Segundo parcial de Matemática Discreta 1

Martes 29 de noviembre de 2016.

N^O Parcial	Nombre y apellido	Cédula

MÚLTIPLE OPCIÓN

1	2	3	4	5

Ejercicio de desarrollo 1 (15 puntos)

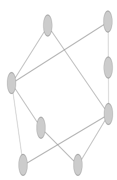
Se considera en $A \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ la siguiente relación:

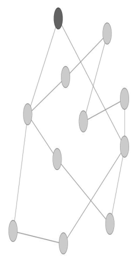
$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \iff$ a divide a c y b $\leq$ d

1. Demostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de orden parcial.
2. Si $A = \{(2, 3), (2, 7), (4, 1), (4, 9), (8, 5), (8, 6)\}$. Dibujar el diagrama de Hasse y determinar (en caso de existir) elementos maximales, elementos minimales, elemento máximo y elemento mínimo.
3. Agregar a lo sumo 3 elementos a la relación para que $\mathcal{R}$ sea retículo.

Ejercicio de desarrollo 2 (15 puntos)

Sean los siguientes grafos G_1 y G_2 respectivamente:

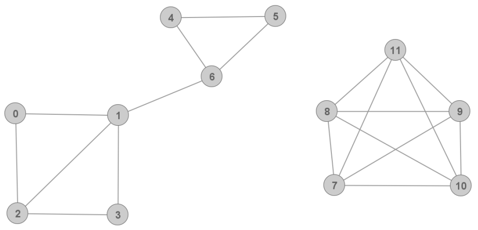




1. Definir el concepto de homeomorfismo.
2. Probar que si un grafo H_1 es euleriano y H_2 es homeomorfo a H_1, entonces H_2 también es euleriano.
3. Probar que G_1 y G_2 son homeomorfos.
4. Probar que G_2 es euleriano

Los problemas del 1 al 5 son de múltiple opción (total 30 puntos). Correcta: 6 puntos, Incorrecta: -1 punto, sin responder: 0 punto.

1. Dado el grafo G:



El polinomio cromático $P(G, \lambda)$ es:

(A) $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)][\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^2(\lambda-3)]$

(B) $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)]+[\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^2(\lambda-4)]$

(C) $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)]+[\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^3]$

(D) $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)][\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^2(\lambda-4)]$

(E) $[\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-4)][\lambda(\lambda-1)^3(\lambda-2)^3]$

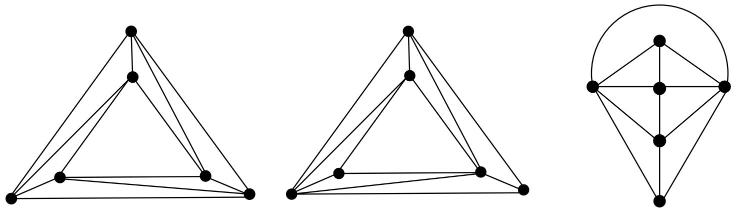
2. Sea A={101, 1077, 2, 305, 800, 11, 2805, 1001, 708, 6540, 611, 44000} y $\mathcal{R}$ una relación definida sobre A tal que x$\mathcal{R}$y si la suma de los dígitos de x es igual a la suma de los dígitos de y. Entonces:

(A) $\mathcal{R}$ es de equivalencia y hay 4 clases de equivalencia.
(B) $\mathcal{R}$ es un orden parcial pero no total.
(C) $\mathcal{R}$ es de equivalencia y hay 3 clases de equivalencia.
(D) $\mathcal{R}$ es un orden y la cadena más larga es de largo 4.
(E) $\mathcal{R}$ es un orden y la anticadena más larga es de largo 3.

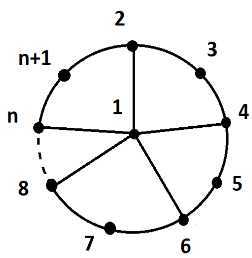
3. La menor cantidad de aristas que se debe agregar a cualquier árbol, que tenga al menos un camino simple de longitud 5, para que deje de ser plano es:

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

4. Se consideran los grafos G_1, G_2 y G_3 Respectivamente. Indicar cuál de las siguentes afirmaciones es correcta:
(A) G_1 y G_2 son isomorfos y G_3 tiene un ciclo Hamiltoniano.
(B) G_2 y G_3 son isomorfos y G_1 se puede colorear con 3 colores.
(C) G_1 y G_3 son isomorfos y G_1 se puede colorear con 4 colores.
(D) G_2 y G_3 son isomorfos y G_1 no se puede colorear con 3 colores.
(E) G_1 y G_2 son isomorfos y G_3 se puede colorear con 3 colores.



5. En el siguiente grafo de $n+1$ vértices (asumir n par), el vértice 1 está unido por una arista con cada vértice par.



Halle la cantidad de ciclos (tamaño ≥ 3) en el grafo.

(A) $\frac{n}{2}(\frac{n}{2}-1)+1$ (B) $\frac{n}{2}(\frac{n}{2}-2)+1$
(C) $n(\frac{n}{2}-1)+1$ (D) $n(\frac{n}{2}-2)+1$
(E) $n(\frac{n}{2})+1$