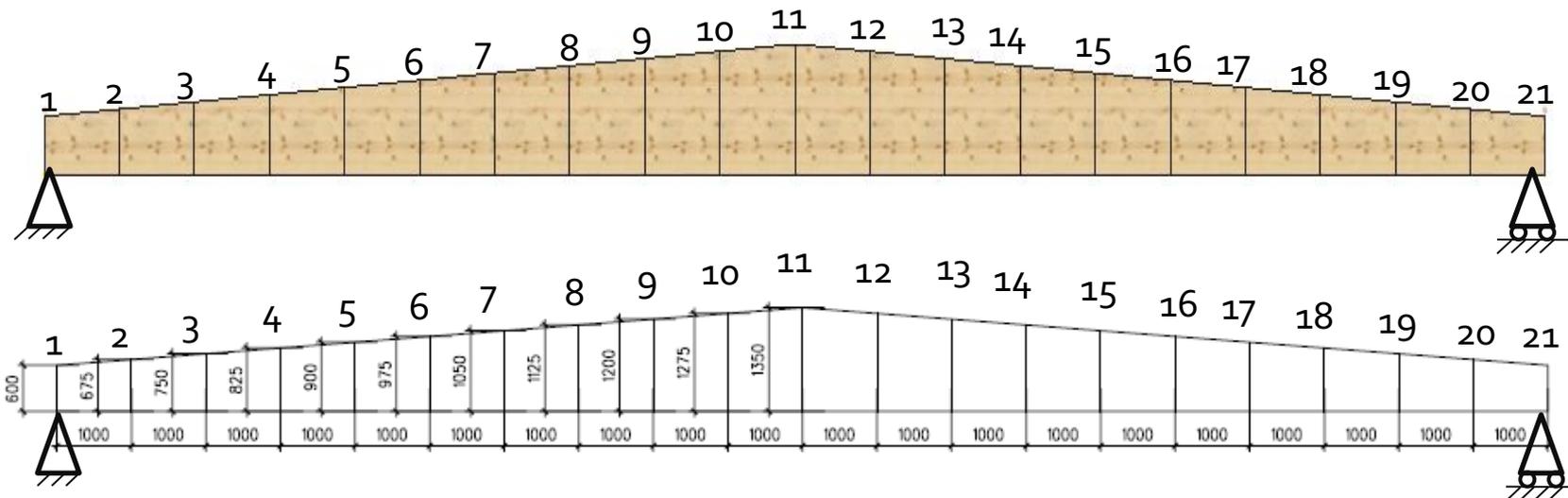
COMBINACIONES DE ACCIONES

Combinación de cargas:	CP	P	V ₁	V ₂	Duración carga
Combinación 1 (CP)	1,35	0	0	0	Permanente
Combinación 2 (CP+U)	1,35	1,5	0	0	Corta
Combinación 3 (CP+V ₁ -presión)	1,35	0	1,5	0	Corta
Combinación 4 (CP+V ₂ -succión)	0.8	0	0	1,5	Corta
Combinación 5 (FUEGO)	1	0,5	0	0	Accidental

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



DISCRETIZACIÓN DE LA VIGA:



VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo

1. PERMANENTE (CP): 4 kN/m + (peso propio)



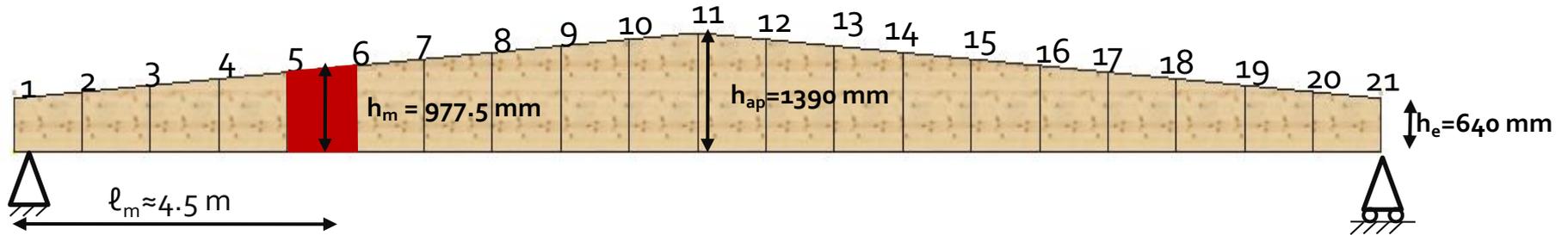
2. SOBRECARGA MANTENIMIENTO (U): 2 kN/m



4. VIENTO SUCCIÓN (V_2): -2.85 kN/m



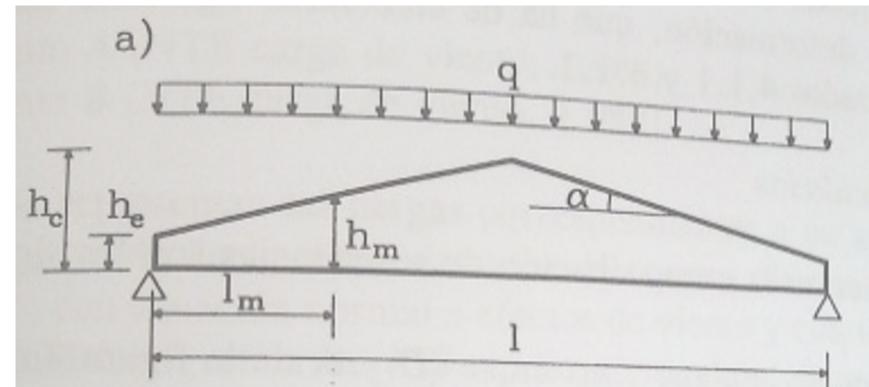
VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



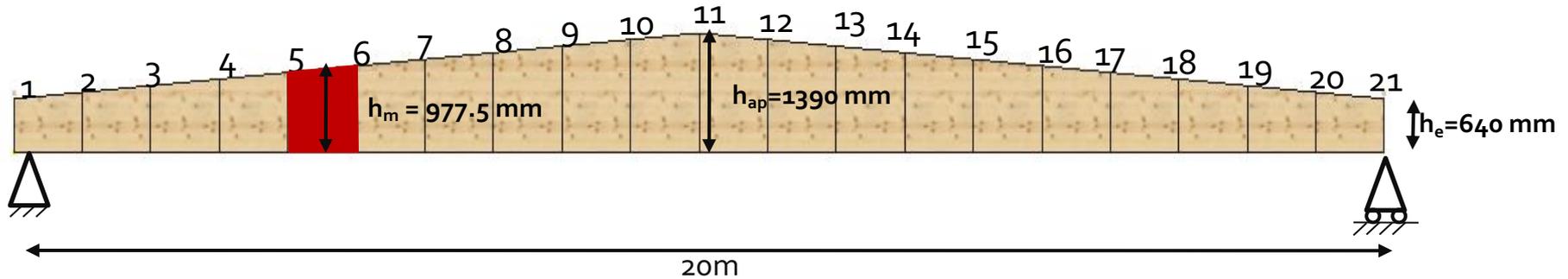
LOCALIZACIÓN DE LA SECCIÓN DONDE LA TENSIÓN DE FLEXIÓN ES MAYOR:

Buscar en el listado de esfuerzos
la tensión máxima a flexión:

$$\sigma_m = M_m / w_y$$



VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



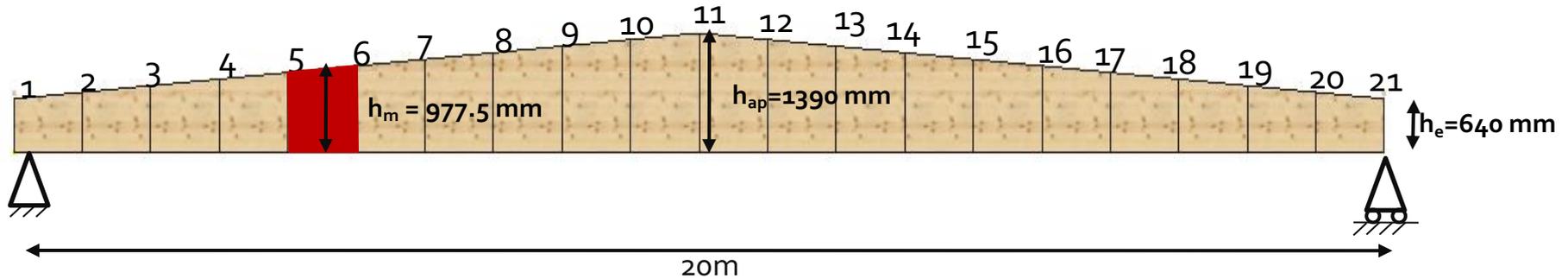
ESFUERZOS PARA LA COMBINACION 2: $1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot U$ (corta duraci3n)

