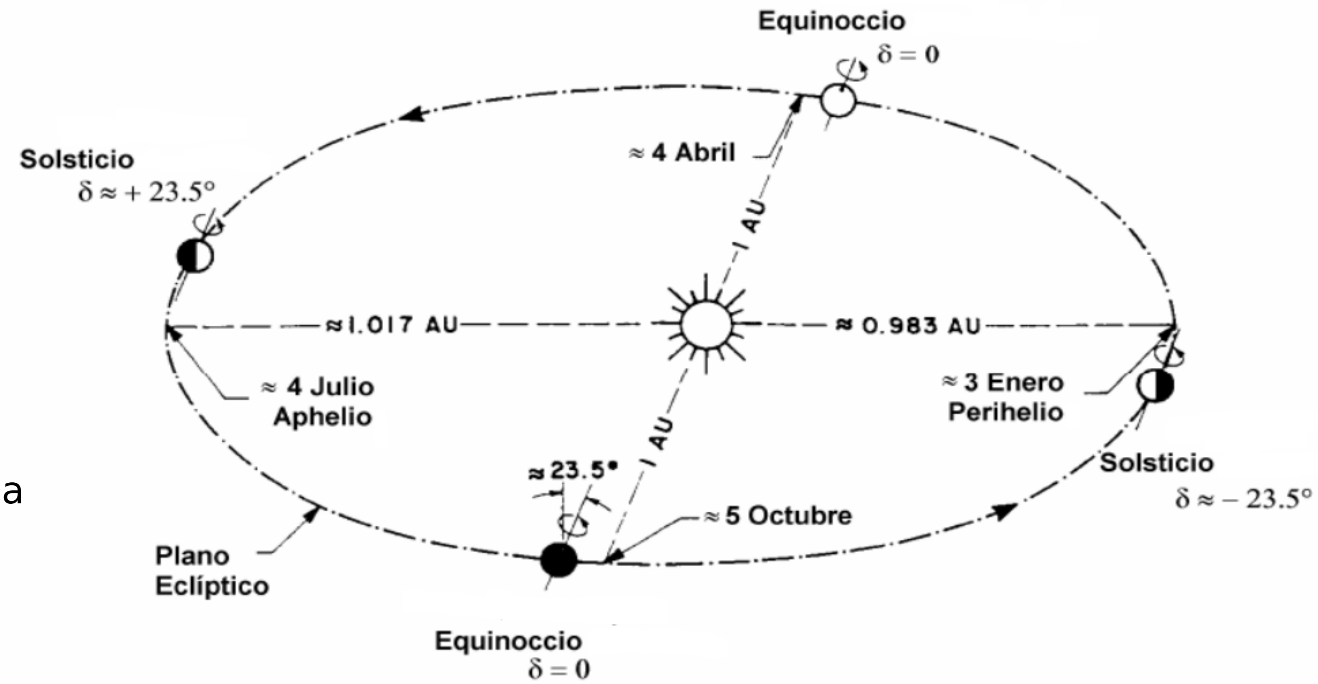
Movimiento Aparente del Sol

- Factor orbital
- Declinación solar y ángulo horario. Horas de Sol.
- Ángulo cenital y altura solar.
- Irradiación TOA sobre un plano horizontal
- Tiempo solar y tiempo estándar
- Diagrama solar

Factor de corrección orbital

Irradiancia: flujo de energía sobre un plano especifico (W/m^2)

Constante Solar: irradiancia solar promedio en incidencia normal fuera de la atmósfera cuando la distancia Tierra-Sol es 1 U.A.



plano de
la eclíptica

adaptada de Duffie y Beckman, Solar Engineering of Thermal Processes

Irradiancia TOA en incidencia normal, G_0

Sol: fuente puntual isotrópica a distancia r:

irradiancia TOA normal (distancia r)

$$G_0 = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$

constante solar distancia r_0=1 U.A.

$$G_{cs} = \frac{\bar{P}}{4\pi r_0^2}$$

$$\longrightarrow \quad G_0 = G_{cs} \times \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

factor orbital ≈ 1

Irradiancia TOA en incidencia normal, G_0

Sol: fuente puntual isotrópica a distancia r:

irradiancia TOA normal (distancia r)

$$G_0 = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$

constante solar distancia r_0=1 U.A.

