

Transporte a plano inclinado

Fundamentos de Recurso Solar

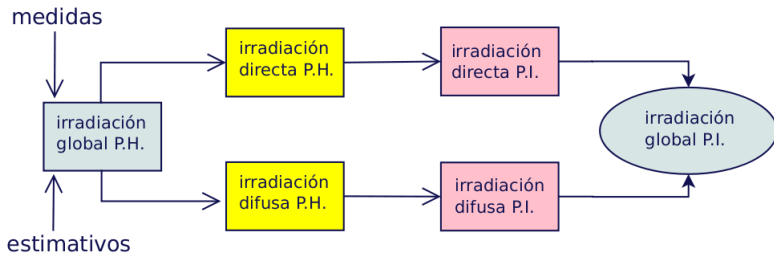
Gonzalo Abal

Instituto de Física
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Curso 2018



Pasos necesarios para pasar de irradianción global en plano horizontal (P.H.) a irradianción global en plano inclinado (P.I.)



se trabaja a escala minutal, horaria o diaria.



Outline

- 1 Separación de componentes de irradiación directa y difusa
- 2 Estimando irradiancia global sobre plano inclinado



Fracción difusa

La fracción difusa se define a escala instantánea, horaria o diaria como

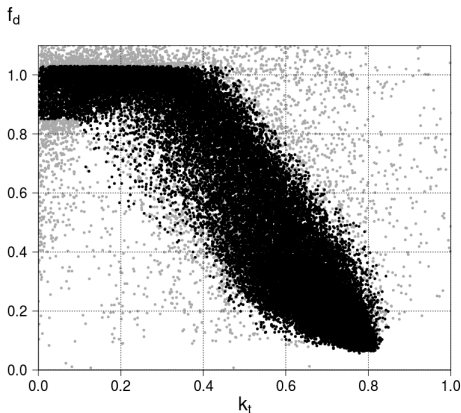
$$f_d = \frac{G_{dh}}{G_h}, \quad F_d = \frac{I_{dh}}{I_h}, \quad F_D = \frac{H_{dh}}{H_h}$$

Esta cantidad tiene cierta correlación con el índice de claridad y otras variables.

En trabajo publicado en 2017 se analizaron 10 modelos y se determinaron los **mejores para Uruguay** y la incertidumbre asociada.

detalles del filtrado:

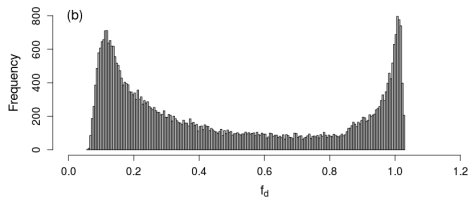
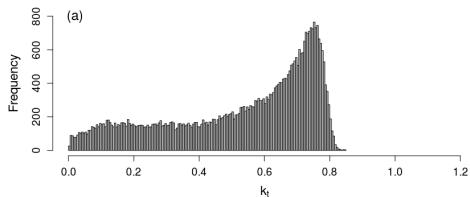
https://www.fing.edu.uy/~abal/trabajos/difusa_v10.pdf



datos horarios agregados: filtrados (negro) y sin filtrar (gris) para Uruguay



Fracción difusa - histogramas



Histogramas: (a) indice de claridad; (b) fracción difusa.



Caso horario - RA2

El mejor modelo: Boland, Ridley y Lauret (RBL), es complicado de implementar...