ESFUERZOS PARA LAS SECCIONES SIGUIENTES:

SECCI3N:

SECCI3N EN EL APOYO:	AXIL	N	7,26	kN	
$b \times h_e$	CORTANTE	V	96,76	kN	
190x640 mm	FLECTOR	M	0	kN·mm	
SECCI3N DESFAVORABLE:	AXIL	N	4,08	kN	Momento flector positivo:
$b \times h_m$	CORTANTE	V	54,37	kN	compresi3n perpendicular a la
190x977,5 mm	FLECTOR	M	+341702	kN·mm	fibra
SECCI3N V3RTICE:	AXIL	N	0	kN	Momento flector positivo:
$b \times h_{ap}$	CORTANTE	V	0	kN	tracci3n perpendicular a la
190x1390 mm	FLECTOR	M	+492940	kN·mm	fibra

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo

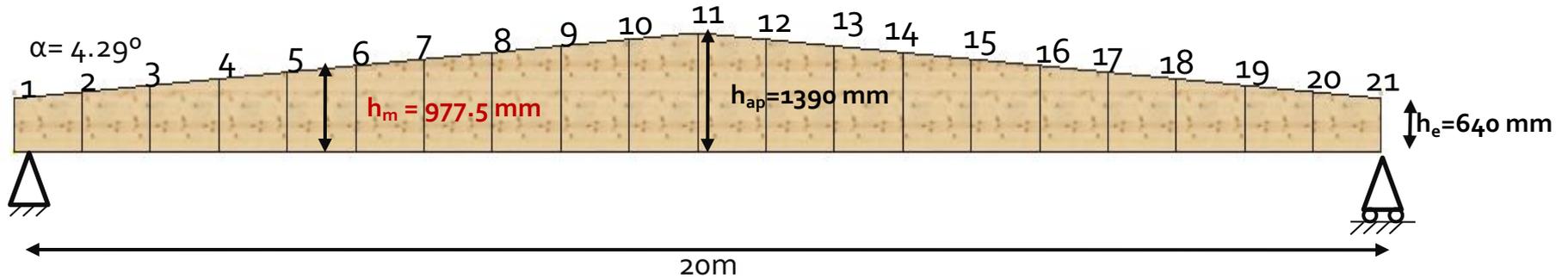


ESFUERZOS PARA LA COMBINACION 4: $0.8 \cdot CP + 1.5 \cdot V_2$ (corta duración)

ESFUERZOS PARA LAS SECCIONES SIGUIENTES:

SECCIÓN:	Cb.4				
SECCIÓN EN EL APOYO:	AXIL	N	6,9	kN	
$b \times h_e$	CORTANTE	V	92,1	kN	
190x640 mm	FLECTOR	M	0	kN·mm	
SECCIÓN DESFAVORABLE:	AXIL	N	5,25	kN	Hay inversión de esfuerzos y momentos negativos que provocan tracción perpendicular a la fibra
$b \times h_m$	CORTANTE	V	51,39	kN	
190x977,5 mm	FLECTOR	M	-26540	kN·mm	
SECCIÓN VÉRTICE:	AXIL	N	3,19	kN	momentos negativos: compresión perpendicular a la fibra
$b \times h_{ap}$	CORTANTE	V	0,24	kN	
190x1390 mm	FLECTOR	M	-41170	kN·mm	

