



**Estructuras de madera**  
7.2. Cortante, torsión y  
tracción-compresión  
perpendicular a la fibra

1. ELU Tensiones tangenciales
2. ELU Tensiones perpendiculares a la fibra

7.2. Cortante, torsión y tracción-compresión perpendicular a la fibra

## VERIFICACIONES EN E.L.U.- Resumen

1. TRACCIÓN PARALELA A LA FIBRA

2. COMPRESIÓN PARALELA A LA FIBRA

3. FLEXIÓN SIMPLE

**4. CORTANTE**

**5. TORSIÓN**

**6. TRACCIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA**

**7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA**

8. INESTABILIDAD DE PIEZAS A COMPRESIÓN

8.1. INESTABILIDAD POR PANDEO EN COLUMNAS (compresión o flexocompresión)

8.2. INESTABILIDAD VUELCO LATERAL EN VIGAS (flexión o flexocompresión)

9. FLEXIÓN ESVIADA

10. FLEXOTRACCIÓN

11. FLEXOCOMPRESIÓN

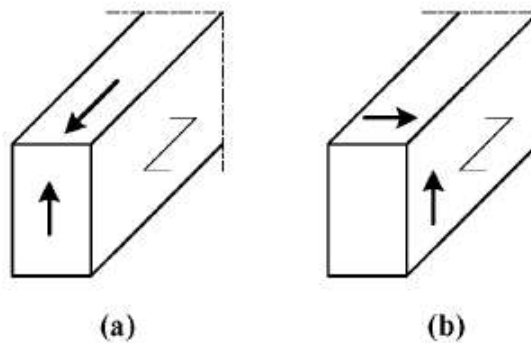
# E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )



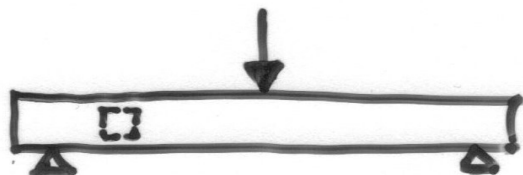
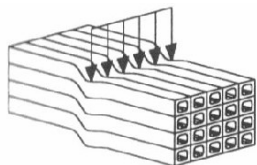
RESISTENCIA de cálculo ( $f_{v,d}$ )



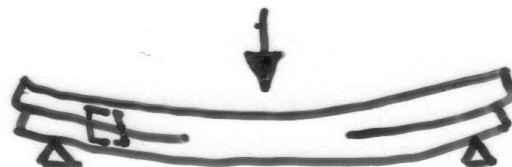
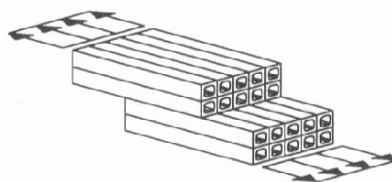
CASO (a):  $f_{v,d}$   
CASO (b):  $2 f_{t,90,d}$

Fig. 6.5 – (a) Pieza con una componente de la tensión de cortante paralela a la fibra (b) Pieza con ambas componentes de la tensión perpendiculares a la fibra (cortante de rodadura)

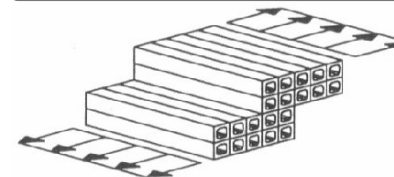
de cortadura



de deslizamiento



de rodadura



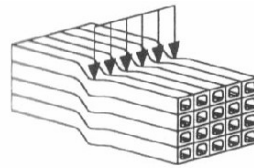
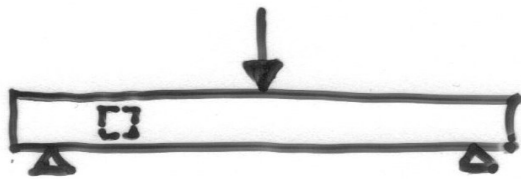
## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE

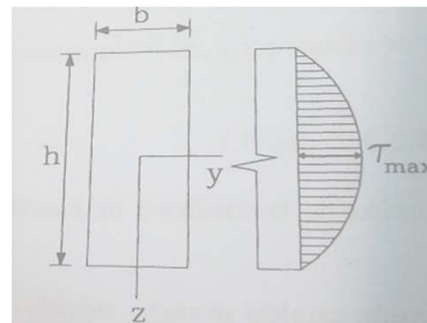
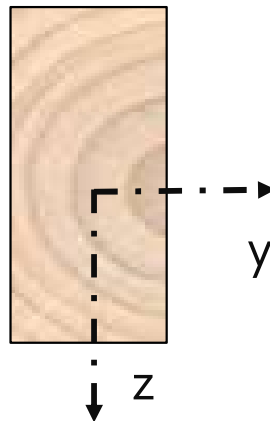
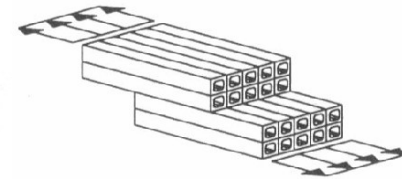
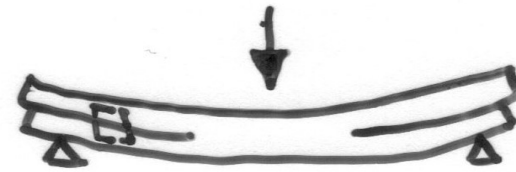
TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )

EJEMPLO DE CORTANTE EN PIEZAS DE M.A. Y M.L.E. A FLEXIÓN

de cortadura



de deslizamiento



Argüelles y Arriaga, 2000

$$\tau_{max} = 1,5 \frac{V_d}{b \cdot h}$$

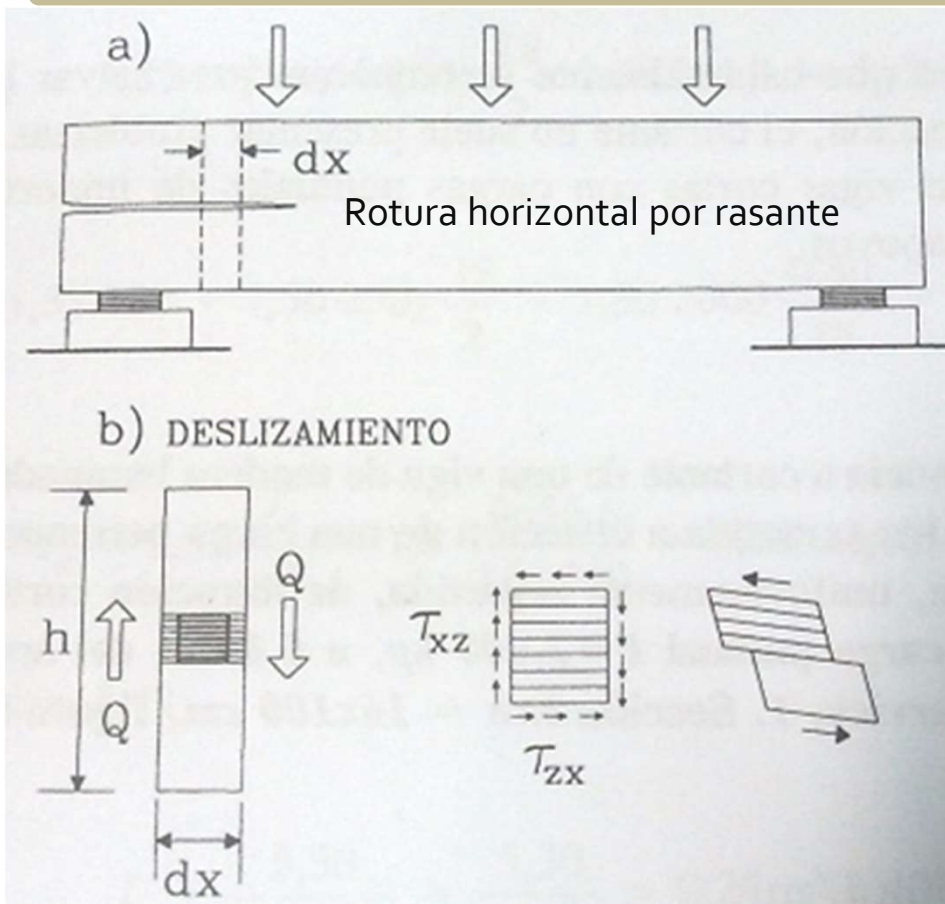
El fallo por cortante en vigas de madera sometidas a flexión se produce por un deslizamiento entre las fibras en la dirección paralela cerca de los apoyos (**FALLO POR RASANTE**)

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )

EJEMPLO DE CORTANTE EN PIEZAS A FLEXIÓN



de deslizamiento



$$\text{TENSIÓN MÁXIMA: } \tau_{max} = 1,5 \frac{V_d}{b_{ef} \cdot h}$$

 $V_d$ : esfuerzo cortante

$b_{ef}$ : anchura eficaz teniendo en cuenta la presencia de **fendas** (EN 1995-1-1:2006/A1:2008). Esta reducción se corresponde con fendas de una profundidad de 1/3 de  $b$ .

$$b_{ef} = k_{cr} \cdot b$$

 $b$ : anchura de la pieza $k_{cr} = 0.67$  para madera maciza y MLE $k_{cr} = 1$  para otros productos derivados de la madera

(EN 13986 Y EN 14374)

NOTA:  $k_{cr}$  puede tomar valores distintos dependiendo del país

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

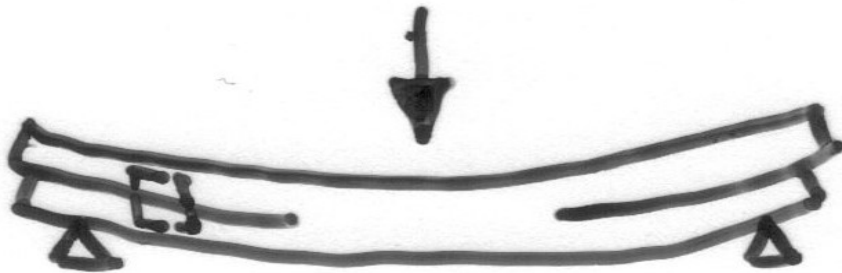
## 4. CORTANTE

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )RESISTENCIA de cálculo ( $f_{V,d}$ )

EJEMPLO DE CORTANTE EN VIGAS A FLEXIÓN

de deslizamiento

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{v,k} / \gamma_M)$$





## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )RESISTENCIA de cálculo ( $f_{v,d}$ )