$$G_{cs} = \frac{\bar{P}}{4\pi r_0^2}$$

$$\longrightarrow \quad G_0 = G_{cs} \times \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$

factor orbital ≈ 1

Parametrización sencilla para el factor orbital :

$$F_n \equiv \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \simeq 1 + 0.033 \cos\left(\frac{2\pi n}{365}\right)$$

fase en la órbita, empezando cerca del perihelio (n=365)

en términos del ordinal-dia, o día juliano n = 1,2,3 ... 365

A lo largo del año, la irradiancia TOA varía en ± 3.3 % por el factor orbital.

Parametrización más precisa del factor orbital

corrección precisa al 0.01 %

Spencer, 1971 (ajuste a datos orbitales con series de Fourier)

$$F_n = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 = 1.000110 + 0.034221\cos(\Gamma) + 0.001280\sin(\Gamma) + 0.000719\cos(2\Gamma) + 0.000077\sin(2\Gamma)$$

fase orbital inicial en 0 con n=1

$$\Gamma \equiv \frac{2\pi(n-1)}{365}$$

Para trabajo automátizado es recomendable usar esta expresión.

Variación estacional de la irradiancia TOA

$$G_0 = G_{cs} \times F_n$$

$$1367\,\mathrm{W/m^2} \pm 3\,\mathrm{W/m^2}$$

A lo largo del año, la irradiancia TOA varía en ± 3.3 % (± 45 W/m^2) por el factor orbital.

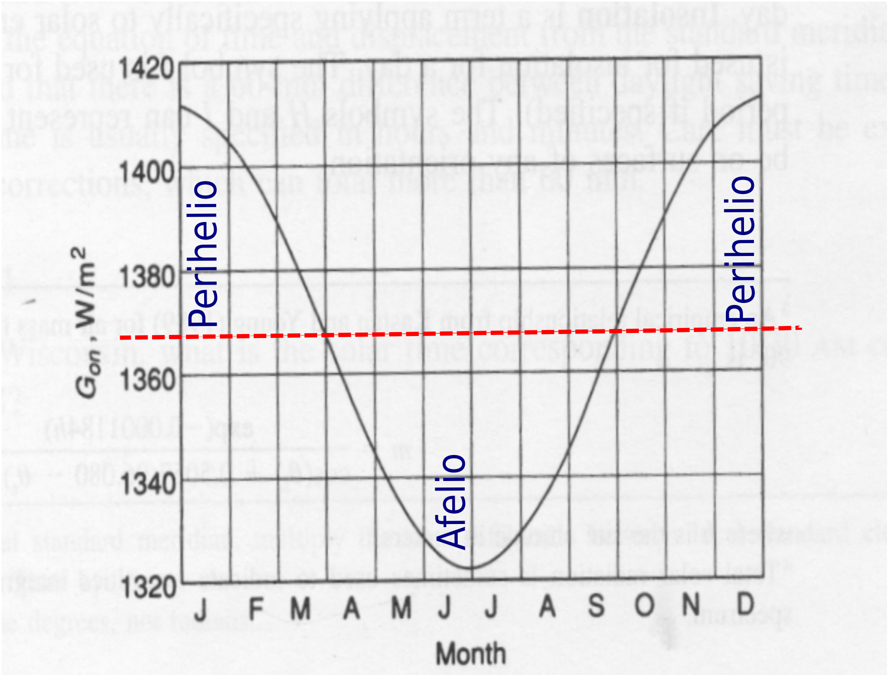


Figura de Duffie & Beckman

Las variaciones en la distancia Tierra-Sol tienden a **reforzar la estacionalidad** en el Hemisferio Sur y debilitarla en el hemisferio Norte.

