

Número de Parcial

Cédula

Apellidos.

# Matemática Discreta 1

## Segundo Parcial

Martes 27 de noviembre de 2018

El parcial dura tres horas, cada ejercicio múltiple opción vale cinco puntos y no se restan puntos.

No está permitido usar calculadora ni "material".

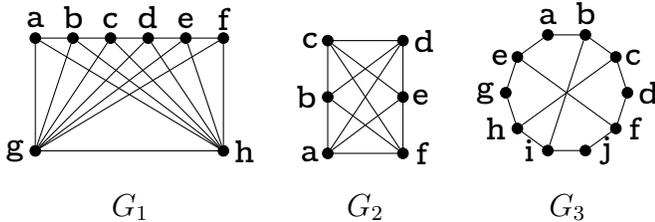
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	MO6

### Ejercicios de Múltiple Opción

**Ejercicio MO1:** Contar la cantidad  $N$  de relaciones antisimétricas y simétricas que hay sobre un conjunto con cinco elementos.

- A)  $N = 0$  B)  $N = 1$  C)  $N = 2^5$  D)  $N = 3^5$

**Ejercicio MO2:** Considere los grafos de la figura



- A) Los tres son planos.  
 B) Solo  $G_1$  y  $G_2$  son planos.  
 C) Solo  $G_1$  es plano.  
 D) Ninguno de los tres es planos.

**Ejercicio MO3:** ¿Cuántas relaciones de equivalencia sobre el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  hay tales que la clase de equivalencia del 1 tenga más elementos que la del 2 y la del 2 más que la del 3?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

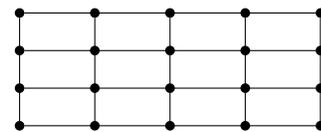
**Ejercicio MO4:** ¿Cuántos subgrafos isomorfos a  $K_{1,3}$  tiene  $K_{3,4}$ ?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

**Ejercicio MO5:** Dado  $G = (V, E)$  un grafo plano 4-regular, conexo y sin lazos. Si  $|E| = 16$ , ¿cuántas regiones hay en una representación plana de  $G$ ?

- A) No es posible deducir el número de regiones con ésta información.  
 B) 2  
 C) 10  
 D) 14

**Ejercicio MO6:** El grafo de la figura:



- A) Contiene algún circuito euleriano.  
 B) Contiene algún ciclo hamiltoniano.  
 C) No tiene recorridos eulerianos ni caminos hamiltonianos.  
 D) Tiene algún camino hamiltoniano, pero ningún ciclo hamiltoniano.

## Ejercicios de Desarrollo

**Ejercicio de Desarrollo 1: (10 pts)** Consideramos  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  con la relación definida  $\prec$  por  $(a, b) \prec (c, d)$  si  $a \leq c$ ,  $b \geq d$  y  $b - d$  par.

- Probar que  $\prec$  es una relación de orden.
- Probar que  $\prec$  no es un orden total.
- Dibujar un diagrama de Hasse para  $\prec$  restringida a  $\{1, 2, 3, 4, 5\} \times \{6, 7, 8\}$ .

**Ejercicio de Desarrollo 2: (10 pts)**

- Definir circuito y recorrido euleriano
- Enunciar el teorema de Euler que da una condición necesaria y suficiente para la existencia de un circuito euleriano.
- Enunciar y demostrar una condición necesaria y suficiente para la existencia de un recorrido euleriano. *Sugerencia:* usar la parte anterior.

**Ejercicio de Desarrollo 3: (10 pts)**

- Demostrar que para todo grafo conexo  $G$ , si  $e$  es una arista tal que  $G - e$  es desconexo, entonces  $G - e$  tiene exactamente dos componentes conexas.
- Definir árbol.
- Demostrar que para todo árbol  $T = (V, E)$ , se cumple que  $|V| = |E| + 1$ .