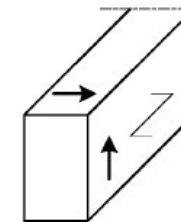
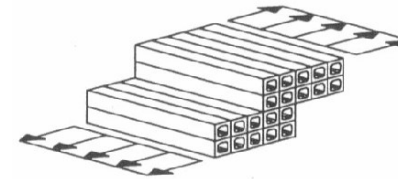
## EJEMPLO DE CORTANTE EN PIEZAS DE CLT A FLEXIÓN

## de rodadura



La resistencia a cortante por rodadura es aproximadamente igual a dos veces la resistencia tracción perpendicular a la fibra

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot (2 \cdot f_{t,90,k} / \gamma_M)$$



(b)



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: ejemplo vigueta forjado

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )

$$\tau_{max} = 1,5 \frac{V_d}{b_{ef} \cdot h}$$

$$b_{ef} = k_{cr} \cdot b = 0,67 \cdot 100 = 67 \text{ mm}$$

$$h = 160 \text{ mm}$$

## COMBINACIONES DE ACCIONES COMBINACIONES

Combinación de cargas:	CP	U	P
Combinación 1 (CP)	1,35	0	0
Combinación 2 (CP+U)	1,35	1,50	0
Combinación 3 (CP+P)	1,35	0	1,50

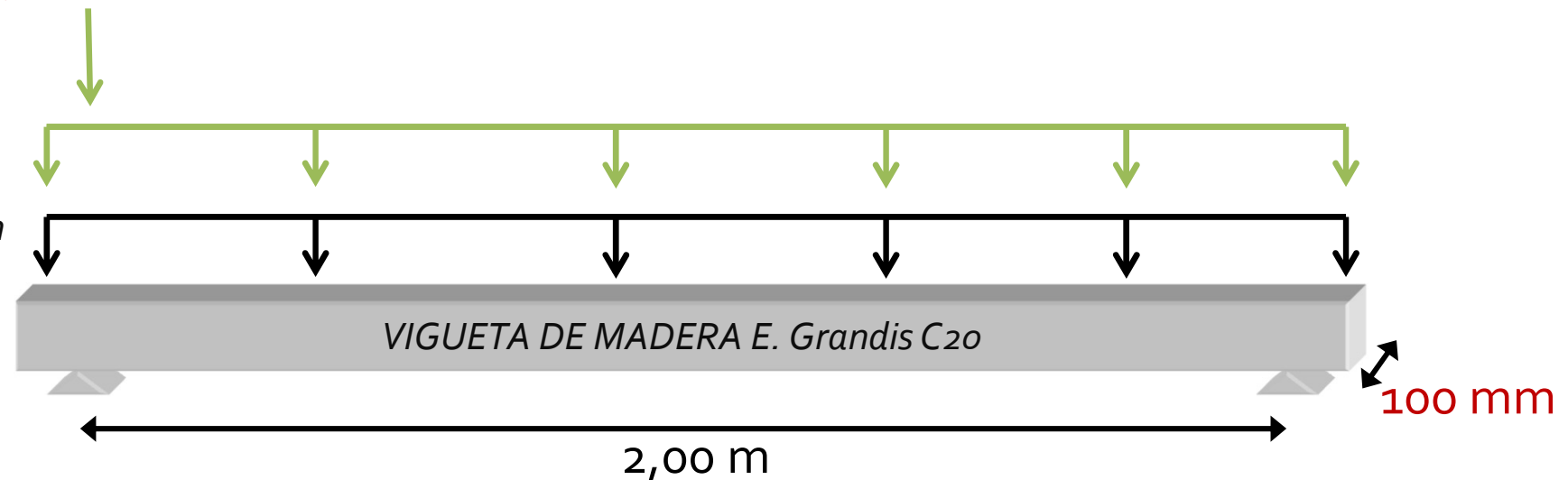
## 2. CORTANTE:

Comprobación de la resistencia a cortante:  $\tau_d \leq f_{v,d}$  EC-5:1-1(Ec.6.13)

Combinación de acciones	Cb. 1	Cb. 2	Cb. 3	
Esfuerzo cortante ( $V_{y,d}$ )	0,24	1,74	3,24	kN
Tensión cálculo ( $\tau_{y,d}$ )	0,03	0,24	0,45	N/mm <sup>2</sup>

 $P = 2,00 \text{ kN}$  $U = 1,00 \text{ kN/m}$  $CP = 0,18 \text{ kN/m}$ 

160 mm



# E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: ejemplo vigueta forjado

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )



RESISTENCIA de cálculo ( $f_{v,d}$ )

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot (f_{v,k} / \gamma_M)$$

Tabla 1 – Clases resistentes. Valores característicos

		Coníferas y chopo											Fronzosas								
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50	D18	D24	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Propiedades de resistencia (en N/mm <sup>2</sup> )																					
Flexión	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	18	24	30	35	40	50	60	70
Tracción paralela a la fibra	$f_{t,0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30	11	14	18	21	24	30	36	42
Tracción perpendicular a la fibra	$f_{t,90,k}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Compresión paralela a la fibra	$f_{c,0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	18	21	23	25	26	29	32	34
Compresión perpendicular a la fibra	$f_{c,90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	7,5	7,8	8,0	8,1	8,3	9,3	10,5	13,5
Cortante	$f_{v,k}$	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,4	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,5	5,0
Propiedades de rigidez (en kN/mm <sup>2</sup> )																					
Módulo de elasticidad medio paralelo a la fibra	$E_{0,medio}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16	9,5	10	11	12	13	14	17	20
Módulo de elasticidad paralelo a la fibra (5% percentil)	$E_{0,05}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7	8	8,5	9,2	10,1	10,9	11,8	14,3	16,8
Módulo de elasticidad medio perpendicular a la fibra	$E_{90,medio}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,63	0,67	0,73	0,80	0,86	0,93	1,13	1,33
Módulo medio de cortante	$G_{medio}$	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	0,59	0,62	0,69	0,75	0,81	0,88	1,06	1,25
Densidad (en kg/m <sup>3</sup> )																					
Densidad	$\rho_k$	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460	475	485	530	540	550	620	700	900
Densidad media	$\rho_{medio}$	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550	570	580	640	650	660	750	840	1080

EN 338:2009

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: ejemplo vigueta forjado

 $\gamma_M = 1,30$  Para madera aserrada
RESISTENCIA de cálculo ( $f_{v,d}$ )

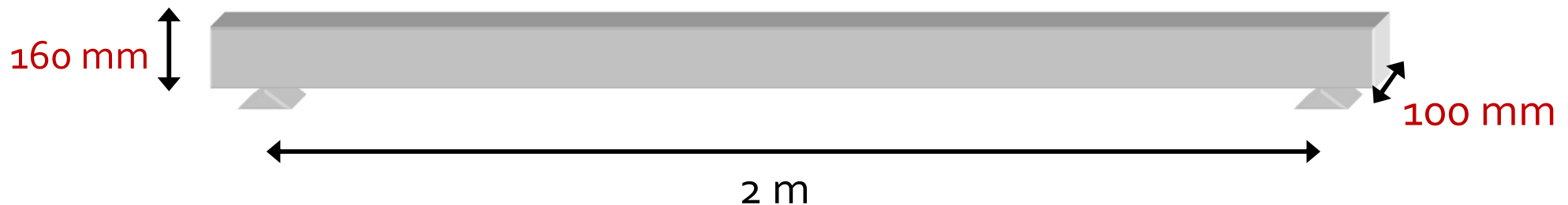
$$f_{v,y,d} = k_{mod} \cdot (f_{v,k} / \gamma_M)$$

 $K_{mod} = 0,60$  Cargas permanentes y CS 1 (interior)  $\longrightarrow$  Cb. 1: 1,35 CP

 $K_{mod} = 0,80$  Cargas de media duración y CS 1 (interior)  $\longrightarrow$  Cb. 2 : 1,35 CP + 1,50 U

 $K_{mod} = 0,90$  Cargas de corta duración y CS 1 (interior)  $\longrightarrow$  Cb. 3 : 1,35 CP + 1,50 P
2. CORTANTE: Comprobación de la resistencia a cortante:  $\tau_d \leq f_{v,d}$  EC-5:1-1(Ec.6.13)

Combinación de acciones	Cb. 1	Cb. 2	Cb. 3	
Esfuerzo cortante ( $V_{y,d}$ )	0,24	1,74	3,24	kN
Tensión cálculo ( $\tau_{y,d}$ )	0,03	0,24	0,42	N/mm <sup>2</sup>
Resistencia cálculo ( $f_{v,y,d}$ )	1,66	2,22	2,49	N/mm <sup>2</sup>



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: ejemplo vigueta forjado

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )RESISTENCIA de cálculo ( $f_{v,d}$ )

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{v,k} / \gamma_M)$$

## 2. CORTANTE:

Comprobación de la resistencia a cortante:  $\tau_d \leq f_{v,d}$  EC-5:1-1(Ec.6.13)

Combinación de acciones	Cb. 1	Cb. 2	Cb. 3	
Esfuerzo cortante ( $V_{y,d}$ )	0,24	1,74	3,25	kN
Tensión cálculo ( $\tau_{y,d}$ )	0,03	0,24	0,46	N/mm <sup>2</sup>
Resistencia cálculo ( $f_{v,y,d}$ )	1,66	2,22	2,49	N/mm <sup>2</sup>
Comprobación	1,80	10,81	18,47	%

CUMPLE A CORTANTE

COMBINACIONES DE CARGAS	COMBINACION DETERMINANTE		
Combinación de cargas:	CP	U	P
Combinación 1 (CP)	1,35	0	0
Combinación 2 (CP+U)	1,35	1,5	0
<b>Combinación 3 (CP+P)</b>	<b>1,35</b>	<b>0</b>	<b>1,5</b>

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: cargas cercanas al apoyo

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )

CORTANTE EN PIEZAS A FLEXIÓN

CARGAS PUNTUALES CERCANAS AL APOYO



SE DESPRECIA EL EFECTO DEL CORTANTE

(2) En los apoyos, la contribución al cortante total de una carga concentrada  $F$  que actúa sobre la cara superior de la viga y se encuentra dentro de una distancia  $h$  o  $h_{ef}$  desde el borde del apoyo puede despreciarse (véase la figura 6.6). En vigas con una entalladura en el apoyo, esta reducción se aplica únicamente cuando la entalladura está en la cara opuesta a la del apoyo.

