



## Estructuras de madera

### 6.7. Combinación de esfuerzos

1. Combinaciones de solicitaciones sin considerar estabilidad
2. Columnas sometidas a combinación de compresión y flexión
3. Vigas sometidas a combinación de flexión y compresión

## 6.7. Combinación de esfuerzos

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

## 4. FLEXIÓN ESVIADA: ejemplo cálculo correa

$$\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d} + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

## FLEXIÓN ESVIADA:

## Comprobación de la resistencia a flexión esviada:

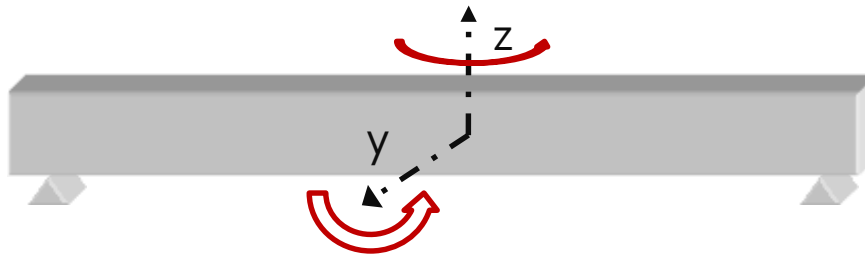
Combinación de acciones:	Cb.1	Cb.2	Cb.3	Cb. 4	Cb.5
Momento flector, $M_{y,d}$ (kN m)	1,145	1,923	1,338	0,123	3,962
Momento flector, $M_{z,d}$ (kN m)	0,572	0,962	0,572	0,339	0,962
Tensión cálculo, $\sigma_{m,y,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2,15	3,61	2,51	0,23	7,43
Tensión cálculo, $\sigma_{m,z,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2,68	4,51	2,68	1,59	4,51

$$\sigma_{m,y,d} = M_{y,d} / W_y$$

$$W_y \text{ (mm}^3\text{)} = 80 \cdot 200^2 / 6$$

$$\sigma_{m,z,d} = M_{z,d} / W_z$$

$$W_z \text{ (mm}^3\text{)} = 200 \cdot 80^2 / 6$$



Combinación 1. 1,35 CP

Combinación 2. 1,35 CP+ 1,5 M

Combinación 3. 1,35 CP+ 1,5 Vp

Combinación 4. 0,8 CP+ 1,5 Vs

Combinación 5. 1,35 CP+ 1,5 M+0,9 Vp

\*1 kN m = 10<sup>6</sup> N mm

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

## 4. FLEXIÓN ESVIADA: ejemplo cálculo correa

$$\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d} + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

## FLEXIÓN ESVIADA:

## Comprobación de la resistencia a flexión esviada:

Combinación de acciones:	Cb.1	Cb.2	Cb.3	Cb. 4	Cb.5
Momento flector y, $M_{y,d}$ (kN m)	1,145	1,923	1,338	0,123	3,962
Momento flector z, $M_{z,d}$ (kN m)	0,572	0,962	0,572	0,339	0,962
Tensión cálculo y, $\sigma_{m,y,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2,15	3,61	2,51	0,23	7,43
Tensión cálculo z, $\sigma_{m,z,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2,68	4,51	2,68	1,59	4,51
Resistencia cálculo y, $f_{m,y,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	9,23	13,85	13,85	13,85	13,85
Resistencia cálculo z, $f_{m,z,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	10,43	15,65	15,65	15,65	15,65

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot f_{m,k} \cdot k_h / (\gamma_M = 1,3)$$

$$k_{h,y} = 1 \quad (h=200 > 150 \text{ mm}) \quad k_{h,z} = (150/80)^{0,2} = 1,13 < 1,30$$

Combinación 1. 1,35 CP

Combinación 2. 1,35 CP+ 1,5 M

Combinación 3. 1,35 CP+ 1,5 Vp

Combinación 4. 0,8 CP+ 1,5 Vs

Combinación 5. 1,35 CP+ 1,5 M+0,9 Vp

Table 3.1 – Values of  $k_{mod}$ 

Material	Standard	Service class	Load-duration class				
			Permanent action	Long term action	Medium term action	Short term action	Instantaneous action
Solid timber	EN 14081-1	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

