

Práctico 4

Principio de Inclusión-Exclusión y Principio del Palomar

Ref. Grimaldi Secciones 5.5, 8.1 y 8.3

PRINCIPIO DE INCLUSIÓN-EXCLUSIÓN

Ejercicio 1

- ¿Cuántos enteros entre 1 y 105 inclusive no son divisibles por ninguno de los enteros 3, 5, 7?
- (Exam. julio 2000 Ej9) ¿Cuántos enteros entre 1 y 1155 inclusive son múltiplos de 3 pero no son divisibles por ninguno de los enteros 5, 7 y 11?

Ejercicio 2 De 100 estudiantes, 32 estudian matemática, 20 física, 45 biología, 15 matemática y biología, 7 matemática y física, 10 física y biología, 30 no estudian ninguna de las tres materias.

- Encuentre el número de estudiantes que estudian las tres materias.
- Encuentre el número de estudiantes que estudian exactamente una de las tres materias.

Ejercicio 3 ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$$

si x_i es un entero y

- $0 \leq x_i \leq 8$ para todo i ?
- $0 \leq x_1 \leq 5$, $0 \leq x_2 \leq 6$, $3 \leq x_3 \leq 7$ y $0 \leq x_4 \leq 8$?

Ejercicio 4 (Exam. diciembre 2009 Ej3)

Se tira un dado 6 veces. Calcule la cantidad de formas en que podemos obtener un número múltiplo de 18 como suma de las 6 tiradas del dado.

Ejercicio 5 Calcule cuántas permutaciones de los dígitos del número 123456789 cumplen que:

- Ningún dígito está en su posición original.
- Los pares no están en su posición original.
- Los pares no están en su posición natural y la secuencia debe empezar con los dígitos 1, 2, 3, 4 en algún orden.

Ejercicio 6 ¿De cuántas formas pueden extraerse 9 canicas de una bolsa si hay 3 de cada uno de los siguientes colores: blanco, rojo, azul, negro?

Ejercicio 7 ¿Cuántos enteros positivos entre 1 y 9.999.999 inclusive tienen a 31 como la suma de sus dígitos?

Ejercicio 8 ¿Cuántas palabras de 4 letras pueden formarse usando las letras A,B,C,D,E si debe aparecer al menos una vocal?

PRINCIPIO DEL PALOMAR

Ejercicio 9 Demuestre que cualquier subconjunto de seis elementos del conjunto $S = \{1, 2, \dots, 9\}$ debe contener dos elementos cuya suma sea 10.

Ejercicio 10 Dados cinco puntos de un cuadrado de lado 2, pruebe que deben haber dos que estén a distancia menor o igual que $\sqrt{2}$.

Ejercicio 11 Sea $f : A \rightarrow B$ una función, donde $|A| > |B|$. Demuestre que hay al menos $\lceil |A| / |B| \rceil$ puntos del dominio que toman el mismo valor.

Ejercicio 12 (1er Par. setiembre 2009 Ej3)

Se consideran n puntos en un triángulo equilátero de lado 1. ¿Cuál es el n mínimo que garantiza que al menos dos de los puntos se encuentran a distancia menor o igual que $\frac{1}{2}$? (Vale colocar puntos sobre los lados del triángulo).

Ejercicio 13 Demuestre que entre 100.000 personas hay al menos dos que nacieron exactamente al mismo tiempo (hora, minuto y segundo).

Ejercicio 14 Pruebe que al menos uno de m enteros consecutivos es divisible por m .

Ejercicio 15 (Examen Marzo 2003)

Halle el menor natural n tal que dados n dígitos diferentes se puede asegurar que existen dos de ellos cuyos cuadrados diferirán en un múltiplo de 6.

Ejercicio 16 (Ej 5 Examen de Julio 2004)

Sea un tablero de 141 filas y 8 columnas. Cada cuadradito del tablero se pinta de blanco o de negro de forma tal que cada fila tenga exactamente cuatro cuadraditos pintados de negro. Demuestre que hay al menos tres filas con igual secuencia de colores.