El 2do mejor, esta basado en una función sigmoide Gompertz (doble exponencial)
con dependencia en k_t y masa de aire

$$f_d = a_0 + a_1 e^{-\exp(a_2 + a_3 k_t + a_4 m + a_5 k_t^2 + a_6 m^2)}$$

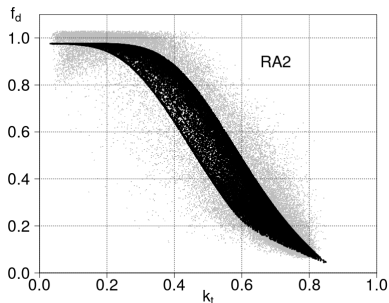
con coeficientes ajustados localmente:

$$r\text{RMSD} = 19,5\%, \quad r\text{MBD} = -2,2\%$$

con respecto al valor medio $\langle f_d \rangle = 0,49$

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0.975	-1.243	3.469	-5.708	0.320	-0.252	0.018

https://www.fing.edu.uy/~abal/trabajos/difusa_v10.pdf



base diaria - EKD

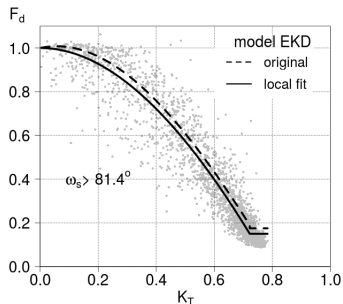
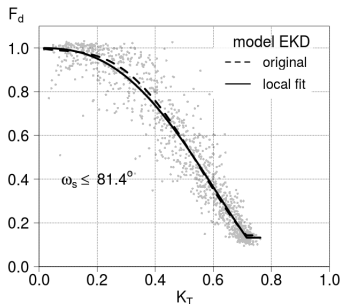
Erbs, Klein y Duffie,

$$F_d = \begin{cases} 1 + A_2 K_T^2 + A_3 K_T^3 + A_4 K_T^4 & K_T < 0,715 \\ B_0 & K_T \geq 0,715. \end{cases}$$

con coeficientes ajustados localmente (Abal et al, 2017):

ω_s	A_2	A_3	A_4	B_0
$\leq 81,4^\circ$	-0.46	-4.50	3.89	0.13
$> 81,4^\circ$	1.88	0.34	0.00	0.15

error asociado: rRMSD = 19,7%, rMBD = 0,4% sobre una media $\langle F_d \rangle = 0,46$.



fracción difusa

Por mas detalles consultar el trabajo

Solar Energy 141 (2017) 166–181



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Solar Energy

journal homepage: www.elsevier.com/locate/solener



Performance of empirical models for diffuse fraction in Uruguay



G. Abal^{a,b,*}, D. Aicardi^a, R. Alonso Suárez^a, A. Laguarda^{a,b}

^a Laboratorio de Energía Solar, UDELAR, Av. L. Batlle Berres, km 508, CP 50000 Salto, Uruguay

^b Instituto de Física, Facultad de Ingeniería, UDELAR, Herrera y Reissig 565, CP 11300 Montevideo, Uruguay

ARTICLE INFO

Article history:

Received 27 June 2016

Received in revised form 12 November 2016

Accepted 17 November 2016

Keywords:

Diffuse radiation

Solar resource assessment

DNI

ABSTRACT

Knowledge of diffuse solar radiation is required for the estimation of global irradiation on inclined surfaces or for estimating DNI for CSP applications. Since diffuse irradiance data is comparatively scarce relative to global horizontal irradiance (GHI) data, several methods are used to estimate the diffuse component of GHI. These methods have a local component and most of them have been developed using data recorded in the northern hemisphere, where long-term reliable measurements of diffuse irradiance are available. This work considers ten models for hourly diffuse irradiation and evaluates their performance, both in their original and locally adjusted versions, against data recorded at five sites from a subtropical-temperate zone in the southern part of South America (latitudes between 30°S and 35°S). The raw data has been quality-assessed by using a set of seven sequential filters which preserve the natural spread of the data while removing unphysical data points. The local adjustment and performance evaluation are done using random-sampling cross-validation techniques on an ensemble. The best estimates result from locally adjusted multiple-predictor models, some of which can estimate hourly diffuse fraction with uncertainty of 18% of the mean.

© 2016 Elsevier Ltd. All rights reserved.



