

## Práctico 2: Combinatoria

Ref. Grimaldi Secciones 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4

**Ejercicio 1** ¿Cuántos números naturales pares de tres dígitos distintos (en base diez), existen?

**Ejercicio 2** (Ej. 1 parte a. del 1<sup>er</sup> parcial del 2000)

Halle la cantidad de palabras distintas que pueden obtenerse permutando las letras de

*MOMENTÁNEAMENTE*

si la primer letra debe ser *O*. ¿Y si la primera letra tuviera que ser *M* u *O* ?

**Ejercicio 3** (Ej. 4 del 2<sup>do</sup> examen del curso 2001)

Hallar la cantidad  $n$  de palabras de 1 a 5 letras que se pueden formar usando las letras de la palabra *CASAS*. (Por ejemplo *C* y *AA* son dos palabras posibles, pero *CAC* no lo es).

**Ejercicio 4** (Ej. 2 del 1<sup>er</sup> parcial del curso 2009)

¿Cuántas palabras de longitud 6 existen que no tengan dos consonantes o dos vocales juntas?

**Ejercicio 5** (Ej. 1 del examen de diciembre de 2016) de Cuántas palabras se pueden formar con las letras de *SKYWALKER* que empiecen en vocal y no contengan la secuencia *RK*?

**Ejercicio 6** ¿De cuántas formas se pueden distribuir las 32 piezas del ajedrez en el tablero sin que los reyes estén amenazándose?

**Ejercicio 7** Un comité de 10 personas será elegido entre 8 hombres y 8 mujeres. De cuántas formas se puede hacer una selección si

- a. No hay restricciones.
- b. Debe haber 5 hombres y 5 mujeres.
- c. Debe haber un número par de mujeres.
- d. Deben haber más mujeres que hombres.
- e. Deben haber al menos 6 hombres.

**Ejercicio 8** De cuántas formas puede un jugador extraer 5 cartas de una baraja común (de 48 cartas) y obtener:

- a) Cinco cartas del mismo palo; b) Cuatro ases; c) Cuatro cartas del mismo valor;
- d) Tres ases y dos sotas; e) Tres ases y un par.

**Ejercicio 9** ¿De cuántas maneras se puede particionar un conjunto de 6 elementos en subconjuntos de cardinal 3, 2 y 1 respectivamente? ¿Y si todos los subconjuntos tienen cardinal 2?

**Ejercicio 10** ¿De cuántas formas es posible hacer una partición de un conjunto de  $2n$  elementos, en  $n$  conjuntos de 2 elementos?

**Ejercicio 11** En una playa se juntan 13 chicos y deciden hacer 4 equipos para jugar al voleibol, para ello hacer tres equipos de 3 jugadores y uno de 4. Entre los chicos se encuentra uno sumamente habilidoso y otro que es de madera, los restantes 11 jugadores son intermedios. Para equiparar, al habilidoso lo colocan en uno de los equipos de 3 jugadores y al de madera en el equipo de 4 jugadores. Probar que con esa condición existen 46200 posibles formas de armar los equipos.

**Ejercicio 12** Demuestre la fórmula de Stifel y escriba las primeras 6 líneas del triángulo de Pascal.

**Ejercicio 13** Considere la suma

$$\sum_{i=0}^n C_m^i.$$

Calcúlela para algunos casos usando triángulo de Pascal, conjeture cuánto suma en general y demuéstrelo por inducción. *Aclaración:* Si  $i < m$  entonces  $C_m^i = 0$ .

**Ejercicio 14** ¿Cuántas palabras distintas pueden construirse (con o sin sentido), usando todas las letras de la palabra ASALAS?

**Ejercicio 15** Para una selección de fútbol, fueron convocados 2 goleros, 6 zagueros, 7 mediocampistas y 4 atacantes. ¿De cuántos modos es posible formar una selección con un golero, 4 zagueros, 4 mediocampistas y 2 atacantes?

**Ejercicio 16** En una prueba que consta de 10 preguntas, un estudiante decide responder solo 6 con al menos 3 de esas preguntas elegidas de entre las 5 primeras. ¿De cuántas formas distintas podría hacerlo?

**Ejercicio 17** (Ej. de desarrollo del 1<sup>er</sup> parcial del 2000)  
Demuestre la siguiente igualdad:

$$\sum_{i=0}^k \binom{k}{i} \binom{N-k}{n-i} = \binom{N}{n},$$

siendo  $k \leq n \leq N$  números naturales.

**Ejercicio 18** ¿De cuántas formas diferentes pueden distribuirse  $r$  pelotas del mismo color en  $n$  cajas diferentes?

**Ejercicio 19** ¿De cuántas formas puede distribuir un maestro 8 bizcochos de chocolate y 7 de crema entre 3 estudiantes, si cada uno desea al menos un bizcocho de cada tipo?

**Ejercicio 20**

- a. ¿Cuántas formas hay de sentar 5 niños en 12 sillas puestas en línea?
- b. Idem al anterior pero los niños no deben quedar sentados uno junto al otro.

**Ejercicio 21** ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al arrojar 3 dados?

**Ejercicio 22** ¿Cuántas fichas diferentes hay en el juego del domino?

**Ejercicio 23** ¿De cuántas maneras diferentes puede una torre de ajedrez, desplazarse desde la esquina inferior izquierda hasta la esquina superior derecha, admitiendo únicamente movimientos hacia arriba o hacia la derecha?

**Ejercicio 24**

a. Hallar la cantidad de soluciones distintas (enteros no negativos) de la ecuación:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4$$

b. ¿Cuántas soluciones hay si se reemplaza el  $=$  por un  $<$ ?

**Ejercicio 25** ¿Cuántos números en  $\{1, 2, 3, \dots, 100000\}$  tienen la propiedad de que la suma de sus dígitos sea 7?

**Ejercicio 26** (Ej. 2 del 1<sup>er</sup> examen del curso 2001)

Si  $p$  es un número primo, hallar la cantidad  $n$  de 4-uplas  $(a, b, c, d)$  de enteros mayores que 1 cuyo producto es  $p^{20}$ . Es decir:

$$n = |\{(a, b, c, d) \in (\mathbb{N} \setminus \{1\})^4 : a \cdot b \cdot c \cdot d = p^{20}\}|.$$

**Ejercicio 27**

a. Para  $n$  y  $t$  positivos, probar que el coeficiente en  $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_i^{n_i}$  de  $(x_1 + x_2 + \dots + x_i)^n$  es

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_i!}.$$

con  $(n_1 + n_2 + \dots + n_i) = n$ .

b. (Ej. 3 del 1<sup>er</sup> parcial del 2001) Determinar el coeficiente de  $x^4$  en el desarrollo de

$$(x^3 - x^2 + x - 1)^6.$$

c. (Ej. 3 del 1<sup>er</sup> parcial del curso 2000) Hallar el coeficiente en  $x^5$  en el desarrollo de

$$(x^5 + x - 1)^{10}.$$

d. (Ej. 5 del 2<sup>do</sup> examen del curso 2001) Hallar el coeficiente en  $xy^3z^5$  del polinomio

$$(2x + 4y + 2z + 5)^{14}.$$

## Ejercicio 28

a. Hallar la cantidad de subconjuntos de un conjunto con  $n$  elementos razonando con la fórmula del binomio.

b. Probar que:

$$\sum_{j=0}^n (-1)^j C_j^n = 0.$$

c. (Ej. 4 del 1<sup>er</sup> parcial del 2000) Hallar el valor de la siguiente suma:

$$\sum_{k=0}^{203} C_k^{203} (-4)^k .$$