

Ejercicio resuelto en clase en semana 1

Ejercicio 1 (Variante del algoritmo de Gale-Shapley). Considere el algoritmo de la figura 1.1 para formar un emparejamiento estable entre dos conjuntos de personas, M y W , ambos de tamaño n . A diferencia del algoritmo de Gale-Shapley, cada vez que se elige un $m \in M$ libre, este realiza una ronda de propuestas comenzando siempre desde su opción de mayor preferencia.

```
1 Algorithm SimilGS
2   Inicialmente  $p$  está libre para todo  $p \in M \cup W$ 
3   while existe  $m \in M$  libre do
4     Elegir  $m \in M$  libre arbitrario, y hacer  $i = 1$ 
5     while  $m$  está libre do
6       Sea  $w \in W$  en  $i$ -ésimo lugar en la lista de preferencias de
7          $m$ ;  $m$  se propone a  $w$ 
8         if  $w$  está libre then
9           | Emparejar  $m$  con  $w$ 
10        else
11          | Sea  $m'$  la actual pareja de  $w$ 
12          | if  $w$  prefiere a  $m$  antes que a  $m'$  then
13            | Separar a  $w$  de  $m'$  y emparejar  $m$  con  $w$ 
14            | else
15              |  $w$  rechaza a  $m$ ; Incrementar  $i$ 
```

Figura 1.1: Algoritmo para formar un emparejamiento estable.

- Muestre que, durante la ejecución del algoritmo, si existe $m \in M$ libre, entonces existe $w \in W$ libre que no ha recibido ninguna propuesta.
- Considere una determinada ejecución del paso 4 en la cual se elige cierto $m \in M$. Muestre que la ejecución del ciclo en el paso 5 que se ejecuta inmediatamente después termina.
- Muestre que el algoritmo termina.
- Muestre que el algoritmo produce un emparejamiento estable.