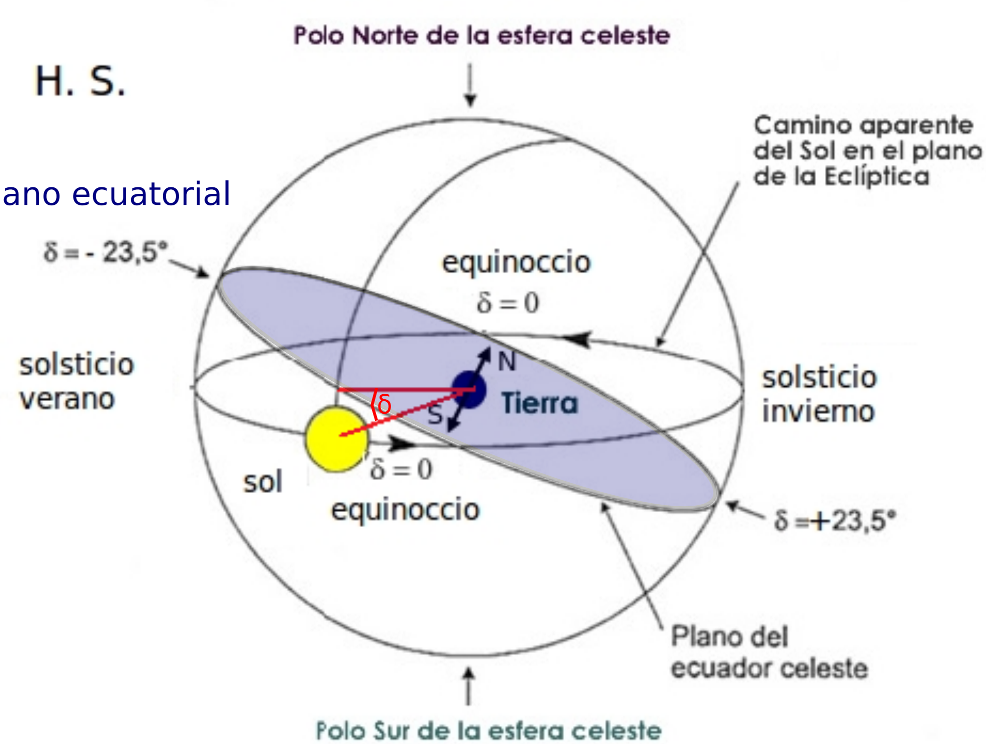
Cambio a perspectiva geocéntrica

Declinación solar:

ángulo de la línea Tierra-Sol con su proyección sobre plano ecuatorial

varía entre $\pm 23.5^o$
la inclinación del eje de la Tierra con respecto a la normal al plano de la eclíptica.

Es cero en los equinoccios



Convención:
δ > 0 con línea Tierra-Sol al NORTE del ecuador

Declinación solar

Se parametriza en términos del día juliano n

Parametrización de Cooper (simple)