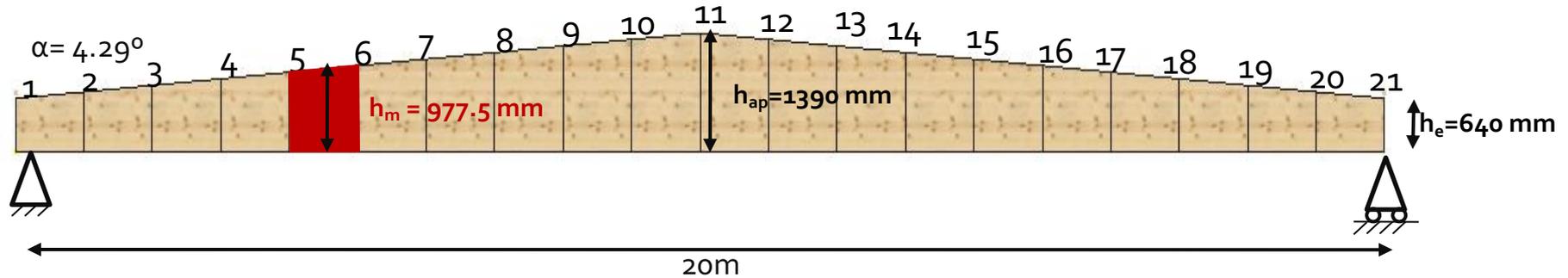
VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



1. COMPROBACIÓN DE CORTANTE

2. COMPROBACIÓN DE COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN LOS APOYOS

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



3. COMPROBACIÓN DE FLEXIÓN EN EL BORDE PARALELO Y EN EL INCLINADO:

FLEXIÓN SIMPLE EN h_m :

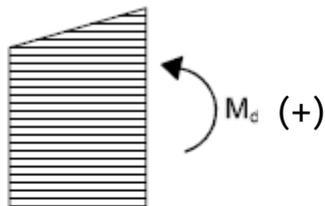
Combinación de cargas:

Momento flector ($M_{y,d}$)
 Tensión cálculo ($\sigma_{m,o,d} = \sigma_{m,\alpha,d}$)
 Resist.cálc.borde paralelo ($f_{m,y,d}$)
 Coef.res.borde inclinado ($k_{m,\alpha}$)
 Res.c.borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,y,d}$)

Comprobación de la resistencia a flexión simple: $\sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d}$

	Cb.1	Cb.2	Cb.3	Cb.4	
Momento flector ($M_{y,d}$)		341702,00			kN·mm
Tensión cálculo ($\sigma_{m,o,d} = \sigma_{m,\alpha,d}$)		11,29			N/mm ²
Resist.cálc.borde paralelo ($f_{m,y,d}$)		20,16			N/mm ²
Coef.res.borde inclinado ($k_{m,\alpha}$)		0,92			
Res.c.borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,y,d}$)		18,45			N/mm ²
Comprobación borde inclinado		61,2			%
Comprobación borde paralelo		56,0			%

COMPRESIÓN DEL BORDE INCLINADO:



$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right)^2}}$$

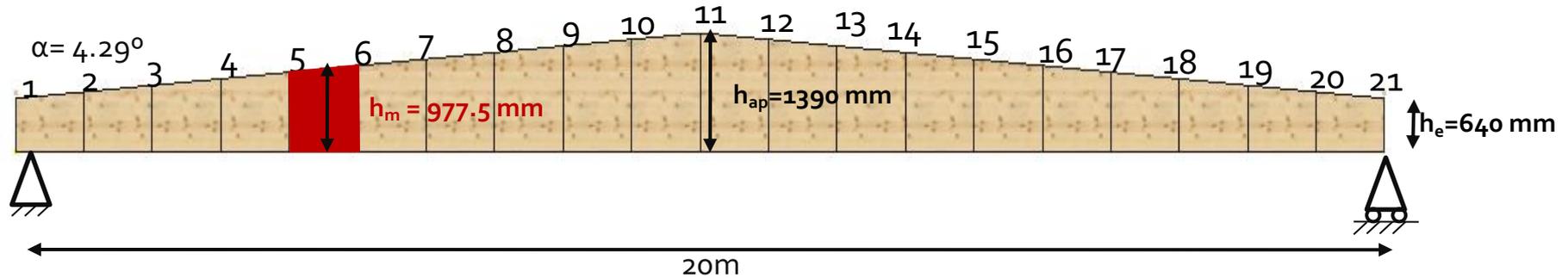
$$f_{m,d} = 20,16 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 2,30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 2,16 \text{ N/mm}^2$$

$$\operatorname{tg}(4,29^\circ) = 0,075$$

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



3. COMPROBACIÓN DE FLEXIÓN EN EL BORDE PARALELO Y EN EL INCLINADO:

FLEXIÓN SIMPLE EN h_m :Comprobación de la resistencia a flexión simple: $\sigma_{m,y,d} \leq f_{m,y,d}$