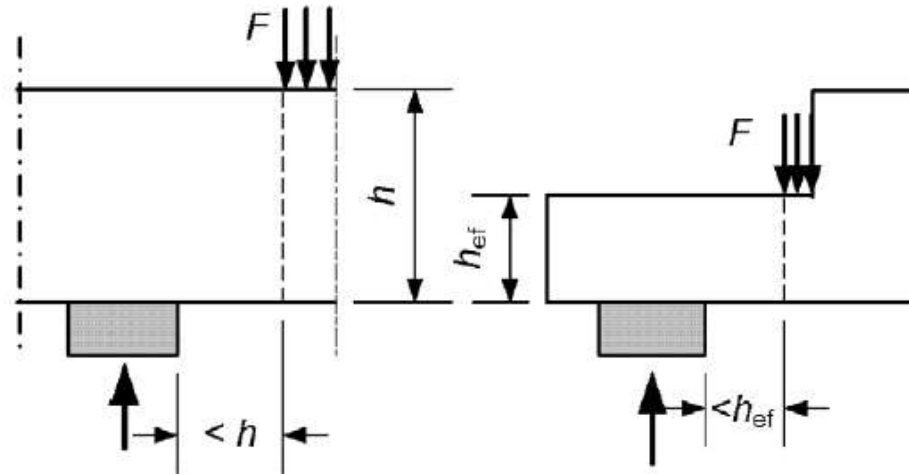


Fig. 6.6 – Condiciones en un apoyo, en las cuales la carga concentrada  $F$  puede despreciarse en el cálculo del cortante

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

### 4. CORTANTE: cargas cercanas al apoyo

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )

CORTANTE EN PIEZAS A FLEXIÓN

CARGAS PUNTUALES CERCANAS AL APOYO



SE DESPRECIA EL EFECTO DEL CORTANTE

El dimensionado de las piezas para cumplir las verificaciones de resistencia y deformación, suele ser suficiente para cumplir la condición de cortante, **excepto en los siguientes casos:**

- Piezas de sección variable
- Vigas cortas con cargas puntuales de importancia
- Vigas con entalladuras en los apoyos

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos

## 6.5 Piezas con entalladuras

## 6.5.1 Generalidades

(1)P Los efectos de concentración de tensiones en las entalladuras deben tenerse en cuenta en la comprobación de la resistencia de las piezas.

(2) El efecto de la concentración de tensiones puede despreciarse en los casos siguientes:

- tracción o compresión paralela a la fibra;
- flexión con tensiones de tracción en la entalladura si la inclinación del borde no es mayor que  $1:i = 1:10$ , esto es  $i \geq 10$ , véase la figura 6.10a;
- flexión con tensiones de compresión en la entalladura, véase la figura 6.10b.

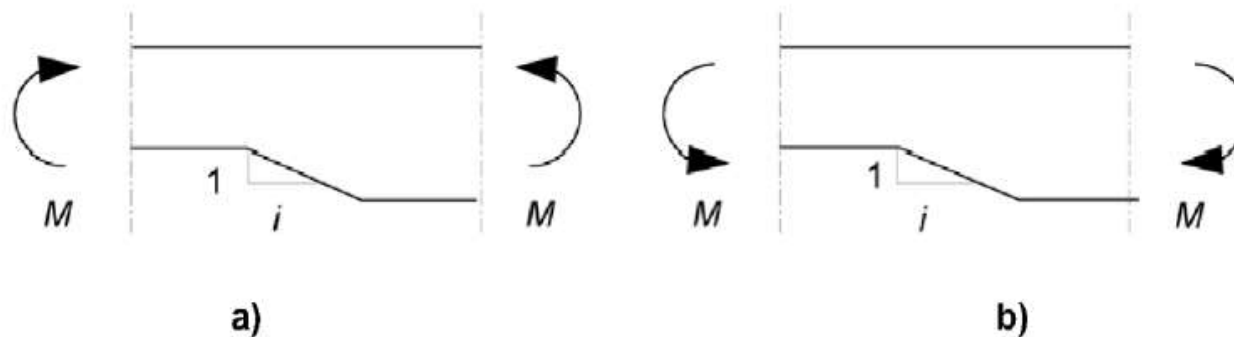


Fig. 6.10 – Flexión en la entalladura: a) con tensiones de tracción en la entalladura, b) con tensiones de compresión en la entalladura



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_v \cdot f_{v,d}$ )

CORTANTE EN PIEZAS A FLEXIÓN

$k_v$ : factor penalizante de la resistencia a cortante en función de la forma de la entalladura

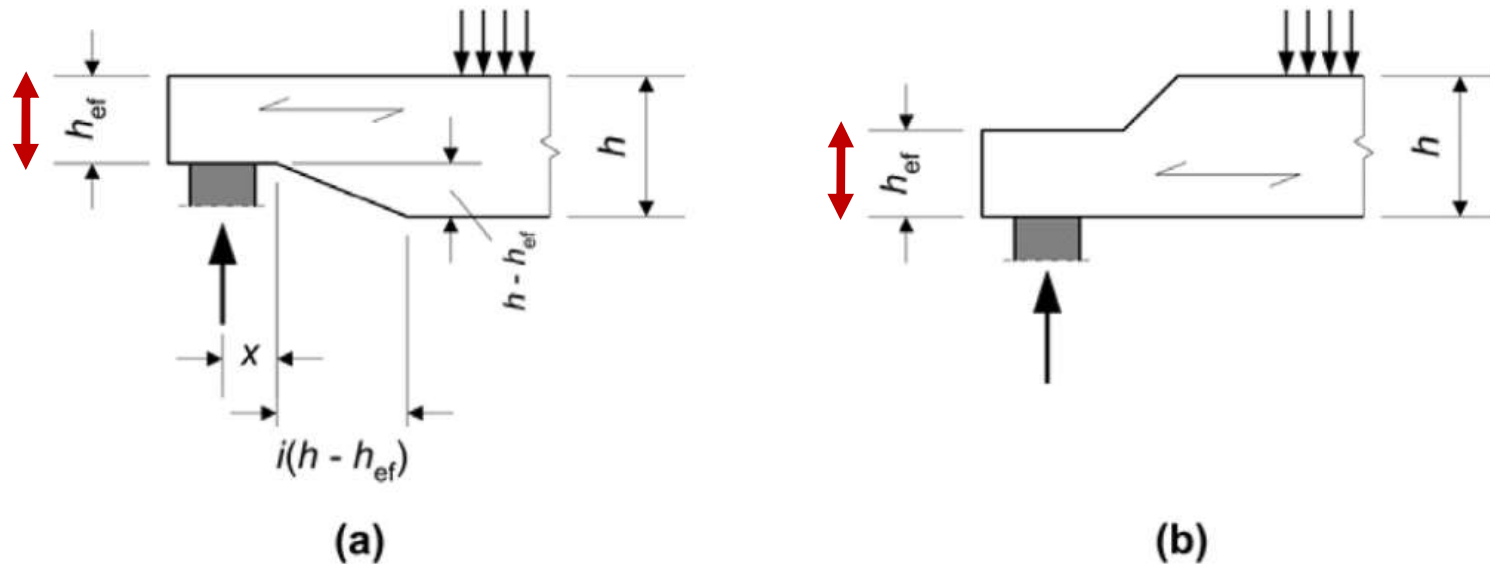


Fig. 6.11 – Vigas con entalladuras en los extremos

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_v \cdot f_{v,d}$ )

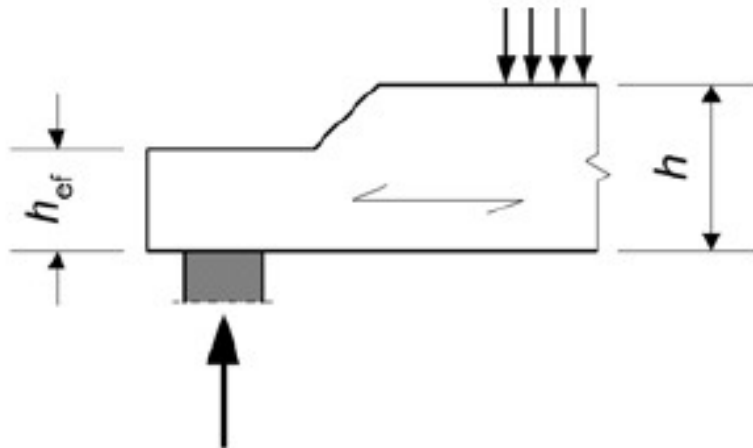
CORTANTE EN PIEZAS A FLEXIÓN

 $k_v$ : factor penalizante de la resistencia a cortante $k_v$  es un factor de reducción definido a continuación:

- En vigas entalladas en el lado opuesto al del apoyo (véase la figura 6.11b)

$$k_v = 1,0$$

(6.61)



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos

TENSION de cálculo ( $\tau_d$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_v \cdot f_{v,d}$ )

– En vigas entalladas en el mismo lado del apoyo (véase la figura 6.11a)

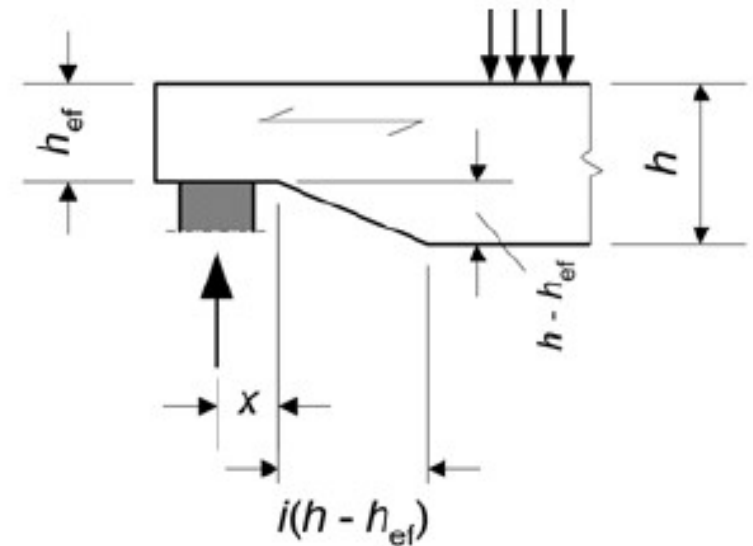
$$k_v = \min \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \frac{k_n \left( 1 + \frac{1,1 i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0,8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \end{array} \right.$$

donde

$i$  es la inclinación de la entalladura (véase la figura 6.11a);

$h$  es el canto de la viga, en mm;

$x$  es la distancia desde la línea de acción de la reacción en el apoyo al arranque de la entalladura, en mm;