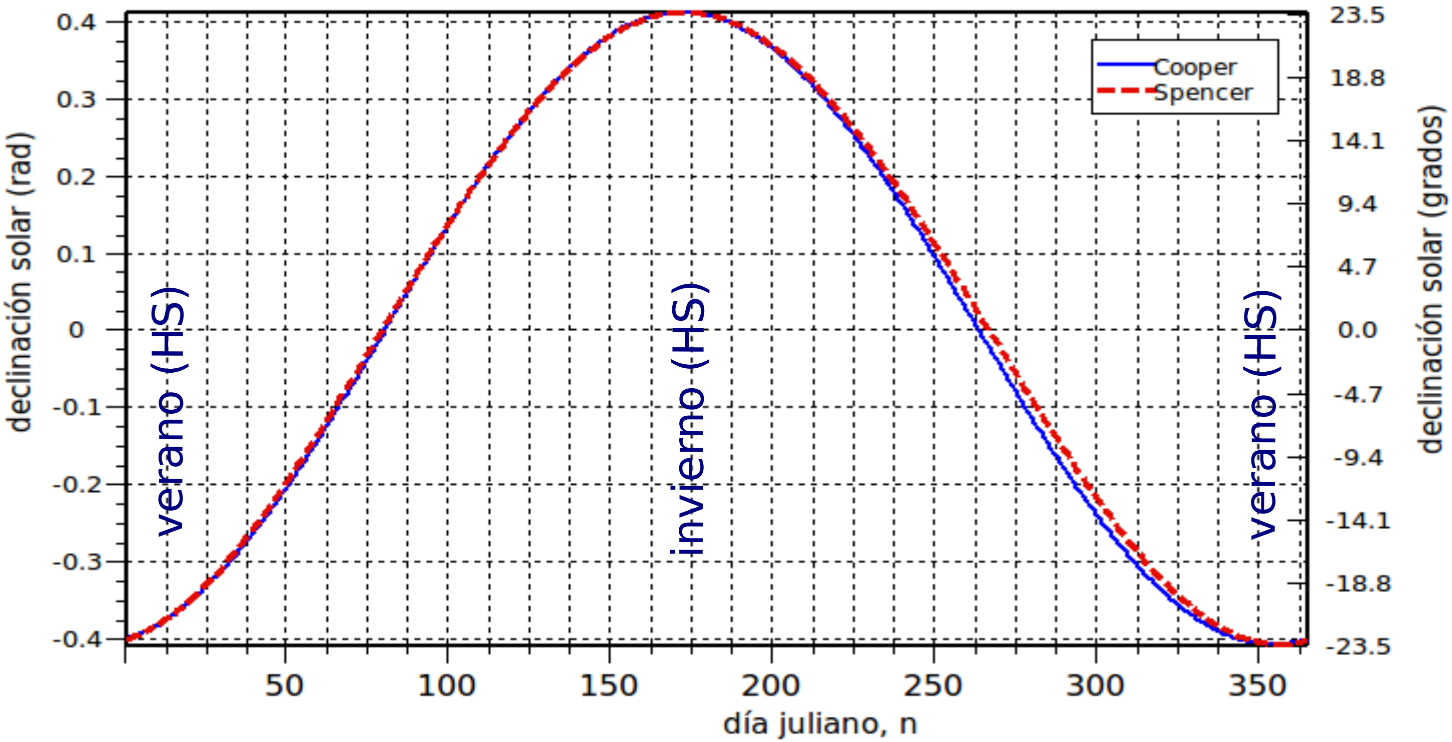
$$\delta = \delta_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{284+n}{365}\right)\right] \qquad \delta_0 = 23.45^o = 0.409 \text{ rad}$$

Parametrización de Spencer (más precisa, recomendada)

$$\boxed{\begin{aligned}\delta \;=\; & 0.006918 - 0.399912\cos(\Gamma) + 0.070257\sin(\Gamma) - 0.006758\cos(2\Gamma) + \\ & 0.000907\sin(2\Gamma) - 0.002697\cos(3\Gamma) + 0.00148\sin(3\Gamma)\end{aligned}}$$

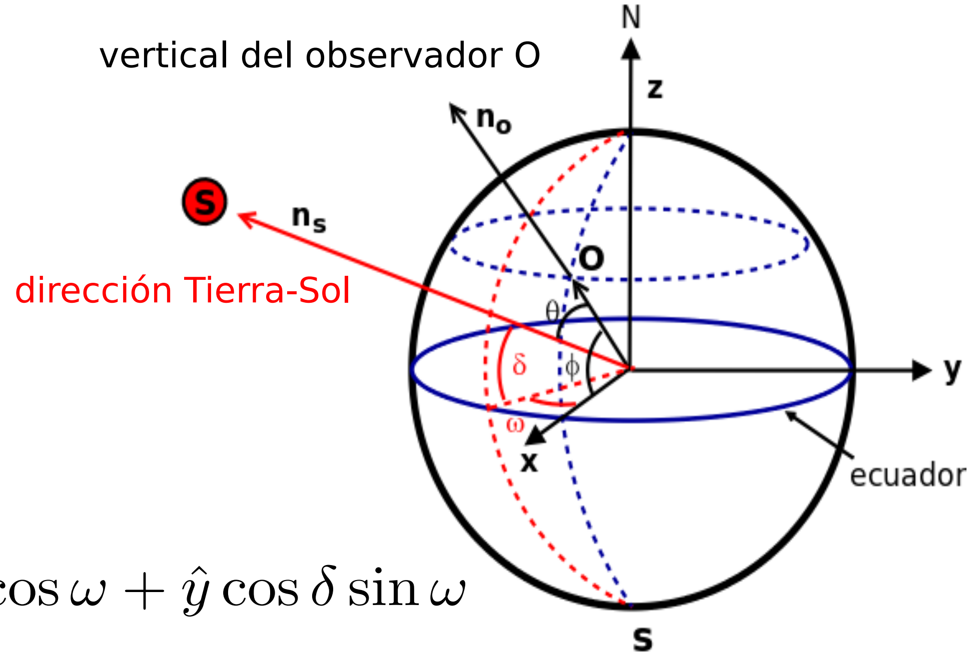
fase orbital $\Gamma = \dfrac{2\pi(n-1)}{365}$ (error max: 3´ de arco)