Combinación de cargas:

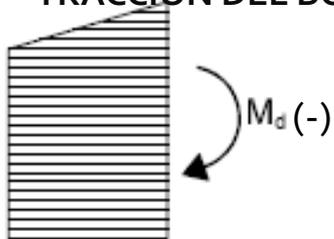
Momento flector ($M_{y,d}$)
 Tensión cálculo ($\sigma_{m,o,d} = \sigma_{m,\alpha,d}$)
 Resist.cálc.borde paralelo ($f_{m,y,d}$)
 Coef.res.borde inclinado ($k_{m,\alpha}$)
 Res.c.borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,y,d}$)

Comprobación borde inclinado

Comprobación borde paralelo

	Cb.1	Cb.2	Cb.3	Cb.4	
Momento flector ($M_{y,d}$)				-9210,00	kN·mm
Tensión cálculo ($\sigma_{m,o,d} = \sigma_{m,\alpha,d}$)				0.3	N/mm ²
Resist.cálc.borde paralelo ($f_{m,y,d}$)				20.16	N/mm ²
Coef.res.borde inclinado ($k_{m,\alpha}$)				0.69	
Res.c.borde inclinado ($k_{m,\alpha} \cdot f_{m,y,d}$)				15.43	N/mm ²
Comprobación borde inclinado				2.0	%
Comprobación borde paralelo				1.5	%

TRACCIÓN DEL BORDE INCLINADO:



$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{0,75 \cdot f_{v,d}} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{t,90,d}} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right)^2}}$$

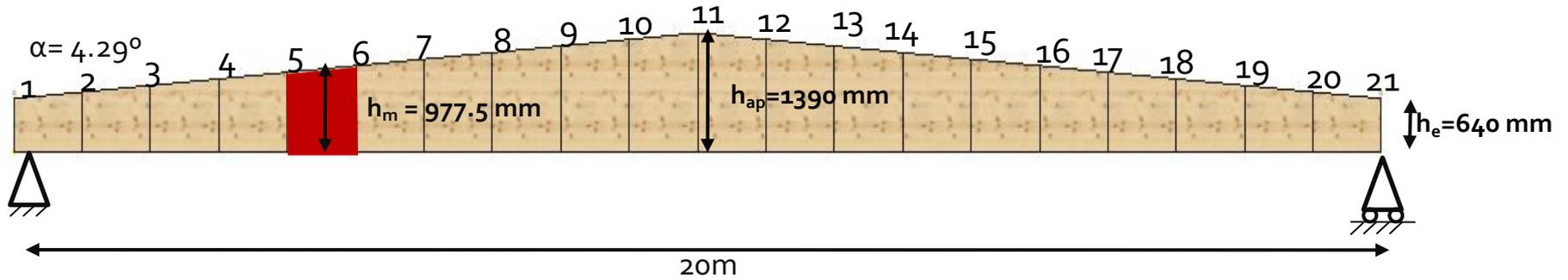
$$f_{m,d} = 22,40 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = 2,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = 2,40 \text{ N/mm}^2$$

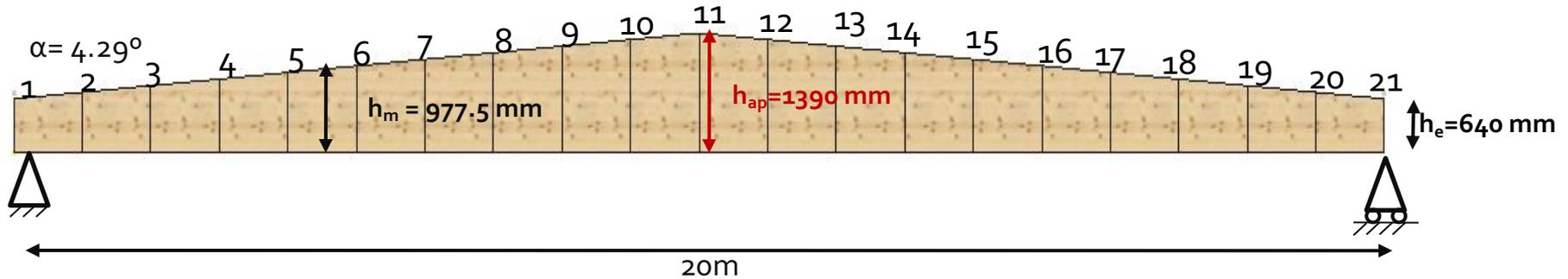
$$\operatorname{tg}(4.29^\circ) = 0.075$$