Outline

- 1 Separación de componentes de irradiación directa y difusa
- 2 Estimando irradiancia global sobre plano inclinado



Componente directa G_{bi}

razón directa (instantánea):

$$r_b \equiv \frac{G_{bi}}{G_{bh}} = \frac{\cancel{G_{bn}} \cos \theta}{\cancel{G_{bn}} \cos \theta_z} = \frac{G_{0i}}{G_{0h}} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z}$$

es un factor geométrico.

usando latitud equivalente : $\phi \rightarrow \phi + s\beta$ obtenemos

$$r_b = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} = \frac{\cos(\phi + s\beta) \cos \delta \cos \omega + \sin(\phi + s\beta) \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta}$$

para una superficie orientada al Ecuador.

Se puede escribir la expresión similar para el caso general, $r_b(\beta, \gamma)$.

Ojo! expresión indefinida al amanecer o atardecer...



Componente directa en intervalo $I_{bi}(\omega_1, \omega_2)$

Irradiación directa sobre plano inclinado en intervalo (ω_1, ω_2)

$$I_i(\omega_1, \omega_2) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_i d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_b \cos \theta d\omega$$

razón directa en el intervalo:

$$r_b(\omega_1, \omega_2) = \frac{I_{bi}(\omega_1, \omega_2)}{I_{bh}(\omega_1, \omega_2)} = \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} G_b \cos \theta d\omega}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} G_b \cos \theta_z d\omega} = \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \tau_b(\omega) \cos \theta d\omega}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \tau_b(\omega) \cos \theta_z d\omega}$$

donde $\tau_n(\omega) = G_b(\omega)/G_0$ es la transmitancia directa.

Pondera más los puntos con mayor transmitancia directa (mediodía solar).
Esto es difícil de evaluar si τ_b varía en el intervalo...



Aproximación de Liu y Jordan (1962)

la razón directa es poco afectada por la atmósfera,
supongamos que es la misma que a nivel TOA ($\tau_b = 1$)

$$r_b(\omega_1, \omega_2) = \frac{I_{bi}(\omega_1, \omega_2)}{I_{bh}(\omega_1, \omega_2)} \simeq \frac{I_{oi}(\omega_1, \omega_2)}{I_{oh}(\omega_1, \omega_2)} = \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \theta d\omega}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \theta_z d\omega}$$

resulta un factor geométrico:

Se requiere evaluar integrandos de la forma $\cos \theta = A' + B' \cos \omega + C' \sin \omega$
con el resultado

$$r_b(\omega_1, \omega_2) = \frac{A'(\omega_2 - \omega_1) + B'(\sin \omega_1 - \sin \omega_2) + C'(\cos \omega_2 - \cos \omega_1)}{A(\omega_2 - \omega_1) + B(\sin \omega_1 - \sin \omega_2)}$$

Puede utilizarse esta expresión para evaluar la razón directa exacta de una superficie de orientación arbitraria en intervalos de tiempo arbitrarios.



Componente directa, caso horario

Para el caso horario, esto se simplifica por la propiedad del $\cos \omega$:

el valor medio en la hora centrada en ω^* es aproximadamente $\cos \omega^*$,

$$\overline{\cos \omega} = \frac{12}{\pi} \int_{\omega^* - \pi/24}^{\omega^* + \pi/24} \cos \omega \, d\omega \simeq \cos \omega^*$$

aproximando $\sin(\pi/24) \simeq \pi/24$. Lo mismo pasa con el $\sin \omega$.

Siendo $\cos \theta$ lineal en $\cos \omega$, en el caso horario (o sub-horario), se puede usar (con muy poco error) la expresión instantánea

$$r_b \equiv \frac{I_{bi}}{I_{bh}} \simeq \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \theta \, d\omega}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \theta_z \, d\omega} = \frac{\overline{\cos \theta}}{\overline{\cos \theta_z}} \simeq \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z}$$

con ω evaluado en el punto medio de la hora.