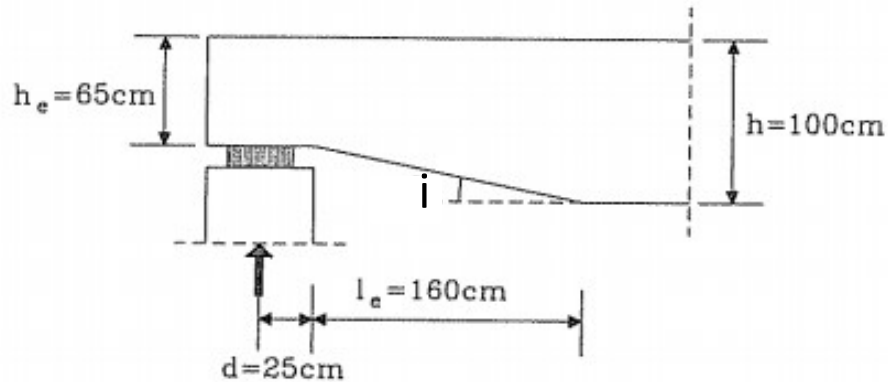


$$\alpha = \frac{h_{ef}}{h}$$

$$k_n = \begin{cases} 4,5 & \text{para madera microlaminada (LVL)} \\ 5 & \text{para madera maciza} \\ 6,5 & \text{para madera laminada encolada} \end{cases} \quad (6.63)$$

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos - Ejemplo



- Viga de madera laminada encolada de clase resistente GL22h de sección 19x100 cm.
- Cortante en el apoyo: 50 kN, duración corta.
- Clase de servicio: 1

Madera laminada encolada  $\rightarrow k_n = 6,5$

$$l_e = i(h - h_{eff}) \rightarrow i = \frac{160 \text{ cm}}{100 \text{ cm} - 65 \text{ cm}} = 4,57$$

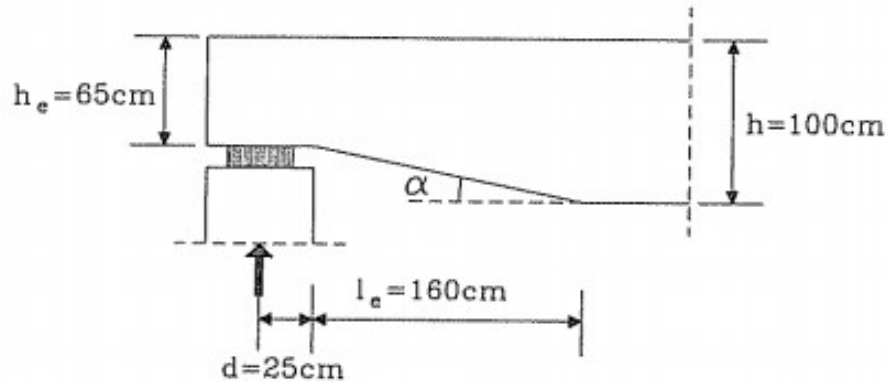
$$\alpha = \frac{h_{eff}}{h} = \frac{65 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0,65$$

$$x = d = 25 \text{ cm}$$

$$k_v = \frac{6,5(1 + \frac{1,1 \cdot 4,57^{1,5}}{\sqrt{1000 \text{ mm}}})}{\sqrt{1000 \text{ mm}}(\sqrt{0,65(1 - 0,65)} + 0,8 \frac{25 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} \sqrt{\frac{1}{0,65} - 0,65^2})} = 0,4 < 1$$

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos - Ejemplo



$$k_v = 0,4$$

- Viga de madera laminada encolada de clase resistente GL22h de sección 19x100 cm.
- Cortante en el apoyo: 50 kN, duración corta.
- Clase de servicio: 1

Madera laminada encolada  $\rightarrow k_{cr} = 0.67$

$$\tau_d = \frac{1.5 \cdot 50.000 \text{ N}}{0.67 \cdot 190 \text{ mm} \cdot 650 \text{ mm}} = 0.91 \text{ MPa}$$

Carga de corta duración y CS 1  $\rightarrow k_{mod} = 0.9$

Madera laminada encolada  $\rightarrow \gamma_M = 1.25$

Clase resistente GL22h  $\rightarrow f_{v,k} = 3.5 \text{ MPa}$

$$f_{v,d} = \frac{0.9 \cdot 3.5 \text{ MPa}}{1.25} = 2.52 \text{ MPa}$$

$$\frac{\tau_d}{k_v \cdot f_{v,d}} = \frac{0.91 \text{ MPa}}{0.4 \cdot 2.52 \text{ MPa}} = 0.9 < 1$$

Verifica

# E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 4. CORTANTE: piezas con entalladuras en los apoyos - Refuerzos

### REFUERZOS HABITUALES EN VIGAS CON ENTALLADURAS EN LOS APOYOS

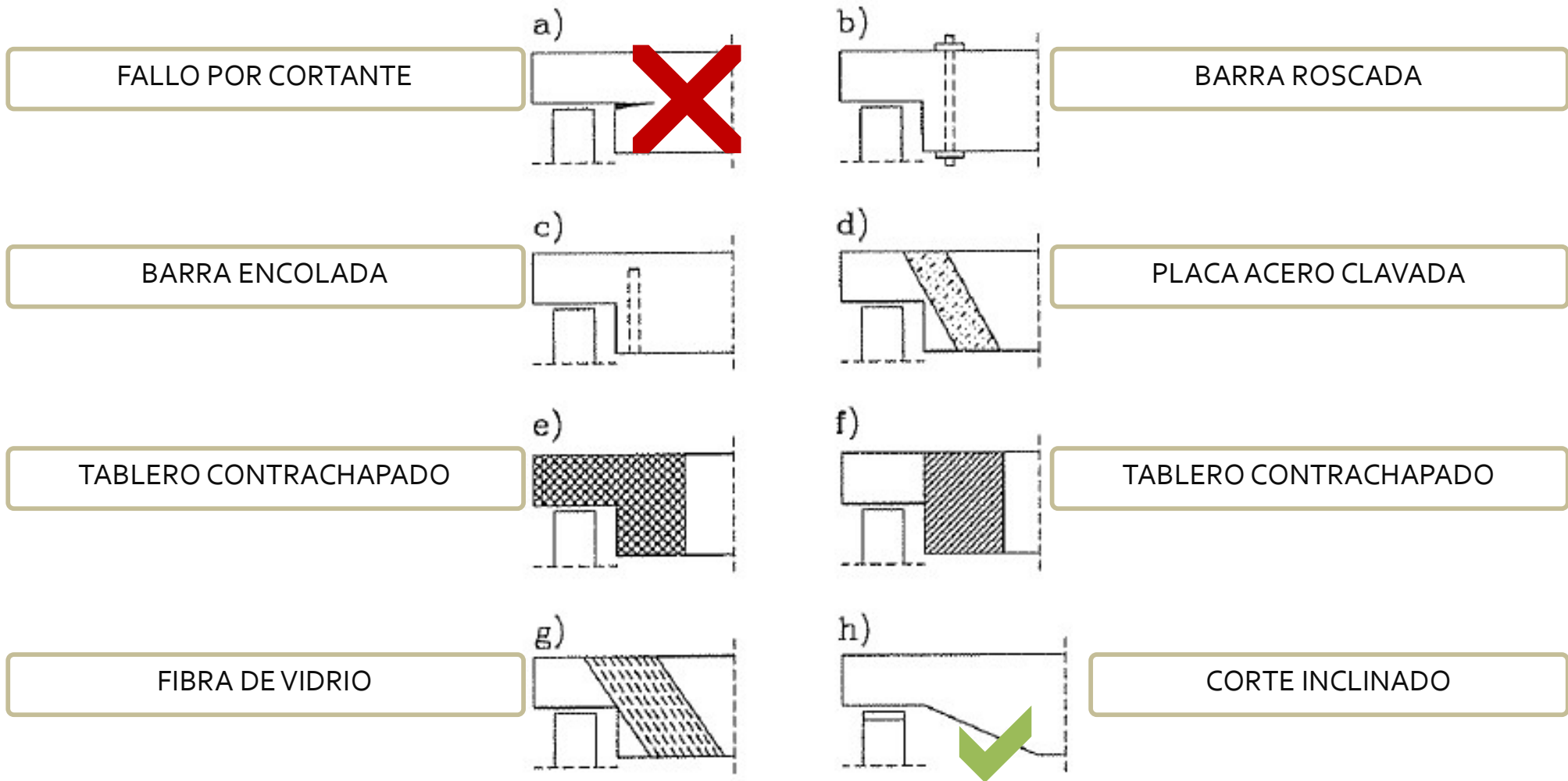
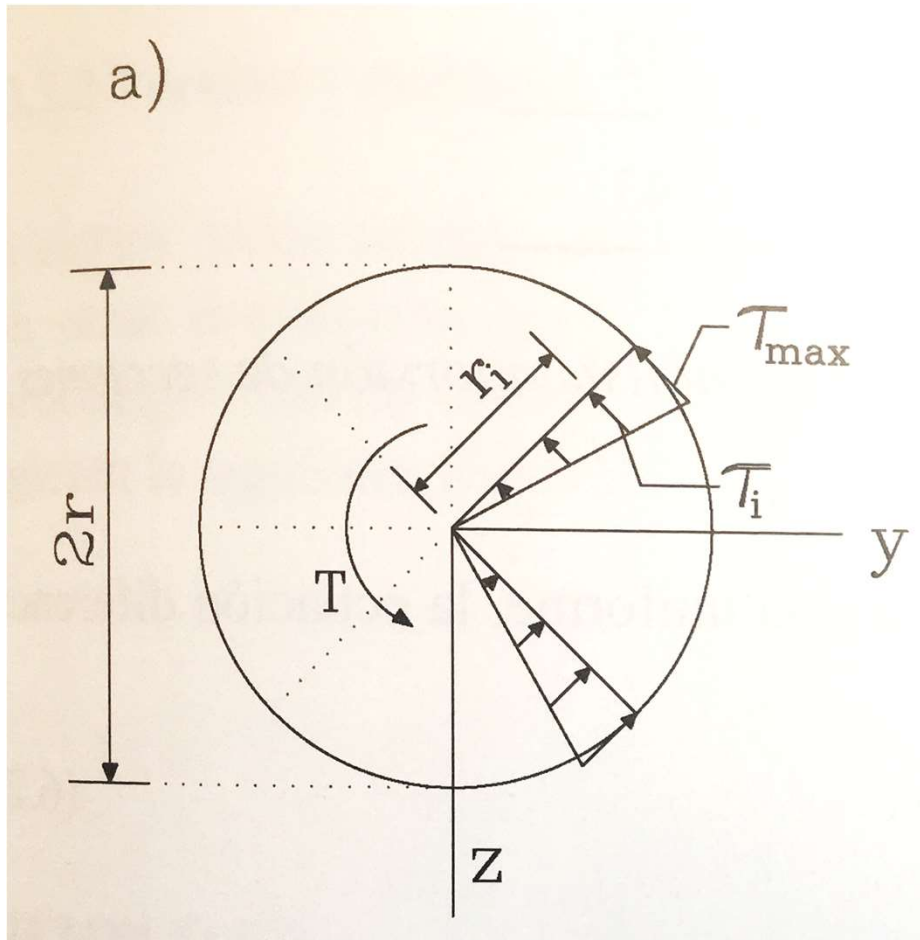


Figura 5.17. Refuerzos en vigas con entalladuras.