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



4. COMPROBACIÓN DE VUELCO LATERAL

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



5. COMPROBACIÓN DE FLEXIÓN EN ZONA DE VÉRTICE:

6. FLEXIÓN VÉRTICE $b \times h_{ap}$: Comprobación de la resistencia a flexión en la zona de vértice: $\sigma_{m,d} \leq k_r \cdot f_{m,y,d}$

Combinación de cargas:	Cb.1	Cb.2	
Tens.cálc.vértice ($\sigma_{m,d} = k_\ell \cdot \sigma_{m,ap,d}$)		9,15	N/mm ²
$k_\ell = k_1$		1,14	N/mm ²
Resist.cálc.vértice ($k_r \cdot f_{m,y,d}$)		20,16	
Comprobación		45,4	%

Se cumple la verificación de flexión en zona de vértice

$$\sigma_{m,ap,d} = k_\ell \cdot (6 \cdot M_{ap,d} / b \cdot h_{ap}^2)$$

k_ℓ : coeficiente que depende de la geometría de la pieza

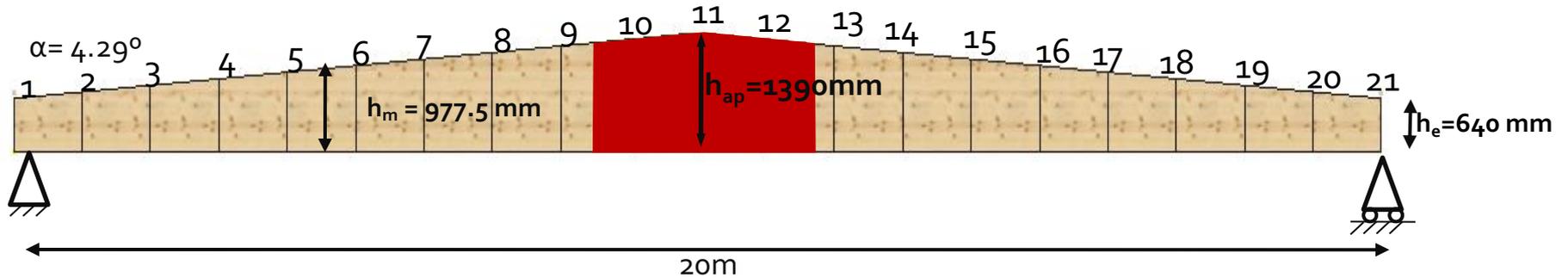
$$k_\ell = k_1 = 1 + 1.4 \cdot \text{tg} \alpha + 5.4 \cdot \text{tg}^2 \alpha$$

$k_r = 1$; en vigas a 2 aguas

$$k_\ell = k_1 + k_2 \cdot (h_{ap}/r) + k_3 \cdot (h_{ap}/r)^2 + k_4 \cdot (h_{ap}/r)^3$$

$r = \infty$

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



6. COMPROBACIÓN DE TRACCIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA EN ZONA DE VÉRTICE:

7. TRACCIÓN ⊥ VÉRTICE: $b \times h_{ap}$: Comprobación resistencia a tracción ⊥ zona de vértice: $\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$

Combinación de cargas:	Cb.1	Cb.2	Cb.3	Cb.4
Tens.cálc.tracc.⊥ vértice ($\sigma_{t,90,d}$)		0,12		N/mm ²
Resist.cálc.tracción⊥ ($f_{t,90,d}$)		0,32		N/mm ²
Resist.cálc.vértice ($k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$)		0,26		N/mm ²
Comprobación		46,6		%

Se cumple la verificación de tracción perpendicular en zona de vértice para la comb. 2

MOMENTO (+)



TENSIÓN TRACCIÓN ⊥ ($\sigma_{t,90,d}$)



RESISTENCIA A TRACCIÓN ⊥ ($k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$)

