

## Ejercicio resuelto en clase en semana 1

**Ejercicio 1** (Kleinberg & Tardos, Ex. 1.6). Peripatetic Shipping Lines (PSL) es una compañía de transporte que tiene  $n$  barcos y brinda sus servicios a  $n$  puertos. Cada barco tiene una agenda que indica para cada día del mes qué puerto estará siendo visitado o si se encontrará en el mar (asuma que el mes tiene  $m$  días, con  $m > n$ ). Cada barco visita cada puerto por exactamente un día a lo largo del mes. Por motivos de seguridad, PSL cumple estrictamente el siguiente requerimiento: nunca estarán dos barcos en el mismo puerto el mismo día.

La compañía desea realizar el mantenimiento de todos sus barcos este mes mediante el siguiente esquema. Se trunca la agenda de cada barco  $b_i$  al llegar puerto  $p$  donde se le realizará el mantenimiento y será retenido en dicho puerto por el resto del mes, de modo que  $b_i$  no visitará los puertos restantes de su agenda (si hubiera). La agenda truncada de  $b_i$  consistirá en la agenda original de  $b_i$  hasta el día en que llega a  $p$ , y una vez ahí permanecerá en  $p$  por el resto del mes.

La compañía se plantea la siguiente pregunta: dadas las agendas de todos los barcos, ¿es posible encontrar una planificación de mantenimiento para todos los barcos cumpliendo el requerimiento de que no estén dos barcos en el mismo puerto el mismo día?

**Ejemplo:** Suponga que se tienen dos barcos, dos puertos, el mes tiene cuatro días y la agenda para cada barco es la siguiente:

$$b_1 \rightarrow p_1; \textit{navegando}; p_2; \textit{navegando}$$

$$b_2 \rightarrow \textit{navegando}; p_1; \textit{navegando}; p_2$$

En este caso, la única planificación de mantenimiento posible es que a  $b_1$  se le realice su mantenimiento en  $p_2$  (a partir del día 3) y a  $b_2$  en  $p_1$  (a partir del día 2).

Demuestre que siempre existe una planificación de mantenimiento posible y dé un algoritmo para encontrarla.