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 5. TORSIÓN

TENSION de cálculo en secciones circulares ( $\tau_{tor,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_{shape} \cdot f_{V,d}$ )

En secciones circulares, el momento torsor  $T$  origina tensiones tangenciales aplicadas sobre el plano transversal, en la dirección normal al radio y distribuidas linealmente.

$$\tau = \frac{r_i}{r} * \tau_{max}$$

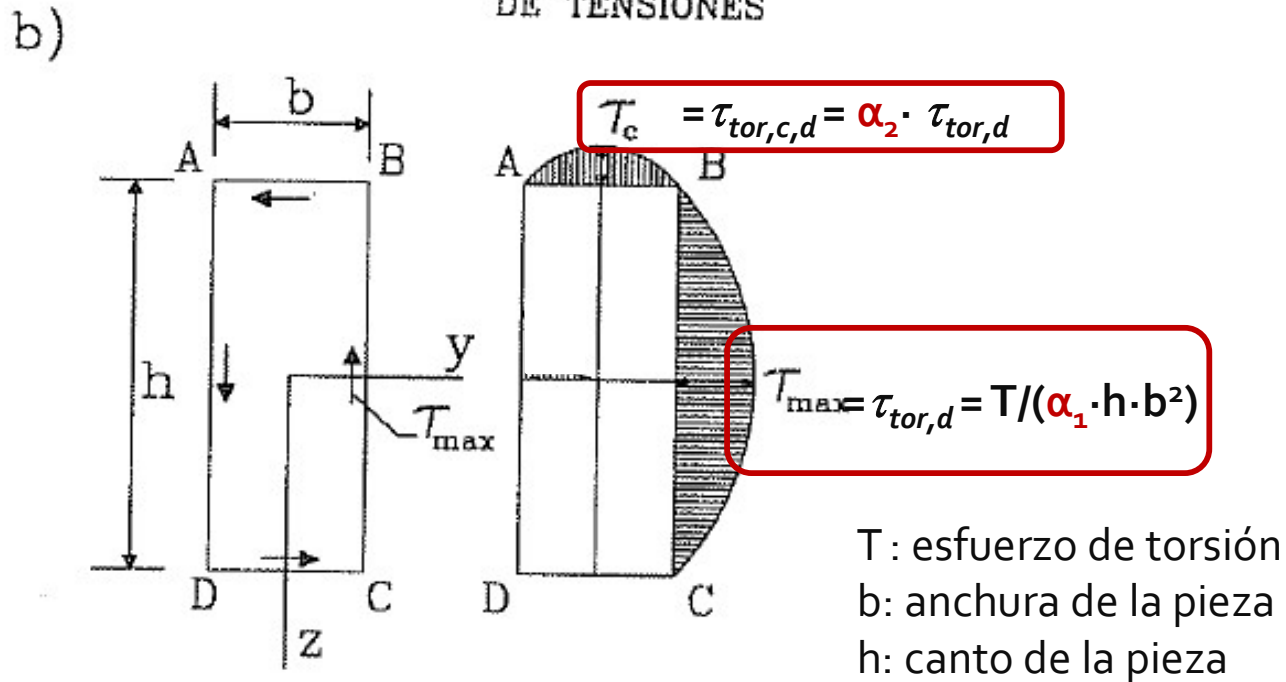
Donde:

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_T} = \frac{T}{\left(\frac{\pi \cdot r^4}{2}\right)} \cdot r = \frac{T}{\left(\frac{\pi \cdot r^3}{2}\right)}$$



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 5. TORSIÓN

TENSION de cálculo ( $\tau_{tor,d}$ )

h/b	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1	0,208	1,000
1,5	0,231	0,859
1,75	0,239	0,820
2,0	0,246	0,795
2,5	0,256	0,766
3,0	0,267	0,753
4,0	0,282	0,745
6,0	0,299	0,743
8,0	0,307	0,742
10	0,313	0,742
$\infty$	0,333	0,743

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones tangenciales

## 5. TORSIÓN

TENSION de cálculo ( $\tau_{tor,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_{shape} \cdot f_{v,d}$ )

## 6.1.8 Torsión

(1)P Debe cumplirse la condición siguiente:

$$\tau_{tor,d} \leq k_{shape} f_{v,d} \quad (6.14)$$

con

$$k_{shape} = \begin{cases} 1,2 & \text{para una sección circular} \\ \min \begin{cases} 1 + 0,15 \frac{h}{b} \\ 2,0 \end{cases} & \text{para una sección rectangular} \end{cases} \quad (6.15)$$

donde

 $\tau_{tor,d}$  es el valor de cálculo de la tensión de torsión; $f_{v,d}$  es el valor de cálculo de la resistencia a cortante; $k_{shape}$  es un factor que depende de la forma de la sección transversal; $h$  es la dimensión mayor de la sección transversal; $b$  es la dimensión menor de la sección transversal.

1. ELU Tensiones tangenciales
2. ELU Tensiones perpendiculares a la fibra

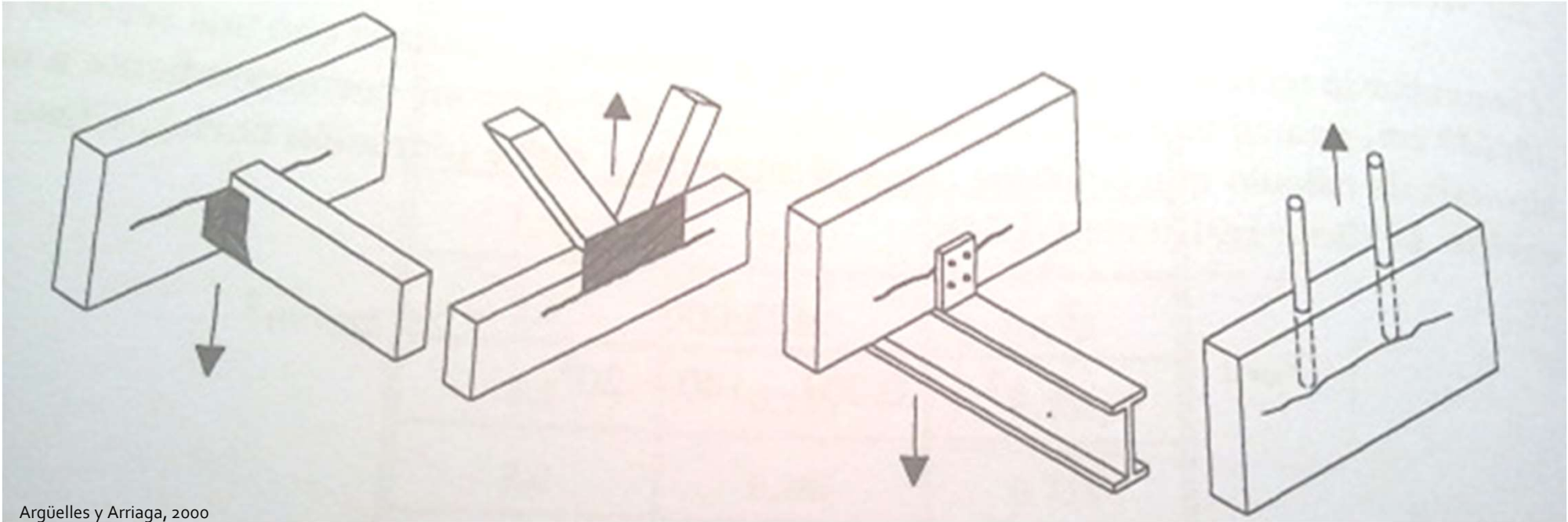
7.2. Cortante, torsión y tracción-compresión perpendicular a la fibra

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 6. TRACCIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA

MADERA ASERRADA

Poco frecuente y asociado a detalle constructivo mal resuelto



Argüelles y Arriaga, 2000

TENSION de cálculo ( $\sigma_{t,90,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $f_{t,90,d}$ )

$$f_{t,90,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{t,90,k} / \gamma_M)$$

*La madera no tiene buena resistencia a la tracción perpendicular a la fibra por lo que vamos a intentar evitar someterla a este tipo de esfuerzos.*



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

### 6. TRACCIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA

\*COMPROBACIONES SINGULARES EN M.L.E.

MADERA LAMINADA ENCOLADA

En piezas curvas y piezas con cambio de directriz

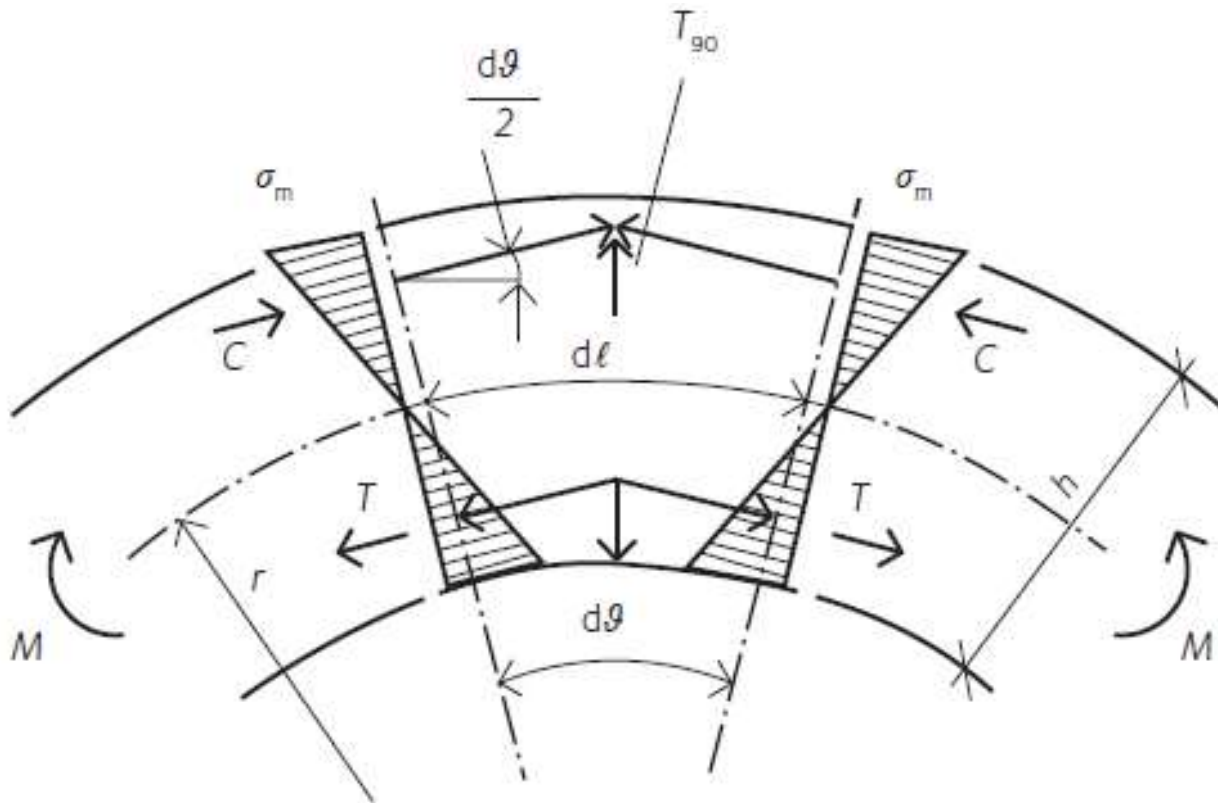


TENSION de cálculo ( $\sigma_{t,90,d}$ )