Componente directa, caso diario

Definimos la fracción directa diaria

$$R_b = \frac{H_i}{H_h} \simeq \frac{H_{0i}}{H_{0h}} = \frac{\int_{-\omega_{sr}}^{\omega_{ss}} \cos \theta d\omega}{\int_{-\omega_{sr}}^{\omega_{ss}} \cos \theta_z d\omega}$$

usando la aprox. de Liu-Jordan, es un factor geométrico.

Para una superficie orientada al ecuador, $\omega_{sr} = \omega_{ss}$, podemos usar la latitud equivalente para llegar rápidamente a una expresión sencilla

$$R_b \simeq \frac{H_{0h}(\phi + s\beta)}{H_{0h}(\phi)} = \frac{\omega_{ss} \sin \delta \sin(\phi + s\beta) + \cos \delta \cos(\phi + s\beta) \sin \omega_{ss}}{\omega_{ss} \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \sin \omega_{ss}}$$

el ángulo de puesta del Sol para plano inclinado orientado al ecuador es

$$\omega_{ss}(\beta) = \min \left\{ \begin{array}{l} \arccos [-\tan \phi \tan \delta] \\ \arccos [-\tan(\phi + s\beta) \tan \delta] \end{array} \right.$$



Tablas de R_b para Uruguay

A. TABLAS Y DIAGRAMAS

A.4 Razón directa diaria

Cuadro A.3: Razón directa diaria, R_b , (de la Ec. (1.46)) para superficies orientadas al Norte para latitudes $\phi = -30^\circ$ y $\phi = -35^\circ$ e inclinaciones $\beta = |\phi|$ y $\beta = |\phi| \pm 15^\circ$. Las líneas sombreadas indican los días típicos de cada mes.

n	$\phi = 30^\circ$ S			$\phi = 35^\circ$ S		
	$\beta = 15^\circ$	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 45^\circ$	$\beta = 20^\circ$	$\beta = 35^\circ$	$\beta = 50^\circ$
1	0,93	0,82	0,65	0,92	0,81	0,64
2	0,93	0,82	0,65	0,92	0,81	0,65
3	0,93	0,82	0,65	0,93	0,81	0,65
4	0,94	0,82	0,66	0,93	0,81	0,65
5	0,94	0,82	0,66	0,93	0,81	0,65
6	0,94	0,82	0,66	0,93	0,81	0,65
7	0,94	0,82	0,66	0,93	0,82	0,66
8	0,94	0,82	0,66	0,93	0,82	0,66
9	0,94	0,83	0,67	0,93	0,82	0,66
10	0,94	0,83	0,67	0,93	0,82	0,66
11	0,94	0,83	0,67	0,93	0,82	0,67
12	0,94	0,83	0,67	0,94	0,83	0,67
13	0,94	0,83	0,68	0,94	0,83	0,67
14	0,94	0,84	0,68	0,94	0,83	0,67
15	0,95	0,84	0,68	0,94	0,83	0,68
16	0,95	0,84	0,68	0,94	0,84	0,68
17	0,95	0,84	0,69	0,94	0,84	0,68
18	0,95	0,84	0,69	0,95	0,84	0,69
19	0,95	0,85	0,69	0,95	0,84	0,69
20	0,95	0,85	0,70	0,95	0,85	0,70
21	0,95	0,85	0,70	0,95	0,85	0,70
22	0,96	0,86	0,70	0,95	0,85	0,70
23	0,96	0,86	0,71	0,96	0,86	0,71
24	0,96	0,86	0,71	0,96	0,86	0,71



Componente directa, caso diario

Para una **superficie de orientación e inclinación arbitraria**, hay que evaluar

$$R_b = \frac{H_i}{H_h} \simeq \frac{H_{0i}}{H_{0h}} = \frac{\int_{-\omega_{sr}}^{\omega_{ss}} \cos \theta d\omega}{\int_{-\omega_{sr}}^{\omega_{ss}} \cos \theta_z d\omega}$$

es decir

$$R_b = \frac{A'(\omega_{ss} + \omega_{sr}) - B'(\sin \omega_{ss} + \sin \omega_{sr}) + C'(\cos \omega_{ss} - \cos \omega_{sr})}{A(\omega_{ss} + \omega_{sr}) - B(\sin \omega_{ss} + \sin \omega_{sr})}$$

donde $-\omega_{sr}$ y ω_{ss} son los ángulos de salida (sr) y puesta (ss) del Sol para la superficie inclinada genérica.