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot (M_{ap} / W_y)$$

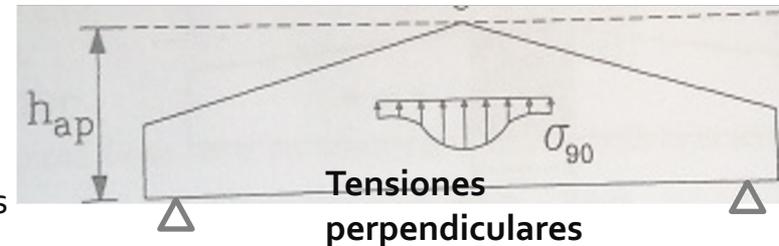
$$k_p = k_5 = 0.2 \cdot \tan \alpha$$



$$(k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{c,90,d})$$

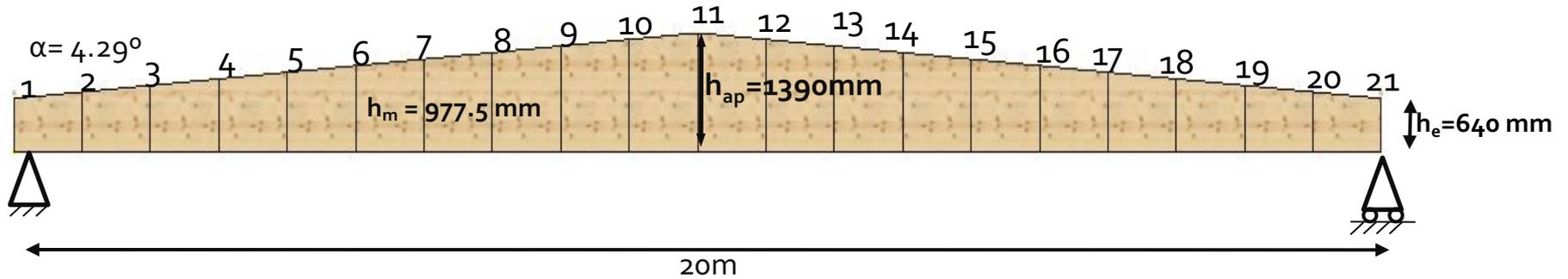
$$k_{dis} = 1.4 \text{ en vigas a dos aguas}$$

$$k_{vol} = (V_o / V)^{0.2} = (0.01 / 0.36)^{0.2} = 0.16$$



Tensiones perpendiculares

VIGAS DE CANTO VARIABLE : ejemplo



7. COMPROBACIÓN DE LA FLECHA MÁXIMA

8. COMPROBACIÓN A FUEGO EN LAS TRES SECCIONES

Ejercicios

Letra

Examen marzo 2021

Ejercicio 1

Sea una viga simplemente apoyada de madera laminada encolada (de una conífera), GL24h, que forma parte de la cubierta de una piscina climatizada cerrada. La viga tiene una luz de 10.00 m, un ancho de influencia de 2.30 m, y una sección rectangular de 140 x 290 mm² en la parte de sección menor y de 140 x 390 mm² en la parte de sección mayor (al centro).

Sobre la viga descarga una carga permanente lineal (de peso propio y de los elementos constructivos) de 1.0 kN/m (con coeficientes parciales de seguridad $\gamma_F = 0.80$ y $\gamma_F = 1.35$). Además, la cubierta resiste una sobrecarga de uso puntual (de duración corta, con $\psi_0 = \psi_1 = \psi_2 = 0$) de 1.5 kN, y un viento (de duración instantánea, con $\psi_0 = \psi_1 = \psi_2 = 0$) que tiene asociado una presión de pico de 1200 Pa y coeficiente total de presión - 0.55 (succión).

Parte a

Calcular el coeficiente de verificación ($\tau_d/f_{v,d}$) asociado a la verificación de cortante para la combinación de acciones crítica (en situación persistente). Considerar $f_{v,k} = 3.5$ MPa. Ingresar el coeficiente con tres cifras después de la coma.

Letra

Examen marzo 2021

Ejercicio 1

Parte c

Supóngase ahora que se deja fijo el largo, el ancho, la altura inferior y se estudia cómo afecta modificar la altura superior. Notar que al cambiar la altura superior y dejar fija la altura inferior, se modifica el ángulo de inclinación de la cara superior. Todos los restantes parámetros permanecen incambiados.

