Matemática Discreta I

Examen

Sábado 16 de julio de 2016

________________	______________________________	__________________
Número de examen	Nombre y Apellido	Cédula de Identidad

RESPUESTAS				No completar		
1	2	3	4	5	6	7

El examen se aprueba con 60 puntos o más.

EJERCICIOS MÚLTIPLE OPCIÓN (total 50 puntos).

Correctas: 10 puntos, Incorrectas: -2 puntos, Sin responder: 0 puntos.

EJERCICIO 1 Juan quiere repartir entre sus 3 hijos 7 galletas de chocolate y 3 de vainilla. ¿De cuántas maneras puede hacer esto? Opciones: A) 280; B) 360; C) 240; D) 220; E) 421.

EJERCICIO 2 Hay 210 niños que van a un campamento de fútbol de verano. Cada uno de ellos es asignado para trabajar con uno de los 20 entrenadores. Se sabe que cada entrenador trabaja con un número distinto de niños y que cada entrenador trabaja con al menos un niño. ¿De cuántas maneras se pueden formar los grupos de niños?)
Opciones: A) $210 \times 209 \times \cdots \times 181$; B) CR_{20}^{210}; C) $210!$; D) $\dfrac{210!}{1!2!3!\cdots 20!}$; E) $\dfrac{210!}{20!}$.

EJERCICIO 3 Se ha comprado un lote de banderas unicolores, bicolores y tricolores. En todas ellas figura, al menos, el blanco, el rojo o el negro. Además, en ocho de ellas no figura el blanco, en diez no figura el rojo y en cuatro no figura el negro. Por otra parte, cinco banderas tienen, al menos, los colores rojo y blanco, siete el blanco y el negro y seis el rojo y el negro. Finalmente, cuatro tienen los tres colores. Determine el número de banderas unicolor rojas. Opciones: A) 1; B) 2; C) 3; D) 4; E) 5.

EJERCICIO 4 Sea $\mathcal{X}$ el conjunto de los grafos (no dirigidos) $G = (V, E)$ conexos y no isomorfos entre ellos tales que $|V| + |E| \leq 9$. Señale la opción correcta.
Opciones:
A) $|\mathcal{X}| \leq 10$.
B) Todos los vértices de todos los grafos de $\mathcal{X}$ tienen grado menor o igual a 3.
C) No existe $G \in \mathcal{X}$ con más de un ciclo.
D) En $\mathcal{X}$ hay al menos 7 árboles.
E) $C_i \in \mathcal{X}$, $i \in \{3, 4, 5\}$.

EJERCICIO 5 Sea $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Determine la cantidad de ciclos Hamiltonianos distintos en K_n.
Opciones: A) $\dfrac{n!}{2n}$; B) $\dfrac{(n-1)!}{2n}$; C) $(n-1)!$; D) $\dfrac{n!}{n}$; E) $\dfrac{2n!}{n-1}$.

EJERCICIOS DE DESARROLLO (total 50 puntos)

Justifique su respuesta en cada uno de los siguientes ejercicios.

EJERCICIO 6 *(20 puntos)* Sean $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $Y = \{3, 4\}$. Defina una relación $\mathcal{R}$ en el conjunto de partes de X dada por: A$\mathcal{R}$B si $A \cup Y = B \cup Y$.

1. Pruebe que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.
2. ¿Cuál es la clase de equivalencia del conjunto $\{1, 2\}$?
3. ¿Cuántas clases de equivalencia hay?

EJERCICIO 7 *(15 puntos)* Llamamos a una sucesión *buena* si en sus términos aparecen solo los dígitos 0,1,2,3,4 y si la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera es 1. Sea n un entero no negativo.

1. ¿Cuántas sucesiones buenas de largo 4 terminan en 0 o 4?
2. ¿Cuántas sucesiones buenas de largo 3 terminan en 1 o 3?
3. ¿Cuántas sucesiones buenas de largo 4 terminan en 2?
4. ¿Cuántas sucesiones buenas tienen una cantidad 2n de términos?
5. ¿Cuántas sucesiones buenas tienen una cantidad 2n+1 de términos?
6. ¿Cuántas sucesiones buenas existen con 10 términos?

Ayuda: forme un sistema de relaciones de recurrencia determinado por los dígitos en los que finaliza cada sucesión.

EJERCICIO 8 *(15 puntos)* Tienes $2t + 1$ pelotas para colocar en 3 cajas, pero la suma de las pelotas en 2 de las cajas debe ser mayor que las pelotas en la otra caja.

1. ¿Alguna de las cajas puede estar vacía?
2. Encuentre la función generatriz que describe el problema.
3. ¿De cuántas maneras diferentes puede realizarse la instrucción del enunciado?