Sus expresiones son algo engorrosas, se pueden consultar en el Manual Técnico de Energía Solar: Vol. 1 Fundamentos (pags. 54 y 55.)

<https://eva.fing.edu.uy/mod/url/view.php?id=73851>



Componente reflejada, G_{ir}

considerando solo el suelo (g) como un reflector horizontal difuso de reflectancia ρ_g

$$G_{ir} = \sum_j \rho_j \frac{A_j}{A_c} F_{j-c} G_j = \rho_g F_{c-g} G_h = \rho_g G_h \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

relación de reciprocidad para factores de vista

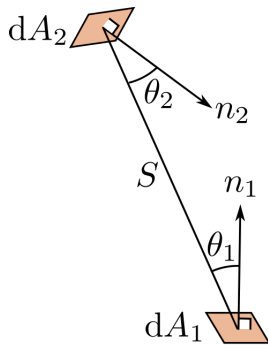
$$A_c F_{c-g} = A_g F_{g-c}$$

por definición, se cumple también

$$F_{c-g} + F_{c-sky} = 1$$

y por tanto,

$$F_{c-sky} = \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad F_{c-g} = \frac{1 - \cos \beta}{2}$$



Componente reflejada, G_{jr}

Reflectividad difusa ρ_g de superficies y materiales comunes, Manual Técnico de Energía Solar: Vol. 1 Fundamentos (G. Abal, V. Durañona)

Superficie	ρ_g
nieve fresca	0,75
arena blanca	0,70
paredes claras (pintura clara, reboque o bloques claros, etc)	0,60
paredes oscuras (ladrillo o pintura oscura)	0,27
pedregullo	0,20
bitumen, asfalto	0,13
pasto verde	0,26
pasto seco	0,20
hojas secas	0,30
cemento armado antiguo	0,22
pintura negra	0,10
plantíos, cultivos maduros	0,26
caminos de tierra	0,04
suelo arcilloso	0,14
superficies de agua (ángulo de incidencia grande)	0,07



radiación difusa, G_{di} - modelo isotrópico

Suponemos una distribución **isotrópica** de la irradiancia difusa

- factor de vista (Colector-Cielo) determina la cantidad de difusa incidente

$$G_{di}^{iso} = F_{c-sky} G_{dh} = \frac{1}{2}(1 + \cos \beta) G_{dh}$$

- modelo isotrópico:

$$G_i^{iso} = G_{bh} r_b(\beta) + G_{dh} \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g G_h \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

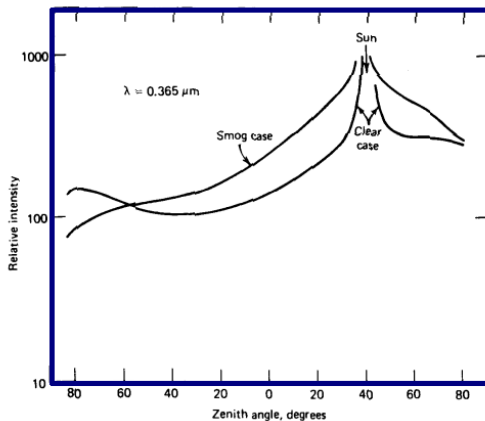
- razón inclinada: $r \equiv G_i / G_h$

$$r^{iso} = \frac{G_i}{G_h} = (1 - f_d) r_b(\beta) + f_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

anisotropía: se tiende a subestimar G_{di} y por lo tanto G_i ...