RESISTENCIA de cálculo ( $k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$ )

## Tensión perpendicular en vigas curvas



*En piezas curvas de madera laminada solicitadas a flexión es inevitable la presencia de tensiones radiales de tracción si el momento flector alarga las láminas interiores y acorta las exteriores.*

RESISTENCIA de cálculo  $k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}$

- $k_{dis}$  : factor que se aplica dado que las tensiones no se distribuyen uniformemente en la pieza, las tensiones máximas afectan sólo una zona reducida de esta, obteniendo una menor probabilidad de fallo.
- $k_{vol}$  : factor considerado porque existe una relación entre la resistencia de la madera y el tamaño de la pieza. A mayor volumen existen mayores probabilidades de que se presenten defectos que conduzcan a un fallo local, y por extensión al fallo de la pieza.

$$k_{vol} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{0,2}$$

**Donde:**

- $V_0 = 0,01 \text{ m}^3$ , volumen de la probeta sobre la que se ensaya la resistencia a tracción perpendicular en madera laminada.
- $V$ : es el volumen de la viga curva que está bajo tensión.



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

### 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA

TENSION de cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )

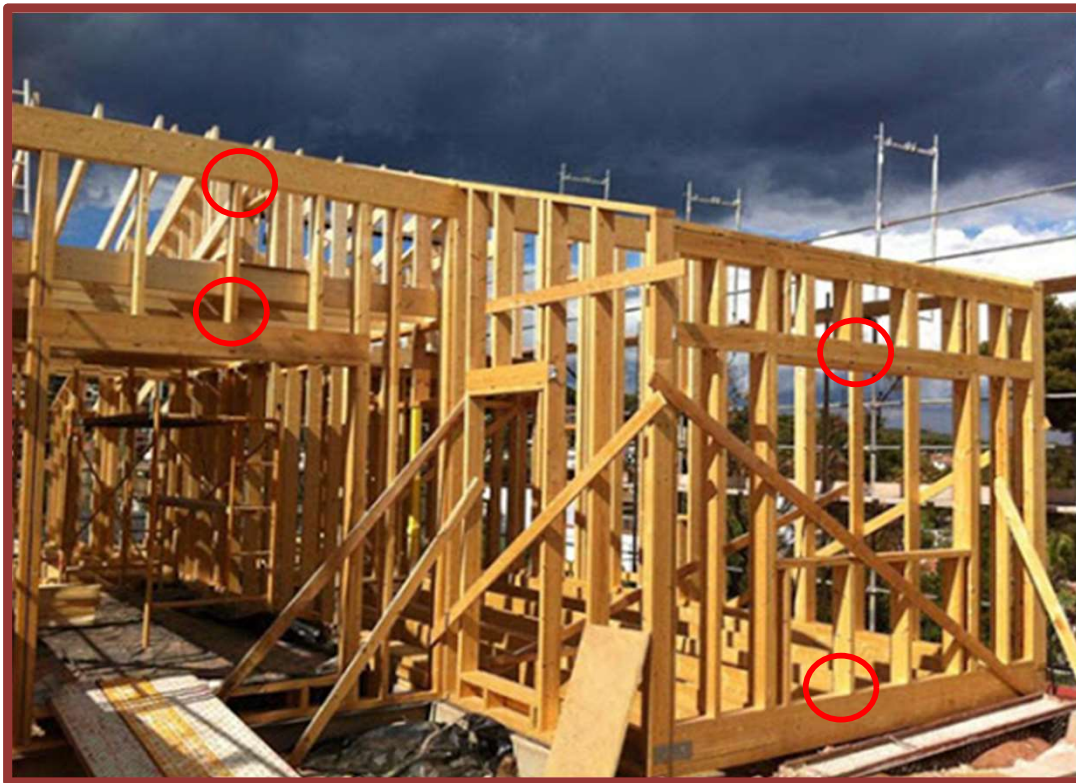


RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

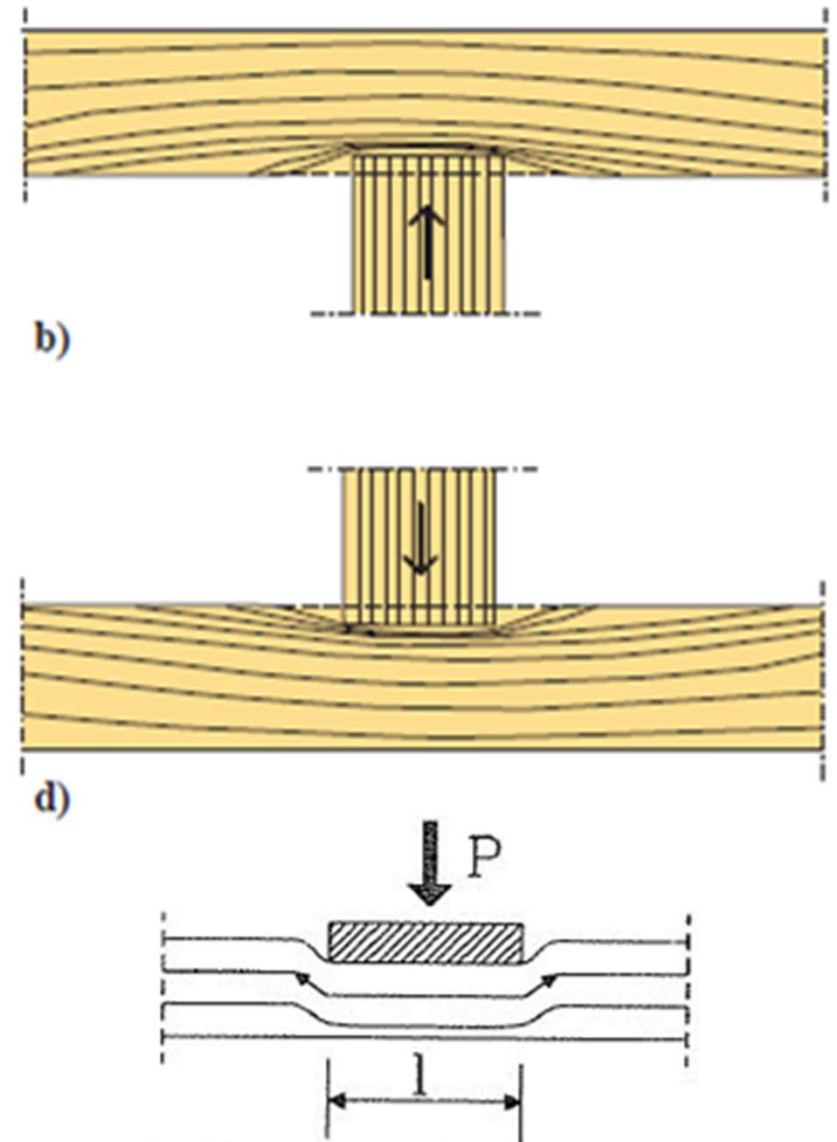


# E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA



<http://www.casademadera.org/not104.html>



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA

TENSION de cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

$\sigma_{c,90,d}$ : valor de cálculo de la tensión de compresión en el área de contacto perpendicular a la fibra

$F_{c,90,d}$ : valor de cálculo de la fuerza de compresión perpendicular  
 $A_{ef}$ : Área efectiva de contacto en compresión perpendicular

El área de contacto eficaz perpendicular a la fibra,  $A_{ef}$ , debería determinarse considerando una longitud de contacto eficaz paralela a la fibra, donde la longitud de contacto real,  $\ell$ , a cada lado se incrementa en 30 mm, pero no más que  $a$ ,  $\ell$  o  $\ell_1/2$ , véase la figura 6.2.