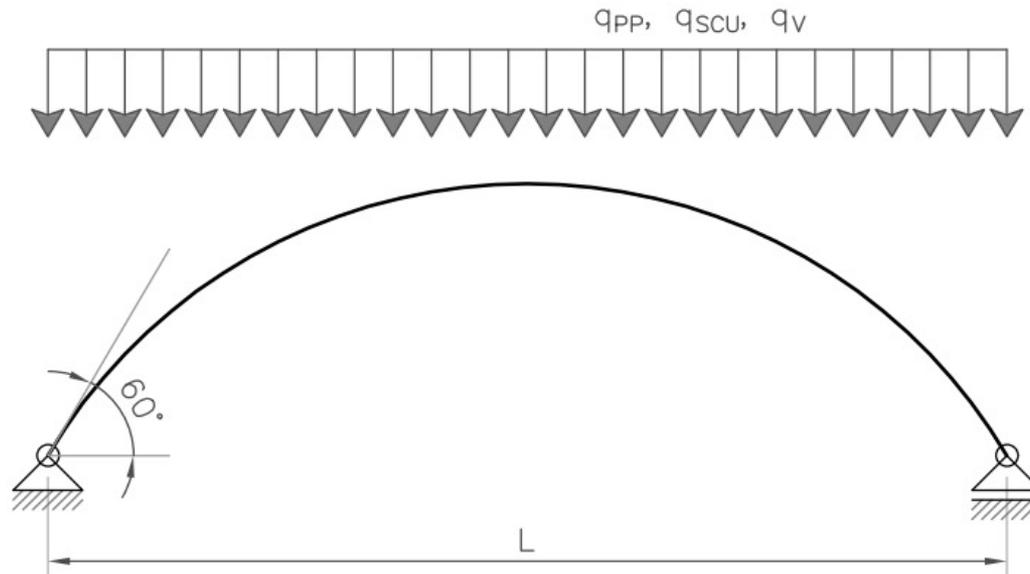
Determinar el ángulo de inclinación de la cara superior de la viga que hace que la tensión de cálculo a tracción perpendicular a la fibra ($\sigma_{t,90,d}$) sea máxima (en situación persistente). Para el cálculo de $\sigma_{t,90,d}$, despreciar la contribución de la carga distribuida aplicada en la zona de vértice sobre el borde superior de la viga (p_d). Expresar el valor en grados, con dos cifras después de la coma.

Letra

Examen febrero 2022

Ejercicio 1

Sea un arco de madera laminada encolada, clase resistente GL24h, tal cual se muestra en la figura. El arco tiene una sección de $130 \times 380 \text{ mm}^2$ (orientada de manera óptima para resistir los esfuerzos en el plano) y una separación entre apoyos $L = 11 \text{ m}$.



Letra

Examen febrero 2022

Ejercicio 1

Sobre el arco actúan tres cargas uniformemente distribuidas: una debida a todas las cargas permanentes ($\gamma_{inf} = 0.80$ y $\gamma_{sup} = 1.35$), de valor $q_{PP} = 0.7$ kN/m; una debida a una sobrecarga de uso, de valor $q_{SCU} = 0.9$ kN/m y duración media; y una debida al viento, de valor $q_V = -1.8$ kN/m (el signo se debe a que es contraria a como está representada) y duración corta. A modo de simplificación, las tres cargas distribuidas se suponen uniformes y en la dirección de la gravedad, y se desprecia el peso propio del arco. Además, se asumen los siguientes coeficientes de simultaneidad:

Acción	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Sobrecarga de uso	0.4	0.2	0
Viento	0.6	0.3	0

Letra

Examen febrero 2022

Ejercicio 1

Parte b

Determinar el coeficiente de verificación asociado a la comprobación a cortante ($\tau_d/f_{v,d}$) de la sección crítica para la combinación de acciones crítica, considerando que $f_{v,k} = 2.7$ MPa. Ingresar el coeficiente con al menos tres cifras después de la coma. (Ayuda: identificar primero la sección crítica con una carga distribuida unitaria, y luego hacer el cálculo a cortante con las combinaciones necesarias).

Parte c

Determinar el coeficiente de verificación asociado a la comprobación a flexión ($\sigma_{m,d}/(k_r \cdot f_{m,d})$) de la sección central para la combinación de acciones crítica. Ingresar el coeficiente con al menos tres cifras después de la coma. (Ayuda: tener en cuenta los coeficientes k_r y k_l correspondientes a la verificación singular).



Gracias por
la atención

FACULTAD DE
INGENIERIA