Irradiancia difusa - anisotropía



Distribución de la radiación difusa con cielo despejado. Resultado de barrer con un fotómetro el meridiano del Sol con filtro de $0,365 \mu\text{m}$ (de Duffie y Beckman)



Irradiancia difusa - anisotropía



Cielo despejado (nubes dispersas)



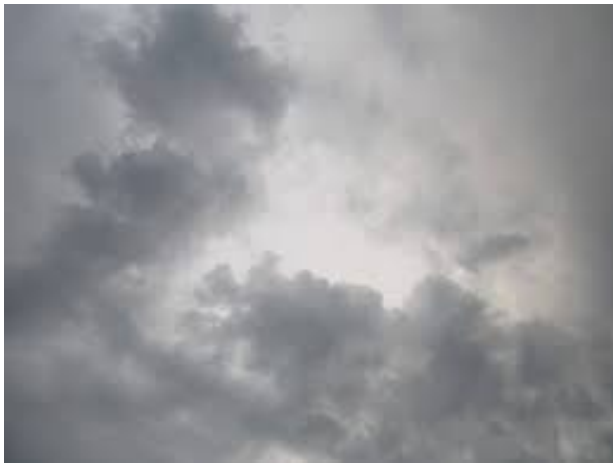
Irradiancia difusa - anisotropía



Sol parcialmente cubierto



Irradiancia difusa - anisotropía



Cielo cubierto



modelo de Hay y Davies (HD)

reconoce que la irradiancia difusa no es isotrópica: $G_{di} = G_{di}^{iso} + G_{di}^{CS}$

- se ignora el brillo del horizonte, $G_{di}^{hz} \approx 0$
- usa la **transmitancia directa** τ_b para estimar la fracción de la difusa horizontal que proviene del entorno del disco solar (circumsolar)

$$\tau_b \equiv \frac{G_b}{G_0} = \frac{G_{bh}}{G_{0h}} = (1 - f_d)k_T$$

se calcula fácilmente...

- trata esta fracción τ_b de la difusa, como si fuera directa (circumsolar)

$$G_{di}^{CS} = r_b \times \tau_b G_{dh}$$

- por consistencia, se reduce la componente difusa isotrópica en $1 - \tau_b$

$$G_{di}^{iso} = (1 - \tau_b) \times G_{dh} \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right)$$



modelo HD

irradiancia en plano inclinado,

$$G_i^{HD} = r_b(\beta) [G_{bh} + \tau_b G_{dh}] + (1 - \tau_b) G_{dh} \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g G_h \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

razón inclinada $r_i \equiv G_i / G_h$

$$r_i^{HD} = \frac{G_i}{G_h} = r_b(\beta) [1 - (1 - \tau_b) f_d] + (1 - \tau_b) f_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

$$r_i^{HD} = r_b(\beta) (1 - \tilde{f}_d) + \tilde{f}_d \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

es equivalente a usar el modelo isotrópico con una **fracción difusa reducida**

$$\tilde{f}_d = (1 - \tau_b) f_d = [1 - (1 - f_d) k_t] f_d$$

- si $\tau_b = 0$ (cielo cubierto) se reduce al modelo isotrópico: $\tilde{f}_d = f_d = 1$.
- cielo claro: $f_d \approx 0,15$, $k_t \approx 0,85$ resulta $\tilde{f}_d = 0,04$ y 96 % de G_{dh} se trata como directa.
- si $\tau_b > 0$ produce estimativos de G_i algo mayores que el modelo isotrópico y más consistentes con las medidas.



irradianción en plano inclinado (resumen)

- **caso horario:**

todas las expresiones anteriores son válidas usando ω en el punto medio de la hora.