$$\sigma_{c,90,d} = F_{c,90,d} / A_{ef}$$

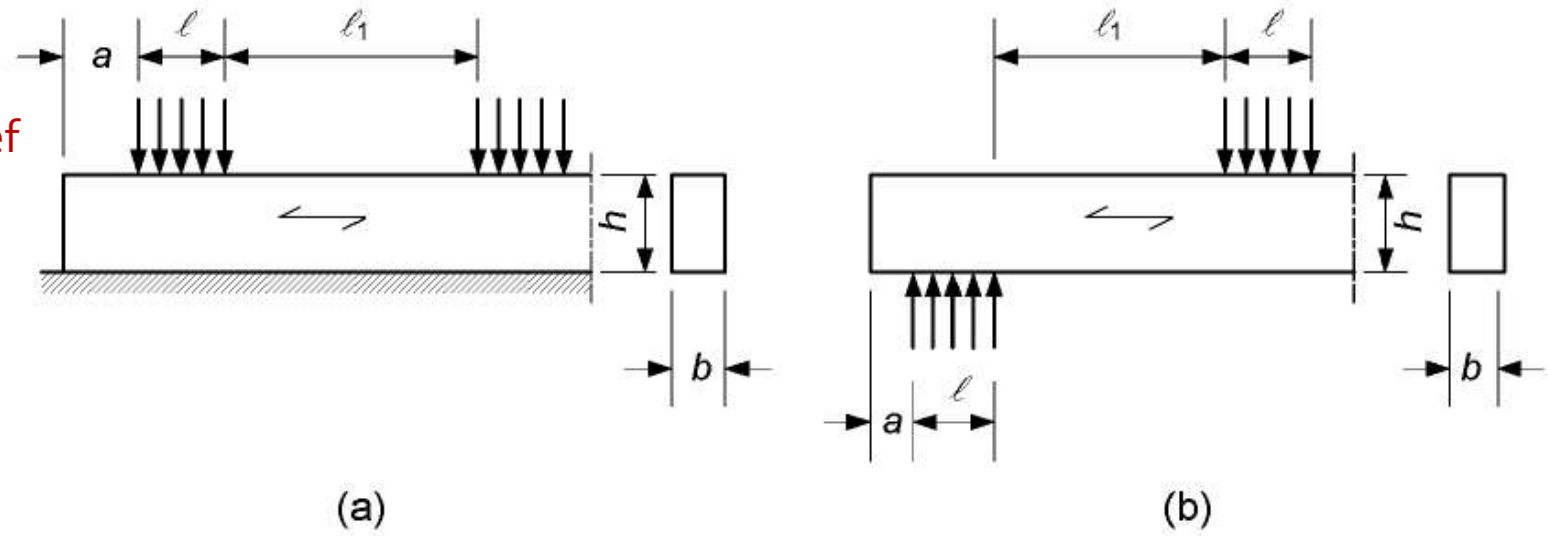


Figura 6.2 – Pieza (a) sobre apoyo en continuo y (b) sobre apoyos aislados



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA

TENSION de cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

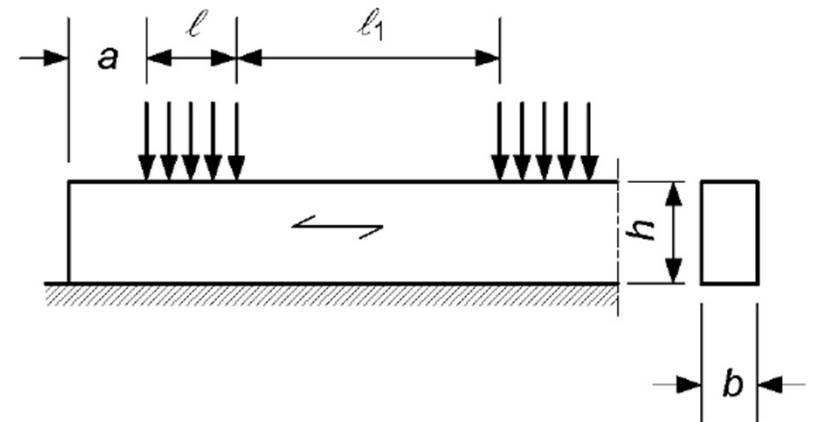
$k_{c,90}$ : factor que tiene en cuenta: la configuración de la carga, la posibilidad de fendado y el aplastamiento

(2) El valor de  $k_{c,90}$  debería tomarse igual a 1,0 salvo que sean de aplicación las condiciones definidas en los párrafos siguientes. En estos casos, puede tomarse el valor mayor de  $k_{c,90}$  que se especifica, con un límite de  $k_{c,90} = 1,75$ .

(3) En el caso de piezas sobre apoyo continuo, siempre que  $\ell_1 \geq 2h$  véase la figura 6.2a, el valor de  $k_{c,90}$  debería tomarse como:

- $k_{c,90} = 1,25$  para madera maciza de coníferas;
- $k_{c,90} = 1,5$  para madera laminada encolada de coníferas;

donde  $h$  es el canto de la pieza y  $\ell$  es la longitud de contacto.



(a)

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA

TENSION de cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

(4) En el caso de piezas sobre apoyos aislados, siempre que  $\ell_1 \geq 2h$  véase la figura 6.2b, el valor de  $k_{c,90}$  debería tomarse como:

- $k_{c,90} = 1,5$  para madera maciza de coníferas;
- $k_{c,90} = 1,75$  para madera laminada encolada de coníferas siempre que  $\ell \leq 400$  mm;

donde  $h$  es el canto de la pieza y  $\ell$  es la longitud de contacto.

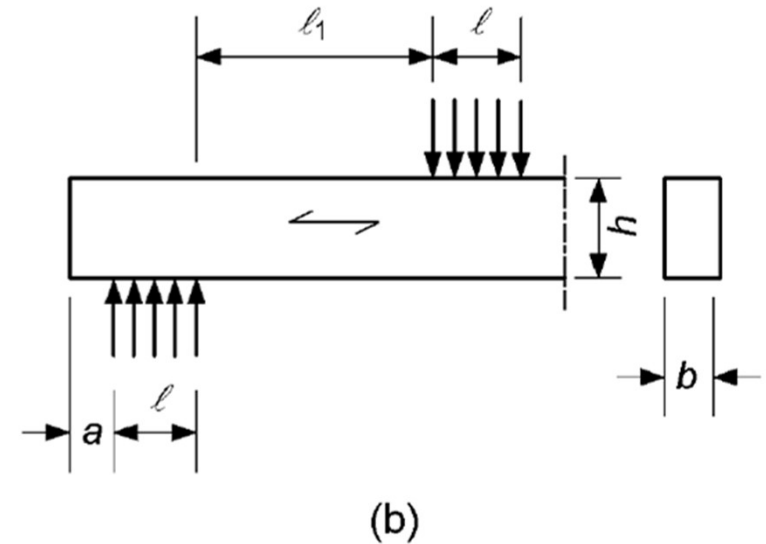
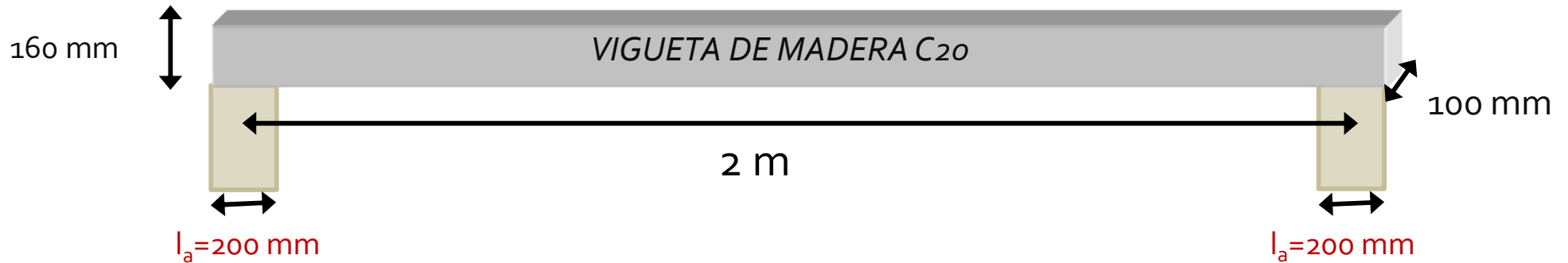


Tabla 5.2 Arguelles y Arriega

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA: ejemplo vigueta forjado



Suponiendo apoyo de la vigueta sobre una viga de 200 mm de ancho y 100 mm de profundidad

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

3. COMPRESIÓN  $\perp$ :

Comprobación de aplastamiento en los apoyos:  $\sigma_{c,90,d} \leq k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$

Combinación de cargas:

	1	2	3	
Esfuerzo cortante ( $V_{y,d}$ )	0,25	1,75	3,24	kN
Tensión cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )	0,01	0,07	0,14	N/mm <sup>2</sup>

$\sigma_{c,90,d}$  = cortante de calculo (N) / Aef (mm<sup>2</sup>)

Aef = (200+30)\*100=23.000 mm<sup>2</sup>

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA: ejemplo vigueta forjado

RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

$$k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} = k_{c,90} \cdot k_{\text{mod}} \cdot (f_{c,90,k} / \gamma_M)$$

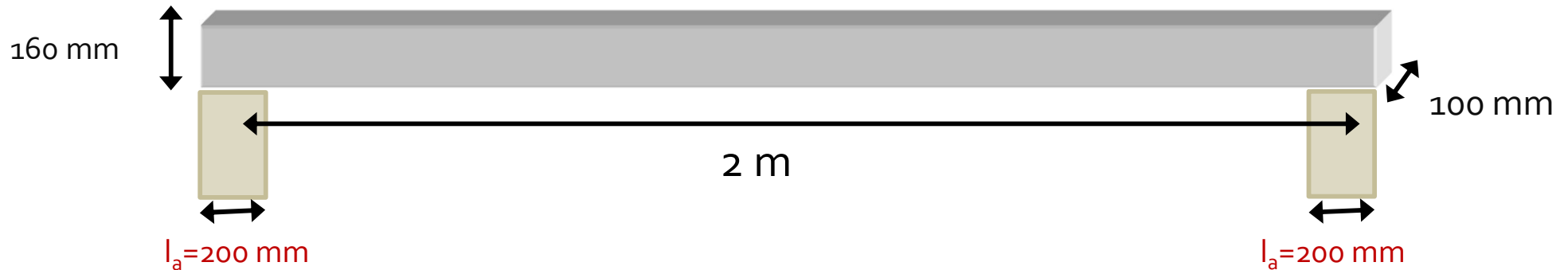
Tabla 1 – Clases resistentes. Valores característicos

		Coníferas y chopo											Fronzosas								
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50	D18	D24	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Propiedades de resistencia (en N/mm <sup>2</sup> )																					
Flexión	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	18	24	30	35	40	50	60	70
Tracción paralela a la fibra	$f_{t,0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30	11	14	18	21	24	30	36	42
Tracción perpendicular a la fibra	$f_{t,90,k}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Compresión paralela a la fibra	$f_{c,0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	18	21	23	25	26	29	32	34
Compresión perpendicular a la fibra	$f_{c,90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	7,5	7,8	8,0	8,1	8,3	9,3	10,5	13,5
Cortante	$f_{v,k}$	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,4	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,5	5,0
Propiedades de rigidez (en kN/mm <sup>2</sup> )																					
Módulo de elasticidad medio paralelo a la fibra	$E_{0,medio}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16	9,5	10	11	12	13	14	17	20
Módulo de elasticidad paralelo a la fibra (5% percentil)	$E_{0,05}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7	8	8,5	9,2	10,1	10,9	11,8	14,3	16,8
Módulo de elasticidad medio perpendicular a la fibra	$E_{90,medio}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,63	0,67	0,73	0,80	0,86	0,93	1,13	1,33
Módulo medio de cortante	$G_{medio}$	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	0,59	0,62	0,69	0,75	0,81	0,88	1,06	1,25
Densidad (en kg/m <sup>3</sup> )																					
Densidad	$\rho_k$	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460	475	485	530	540	550	620	700	900
Densidad media	$\rho_{medio}$	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550	570	580	640	650	660	750	840	1080

