Notas ejercicio semana 3 2021 - punto de encuentro

jueves, 19 de agosto de 2021 07:13

Parte a

1- Crear un grafo G_A con conjunto de vértices T. Incluimos como arista a un par (p, q) sii las casillas en pos. p, q están habilitadas para A, y las casillas son adyacentes.

2- Definimos G_B análogamente para B.

3- Ejecutar BFS sobre G_A a partir de P_A, registrando para cada posición p visitada su distancia a P_A en $D_A(p)$. Definimos $D_A(p) = +\infty$ si p no es visitado.

Durante la recorrida construimos también el árbol de recorrida BFS, T_A

4- Hacemos lo mismo para B sobre G_B a partir de P_B, definiendo $D_B(p)$, $p \in T$, y el árbol T_B.

5- Calcular $D(p) = D_A(p) + D_B(p)$ para todo $p \in T$.

6- Si $D(p) = +\infty$ para todo $p \in T$, responder que no hay solución y terminar.

7- En caso contrario, sea P_c una posición para la cual se minimiza $D(p)$ entre todas las $p \in T$.

8- Sea C_A el camino de P_A a P_c en T_A y C_B el camino de P_B a P_c en T_B.

Devolver C_A como recorrido para A y C_B como recorrido para B.

Parte b

(*) Los caminos en G_A son recorridos válidos para A y viceversa, porque las aristas de G_A son entre posiciones de casillas adyacentes habilitadas para A. Lo mismo para B con respecto a G_B.

Si nuestro alg. responde que no hay solución en el paso 6, entonces para todo $p \in T$ se cumple o bien $D_A(p) = +\infty$ o bien $D_B(p) = +\infty$.

Esto implica que para todo $p \in T$, o bien p no es alcanzable por A o bien no lo es por B. Por lo tanto no hay un punto P_c como pide la solución, y en consecuencia la respuesta es correcta.

En caso contrario, se devuelve un recorrido C_A para A y uno C_B para B, de largos $D_A(P_c)$ y $D_B(P_c)$, que son válidos por (*).

Sea C_A' un recorrido válido para A de P_A a P_c' y C_B' para B de P_B a P_c'.

Los largos de estos recorridos, $|C_A'|$ y $|C_B'|$ cumple

$$|C_A'| \geq D_A(P_c')$$

$$|C_B'| \geq D_B(P_c')$$

Por lo tanto

$$|C_A'| + |C_B'| \geq D_A(P_c') + D_B(P_c')$$

Por la def. de P_c en el paso 7.

$$\geq D_A(P_c) + D_B(P_c)$$

$$= |C_A| + |C_B|.$$

Como C_A' y C_B' son arbitrarios, los recorridos devueltos por el algoritmo suman un largo menor o igual que cualquier otra solución.