- **caso diario:**

i) se suma la contribución de cada hora del día con modelo HD (más preciso)

ii) se usa el modelo EKD para separar $H_h = H_{bh} + H_{dh}$ y luego el modelo isotrópico, con una *razón directa diaria* R_b basada en la hipótesis de Liu-Jordan

$$H_i = R_b(\beta)H_{bh} + H_{dh} \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g H_h \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

- caso de **medias mensuales** de valores diarios:

i) se usa el caso diario para el día típico (n^*) del mes ó

ii) se promedian los valores diarios para el mes (más preciso)



Día típico del mes (criterio de Klein)

Klein define el día típico como aquel en que la irradiancia total extraterrestre es mas cercana al promedio mensual de esta cantidad:

$$\bar{H}_{0h} = \frac{1}{N_{mes}} \sum_{n \in mes} H_{0h}(n)$$

El día típico n^* es tal que $H_{0h}(n = n^*) \simeq \bar{H}_{0h}$ para el mes.

mes →	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
día típico	17	16	16	15	15	11	17	16	15	15	14	10
n^*	17	47	75	105	135	162	198	228	258	288	318	344
δ (°)	-20,9	-12,6	-2,0	9,5	18,7	23,0	21,3	14,0	3,3	-8,2	-18,0	-22,8
H_{0h}	43,3	38,8	32,3	24,8	18,7	15,8	16,9	21,6	28,5	35,7	41,4	44,1

Día Típico del mes (Fig. del Manual RTI, Abal et al.)

Se puede trabajar en el día típico del mes con $K_T = 0,75$ (cielo claro) o con $K_T = 0,5$ (mas realista), para modelar aproximadamente el desempeño real en un mes dado.

Klein, S. Calculation of the monthly average Transmittance-Absortance product. Solar Energy, 23:547 (1979)



irradiación diaria promedio en plano inclinado

enfoque simple: evaluar R_b para el día típico de cada mes

- media diario $\bar{H}_T = \bar{H}_{T,b} + \bar{H}_{T,d} + \bar{H}_{T,r}$ en base i.e. mensual
- razón directa diaria promedio ($\delta \rightarrow \bar{\delta}$): mes $j = 1, 2 \dots 12$

$$\bar{R}_b(j, \beta) = \frac{\bar{H}_{bi}}{\bar{H}_{bh}} \simeq \frac{\bar{H}_{oi}}{\bar{H}_{oh}} = \frac{\cos \bar{\delta} \cos(\phi + \beta) \sin \bar{\omega}'_s + \bar{\omega}'_s \sin \bar{\delta} \sin(\phi + \beta)}{\cos \bar{\delta} \cos \phi \sin \bar{\omega}_s + \bar{\omega}_s \sin \bar{\delta} \sin \phi}$$

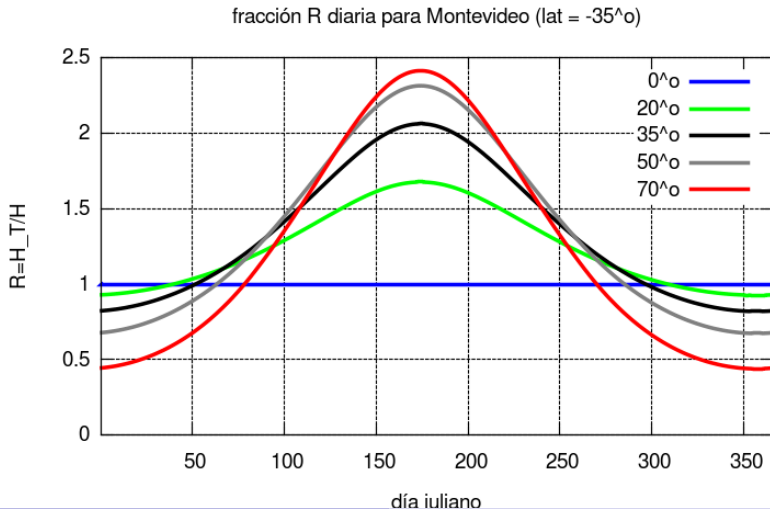
- modelo isotrópico, mes $j = 1, 2, 3 \dots 12$

$$\bar{H}_i(\beta) = \frac{\bar{H}_T}{\bar{H}} \simeq \bar{H}_{bh} \bar{R}_b(j, \beta) + \bar{H}_{dh} \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \bar{H}_h \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$