EN 338:2009

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA: ejemplo vigueta forjado

RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

$$k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} = k_{c,90} \cdot k_{mod} \cdot (f_{c,90,k} / \gamma_M)$$

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

3. COMPRESIÓN $\perp$ : Combinación de cargas:	Comprobación de aplastamiento en los apoyos: $\sigma_{c,90,d} \leq k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$			
	1	2	3	
Tensión cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )	0,01	0,07	0,14	N/mm <sup>2</sup>
Resistencia cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )	1,59	2,12	2,39	N/mm <sup>2</sup>

$$k_{c,90} = 1,50 \text{ (madera aserrada)}$$

$$\gamma_M = 1,30 \text{ (madera aserrada)}$$

$$K_{mod} = 0,60 \longrightarrow Cb.1: 1,35 CP$$

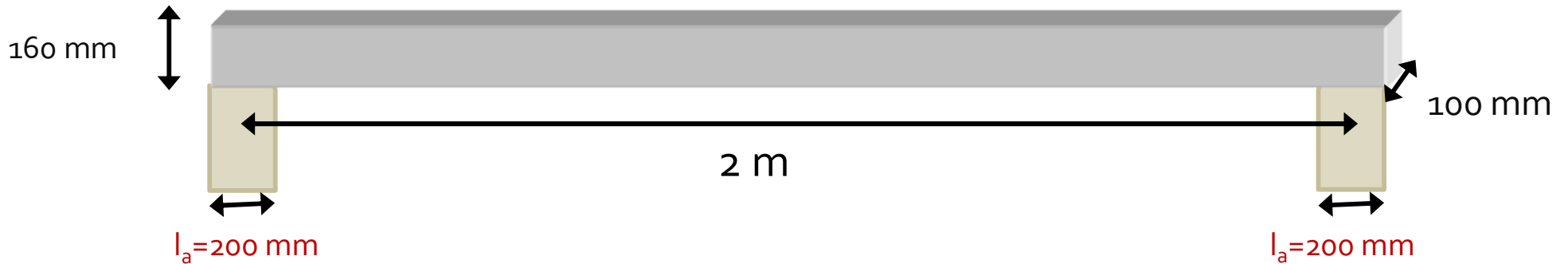
$$K_{mod} = 0,80 \longrightarrow Cb.2: 1,35 CP + 1,50 U$$

$$K_{mod} = 0,90 \longrightarrow Cb.3: 1,35 CP + 1,50 P$$



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones perpendiculares a la fibra

## 7. COMPRESIÓN PERPENDICULAR A LA FIBRA: ejemplo vigueta forjado

TENSION de cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )RESISTENCIA de cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

3. COMPRESIÓN  $\perp$ : Comprobación de aplastamiento en los apoyos:  $\sigma_{c,90,d} \leq k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ 

Combinación de cargas:	1	2	3	
Tensión cálculo ( $\sigma_{c,90,d}$ )	0,01	0,07	0,14	N/mm <sup>2</sup>
Resistencia cálculo ( $k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$ )	1,59	2,12	2,39	N/mm <sup>2</sup>
Comprobación	0,60	3,17	5,86	%

Se cumple la verificación de resistencia a compresión perpendicular a la fibra en los apoyos



EJERCICIOS

Letra

Examen diciembre 2020

## Ejercicio 1

Sea una viga simplemente apoyada, de 1500 mm de luz.

La viga es de madera aserrada, clase resistente C24 y clase de uso 4, y tiene una sección transversal rectangular de 75 x 150 mm<sup>2</sup>.

Sobre la viga actúan dos cargas gravitatorias:

1. una carga permanente distribuida de 1.5 kN/m (incluye el peso propio de la viga);
2. una carga variable concentrada móvil (puede actuar en cualquier punto de la viga) de 3.0 kN, de duración corta, y que tiene asociada un  $\psi_2 = 0.3$ .

### Parte a

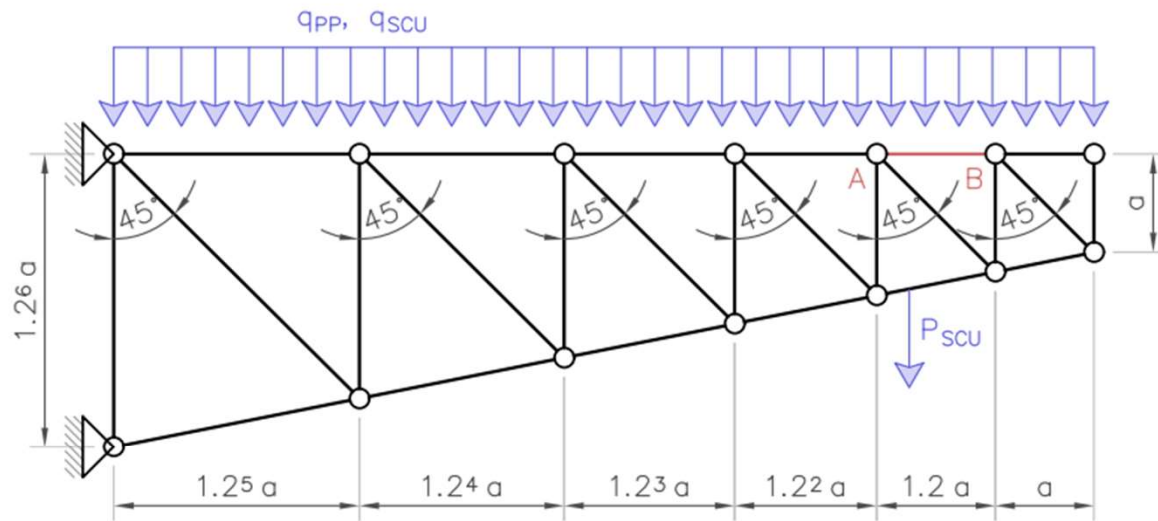
Determinar el coeficiente de verificación de la comprobación a cortante ( $\tau_d/f_{v,d}$ ) para la combinación que tiene en cuenta las dos cargas actuando simultáneamente. Ingresar el coeficiente con al menos tres cifras después de la coma.

Letra

Examen diciembre 2021

**Ejercicio 1**

Sea una cercha con la geometría bosquejada en la figura, en la que  $a = 0.80$  m. La estructura se encuentra protegida de manera que puede considerarse clase de uso 1.



Todos los elementos son de madera aserrada de eucalipto nacional ( $f_{m,k} = 21.5$  MPa,  $f_{t,0,k} = 12.9$  MPa,  $f_{c,0,k} = 19.9$  MPa,  $f_{v,k} = 3.6$  MPa,  $E_m = 12$  GPa y  $G_m = 0.75$  GPa), tienen una sección de  $40 \times 90$  mm<sup>2</sup>, y están orientados de manera que la flexión se da según el eje de mayor inercia. Todos los nodos representan articulaciones para los elementos en contacto, y están arriostrados en la dirección perpendicular. Los dos nodos de la izquierda están vinculados a tierra mediante apoyos fijos, de manera que la cercha se encuentra empotrada.

Letra

Examen diciembre 2021

**Ejercicio 1**

Sobre la cercha actúan tres cargas: una carga permanente distribuida  $q_{PP} = 1.8$  kN/m aplicada sobre el cordón superior; una sobrecarga de uso distribuida  $q_{SCU} = 1.8$  kN/m aplicada sobre el cordón superior; y una sobrecarga de uso puntual  $P_{SCU} = 3$  kN, cuyo punto de acción varía en todo el cordón inferior. En el problema, se desprecian las cargas permanentes debidas al peso propio de los elementos estructurales. Las dos sobrecargas de uso se consideran con orígenes distintos, ambas de duración corta, y con los coeficientes de simultaneidad indicados en la tabla a continuación.

Sobrecarga de uso	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Distribuida	0.8	0.5	0.2
Puntual	0.5	0.2	0

## Parte a

Determinar el coeficiente de verificación asociado a la comprobación a cortante ( $\tau_d/f_{v,d}$ ) del elemento AB (indicado en rojo) para la combinación de acciones crítica. Ingresar el coeficiente con al menos tres cifras después de la coma.

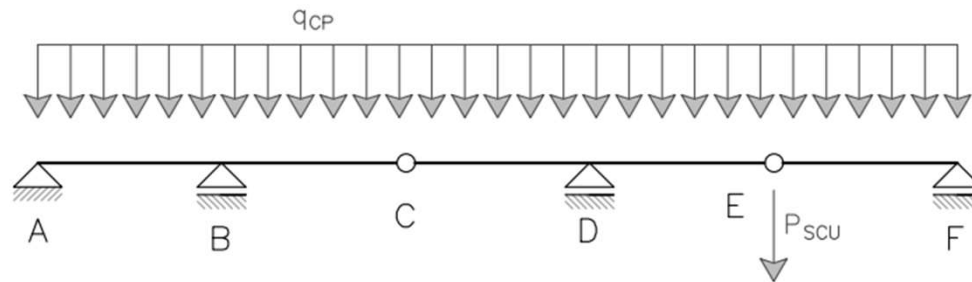


Letra

Examen marzo 2022

**Ejercicio 1**

La estructura de la figura está ubicada en el interior de una piscina climatizada. Consiste en una viga Gerber compuesta por tres vigas ABC, CDE y EF de madera aserrada, clase resistente C30, con una sección constante de 70 mm de ancho y alto a determinar.



Sobre la estructura actúan dos cargas: una debida a las cargas permanentes, uniformemente distribuida sobre los elementos ABC, CDE y EF, de valor 0.9 kN/m; y una debida a la sobrecarga de uso ( $\psi_0 = 0.5$ ,  $\psi_1 = 0.3$  y  $\psi_2 = 0.2$ ), puntual aplicada en E, de valor 1.7 kN y duración corta. Se desprecian las cargas de peso propio, ya incluidas en la carga distribuida.

Para el cálculo considerar las siguientes distancias entre puntos:  $\overline{AB} = 1.1$  m,  $\overline{BC} = 0.9$  m,  $\overline{CD} = 0.8$  m,  $\overline{DE} = 1.2$  m y  $\overline{EF} = 0.9$  m. Además, no aplica el factor de carga compartida.

**Parte a**

Calcular el alto mínimo necesario de la sección para que la estructura verifique el estado límite último de tensiones rasantes (debidas al cortante) en situación persistente. Ingresar el alto en mm, con al menos una cifra después de la coma.



**Gracias por la  
atención**