## 4. FLEXIÓN ESVIADA: ejemplo cálculo correa

$$(\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$K_m = 0,7$$

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

## FLEXIÓN ESVIADA:

## Comprobación de la resistencia a flexión esviada:

Combinación de acciones:	Cb.1	Cb.2	Cb.3	Cb. 4	Cb.5
Momento flector y, $M_{y,d}$ (kN m)	1,145	1,923	1,338	0,123	3,962
Momento flector z, $M_{z,d}$ (kN m)	0,572	0,962	0,572	0,339	0,962
Tensión cálculo y, $\sigma_{m,y,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2,15	3,61	2,51	0,23	7,43
Tensión cálculo z, $\sigma_{m,z,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	2,68	4,51	2,68	1,59	4,51
Resistencia cálculo y, $f_{m,y,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	9,23	13,85	13,85	13,85	13,85
Resistencia cálculo z, $f_{m,z,d}$ (N/mm <sup>2</sup> )	10,43	15,65	15,65	15,65	15,65
$(\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d})$	0,23	0,26	0,18	0,02	0,54
$(\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d})$	0,26	0,29	0,17	0,10	0,29
$(\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d})$	<b>0,41</b>	<b>0,46</b>	<b>0,30</b>	<b>0,09</b>	<b>0,74</b>
$k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d})$	<b>0,42</b>	<b>0,47</b>	<b>0,30</b>	<b>0,11</b>	<b>0,66</b>
	<1	<1	<1	<1	<1

Combinación 5. 1,35 CP+ 1,5 M+0,9 Vp

E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

5. FLEXOTRACCIÓN



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

## 5. FLEXOTRACCIÓN

$$(\sigma_{t,o,d} / f_{t,o,d}) + (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$(\sigma_{t,o,d} / f_{t,o,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

## TENSIONES de cálculo

$$\sigma_{t,o,d} = N_d / A$$

$$\sigma_{m,y,d} = M_{y,d} / W_y$$

$$\sigma_{m,z,d} = M_{z,d} / W_z$$

$N_d$ : esfuerzo axial de tracción

$A$ : área de la sección (b·h)

$M_{y,d}$ : momento flector respecto al eje y (momento en el plano del eje y)

$M_{z,d}$ : momento flector respecto al eje z (momento en el plano transversal)

$w_y$ : módulo resistente en el plano, en piezas rectangulares:  $w_y = b \cdot h^2 / 6$

$w_z$ : módulo resistente en el plano transversal, en piezas rectangulares:  $w_z = h \cdot b^2 / 6$

$k_m = 0.7$  (secciones rectangulares en madera maciza, m.l.e. y madera microlaminada)

$k_m = 1.0$  (en otros tipos de secciones en madera maciza, m.l.e. y madera microlaminada)

## RESISTENCIAS de cálculo

$$f_{t,o,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{t,o,k} \cdot k_h / \gamma_M) \cdot k_{\text{sys}}$$

$$f_{m,y,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{m,k} \cdot k_{h-y} / \gamma_M) \cdot k_{\text{sys}}$$

$$f_{m,z,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{m,k} \cdot k_{h-z} / \gamma_M) \cdot k_{\text{sys}}$$

## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

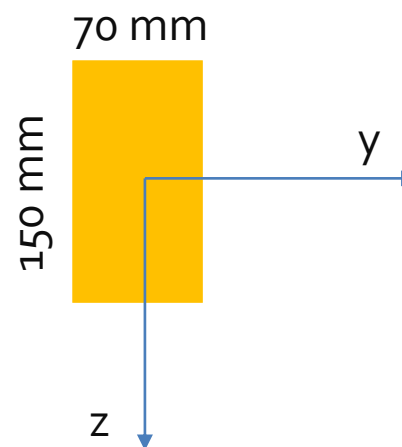
## 5. FLEXOTRACCIÓN: ejemplo de cálculo de un tirante de una cercha (flexotracción simple)



Combinación de acciones  
Cb. 1. 1,35 . CP

Madera aserrada  
Sección: 70x150mm<sup>2</sup>  
Clase resistente: C14  
Clase de servicio: 1

Esfuerzos en hipótesis simples:  
 $N = 13 \text{ kN}$   
 $M_y = 0,45 \text{ kN} \cdot \text{m}$





## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

## 5. FLEXOTRACCIÓN: ejemplo de cálculo de un tirante de una cercha

$$(\sigma_{t,o,d} / f_{t,o,d}) + (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$(\sigma_{t,o,d} / f_{t,o,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$k_m = 1$  (flexión simple)

## ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS: VERIFICACIÓN DE RESISTENCIA

## FLEXOTRACCIÓN:

## Combinación de acciones:

Momento flector y,  $M_{y,d}$  (N mm)      Cb.1      607500

Axil, N (N)      17550

Tensión cálculo flex. y,  $\sigma_{m,y,d}$  (N/mm<sup>2</sup>)      2,31

Tensión cálculo tracc.,  $\sigma_{t,o,d}$  (N/mm<sup>2</sup>)      1,67

Resistencia cálculo flex. y,  $f_{m,y,d}$  (N/mm<sup>2</sup>)      6,46

Resistencia cálculo tracc.,  $f_{t,o,d}$  (N/mm<sup>2</sup>)      3,69

$(\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d})$       0,36

$(\sigma_{t,o,d} / f_{t,o,d})$       0,45

$(\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d})$       0,81

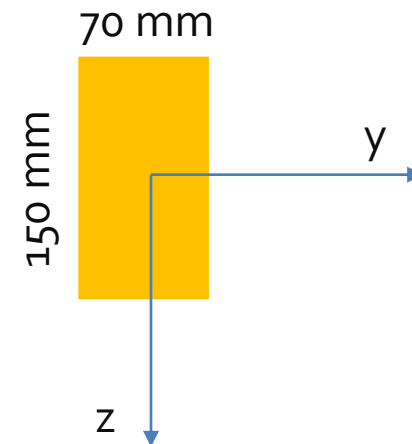
<1

$$\sigma_{m,y,d} = M_{y,d} / W_y$$

$$\sigma_{t,o,d} = N_d / A$$

$$f_{m,y,d} = 0,6 \cdot (14 \cdot 1 / 1,3)$$

$$f_{t,o,d} = 0,6 \cdot (8 \cdot 1 / 1,3)$$



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

### 6. FLEXOCOMPRESIÓN



## E.L.U. Cálculo de secciones sometidas a tensiones paralelas a la fibra

## 6. FLEXOCOMPRESIÓN

**OJO:** esta comprobación no tiene en cuenta la posibilidad de vuelco lateral de la pieza

$$(\sigma_{c,o,d} / f_{c,o,d})^2 + (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$(\sigma_{c,o,d} / f_{c,o,d})^2 + k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

TENSIONES de cálculo

$$\sigma_{c,o,d} = N_d / A$$

$$\sigma_{m,y,d} = M_{y,d} / W_y$$

$$\sigma_{m,z,d} = M_{z,d} / W_z$$

$N_d$ : esfuerzo axial de compresión

$A$ : área de la sección ( $b \cdot h$ )

$M_{y,d}$ : momento flector respecto al eje y (momento en el plano del eje y)

$M_{z,d}$ : momento flector respecto al eje z (momento en el plano transversal)

$w_y$ : módulo resistente en el plano, en piezas rectangulares:  $w_y = b \cdot h^2 / 6$

$w_z$ : módulo resistente en el plano transversal, en piezas rectangulares:  $w_z = h \cdot b^2 / 6$

$k_m = 0.7$  (secciones rectangulares en madera maciza, MLE y madera microlaminada)

$k_m = 1.0$  (en otros tipos de secciones en madera maciza, MLE y madera microlaminada)

RESISTENCIAS de cálculo

$$f_{c,o,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{c,o,k} / \gamma_M) \cdot k_{\text{sys}}$$

$$f_{m,y,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{m,k} \cdot k_{h-y} / \gamma_M) \cdot k_{\text{sys}}$$

$$f_{m,z,d} = k_{\text{mod}} \cdot (f_{m,k} \cdot k_{h-z} / \gamma_M) \cdot k_{\text{sys}}$$

Cociente de compresión<sup>2</sup>: disminuye el valor (<1) debido a que el fallo por compresión en piezas poco esbeltas se produce tras una plastificación de las fibras

1. Combinaciones de solicitaciones sin considerar estabilidad
2. Columnas sometidas a combinación de compresión y flexión
3. Vigas sometidas a combinación de flexión y compresión

## 6.7. Combinación de esfuerzos

## Comprobación a pandeo en FLEXOCOMPRESIÓN

### FLEXOCOMPRESIÓN con pandeo

#### 6.2.4 Flexión y compresión combinadas

(1)P Deben cumplirse las condiciones siguientes:

$$\left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.19)$$

$$\left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.20)$$

(2)P Se aplican los valores de  $k_m$  indicados en el apartado 6.1.6.