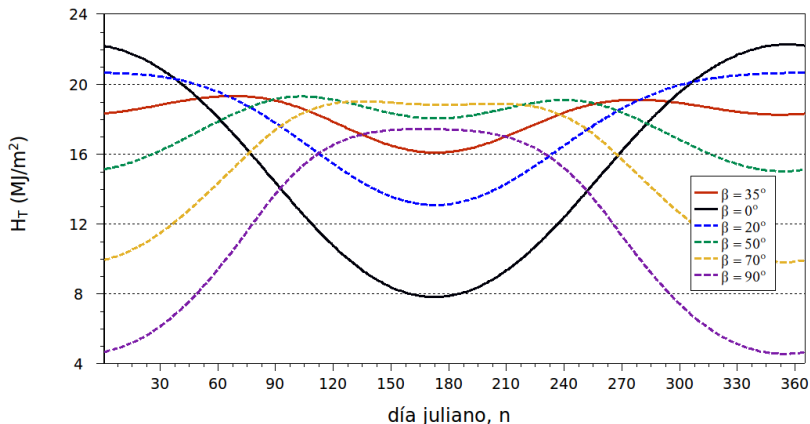
fracción R diaria (Montevideo)

$\phi = -35^\circ$, $K_T = 0,50$, $\rho_g = 0,20$, orientación norte, modelo isotrópico, fracción difusa: Erbs et al.



Irradiancia diaria sobre plano inclinado (Montevideo)

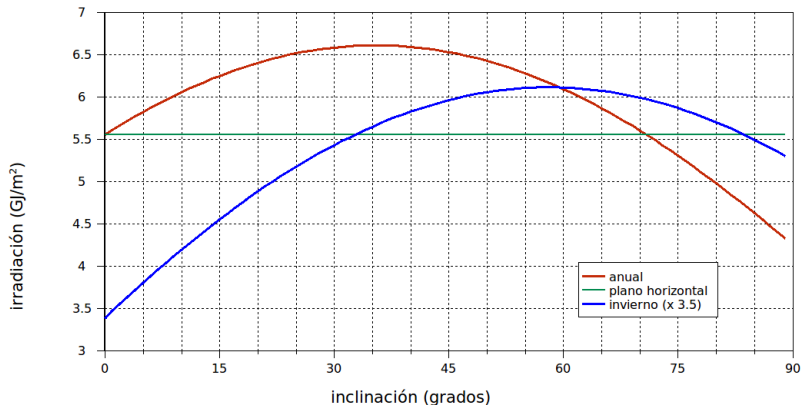
$\phi = -35^\circ$, $K_T = 0,50$, $\rho_g = 0,20$, orientación norte, modelo isotrópico, fracción difusa: Erbs et al.



sensibilidad a variación de inclinación β

$\phi = -35^\circ$, $K_T = 0,50$, $\rho_g = 0,20$, orientación norte, modelo isotrópico, fracción difusa: Erbs et al.

Irradiación total anual en plano inclinado



en suma:

- para estimar irradiación en P.I. primero es necesario descomponer directa y difusa.
- errores de los modelos usados SE ACUMULAN
- el modelo HD presenta un buen compromiso entre simplicidad y precisión
- orientación óptima: superficie orientada al ecuador, $\beta = |\phi|$ maximiza la energía incidente anual
- se puede optimizar para maximizar captación en invierno ($\beta > |\phi|$) o en verano ($\beta < |\phi|$) (o ajustar la inclinación estacionalmente)
- poca sensibilidad a variaciones de β, γ en torno de los valores óptimos