NOTA - En el apartado 6.3 se define un método para la comprobación de la condición de inestabilidad.

#### 6.3.2 Columnas sometidas a compresión o a la combinación de compresión y flexión

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.23)$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.24)$$

1. Combinaciones de solicitaciones sin considerar estabilidad
2. Columnas sometidas a combinación de compresión y flexión
3. Vigas sometidas a combinación de flexión y compresión

## 6.7. Combinación de esfuerzos

## Comprobación a vuelco lateral en FLEXOCOMPRESIÓN

### FLEXOCOMPRESIÓN con pandeo y vuelco lateral

(6) En el caso de una combinación de un momento flector  $M_y$  respecto al eje fuerte  $y$  y un esfuerzo axial  $N_c$ , las tensiones deberían cumplir la condición siguiente:

$$\left( \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1 \quad (6.35)$$

donde

$\sigma_{m,d}$  es el valor de cálculo de la tensión de flexión;

$\sigma_{c,d}$  es el valor de cálculo de la tensión de compresión;

$f_{c,0,d}$  es el valor de cálculo de la resistencia a compresión paralela a la fibra;

$k_{c,z}$  viene dado por la expresión (6.26).

$k_{crit}$  penaliza la resistencia de cálculo a flexión en función de: **CLASE RESISTENTE** (valores característicos de resistencia a flexión y del 5º percentil del módulo de elasticidad longitudinal y de corte) y de la **ESBELTEZ GEOMÉTRICA EN FLEXIÓN**

$k_c$  penaliza la resistencia de cálculo a compresión paralela a la fibra en función de: **CLASE RESISTENTE** (valores característicos de resistencia a compresión paralela a la fibra y del 5º percentil del módulo de elasticidad) y de la **ESBELTEZ MECÁNICA**

## Comprobación a vuelco lateral en FLEXOCOMPRESIÓN

FLEXOCOMPRESIÓN con pandeo y FLEXIÓN ESVIADA con vuelco lateral

$$(\sigma_{c,o,d} / k_{c,y} \cdot f_{c,o,d}) + (\sigma_{m,y,d} / k_{crit} \cdot f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$(\sigma_{c,o,d} / k_{c,z} \cdot f_{c,o,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

NORMA DIN 1052:2008



## RESUMEN: compression + flexión

## 6.2.4 Flexión y compresión combinadas

(1)P Deben cumplirse las condiciones siguientes:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.19)$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.20)$$

(2)P Se aplican los valores de  $k_m$  indicados en el apartado 6.1.6.

NOTA - En el apartado 6.3 se define un método para la comprobación de la condición de inestabilidad.

EUROCÓDIGO 5

## COLUMNAS

## 6.3.2 Columnas sometidas a compresión o a la combinación de compresión y flexión

(3) En todos los casos restantes, las tensiones, que se incrementarían debido a la deformación, deberían cumplir las condiciones siguientes:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.23)$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6.24)$$

\*Si  $\lambda_{rel,z} \leq 0.3$  el valor de  $k_c = 1$ 

## VIGAS

## 6.3.3 Vigas sometidas a flexión o a una combinación de flexión y compresión

Se sustituye el párrafo (6) por el siguiente:

(6) En el caso de una combinación de un momento flector  $M_y$  respecto al eje fuerte y un esfuerzo axial  $N_c$ , las tensiones deberían cumplir la siguiente condición:

$$\left(\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} f_{m,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} \leq 1 \quad (6.35)$$

donde

 $\sigma_{m,d}$  es el valor de cálculo de la tensión de flexión; $\sigma_{c,0,d}$  es el valor de cálculo de la tensión de compresión paralela a la fibra; $f_{c,0,d}$  es el valor de cálculo de la resistencia a compresión paralela a la fibra; $k_{c,z}$  viene dada por la expresión (6.26).

$$(\sigma_{c,0,d} / k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}) + (\sigma_{m,y,d} / k_{crit} \cdot f_{m,y,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

$$(\sigma_{c,0,d} / k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}) + k_m \cdot (\sigma_{m,y,d} / f_{m,y,d}) + (\sigma_{m,z,d} / f_{m,z,d}) \leq 1$$

NORMA DIN 1052:2008