Declinación solar



Ángulo cenital y ángulo horario

describen el movimiento aparente diario del Sol



θ_z = ángulo cenital
ω = ángulo horario
Φ = latitud del observador O

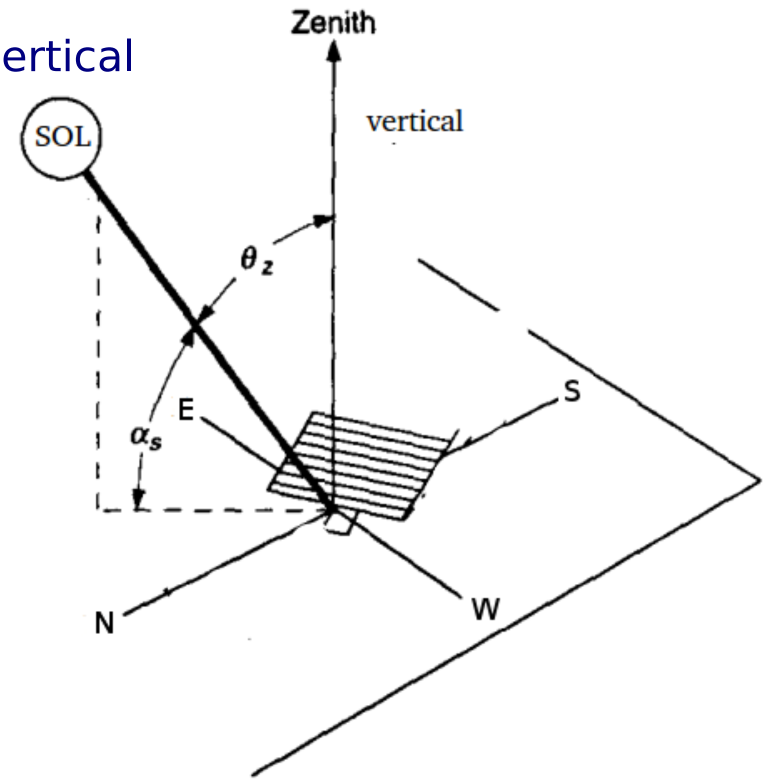
$$\hat{n}_0 = \hat{z}\sin\phi + \hat{x}\cos\phi$$
$$\hat{n}_S = \hat{z}\sin\delta + \hat{x}\cos\delta\cos\omega + \hat{y}\cos\delta\sin\omega$$

$$\boxed{\cos\theta_z = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos\omega}$$

depende del día juliano, ubicación y hora

Definiciones:

ángulo cenital θ_z:
formado por la línea Tierra-Sol con la vertical del observador. Varía entre 0 y 90°



altura solar α_s:
formado por la línea Tierra-Sol con la vertical del observador varía entre 0 y 90° y es el complemento de θ_Z

$$\sin\alpha_s = \cos\theta_z$$

ángulo horario ω:
formado entre el meridiano del Sol y el meridiano del observador, sobre el plano del ecuador. Varía a una tasa aproximadamente constante (~15°/h) debida a la rotación de la Tierra.

Ángulo horario

ω es nulo a mediodía solar, cuando el meridiano del Sol coincide con el del observador.

Por convención:

$\omega < 0$ en la mañana (Sol al Este del observador)
$\omega > 0$ en la tarde (Sol al Oeste del observador)

Extremos del ángulo horario:
al amanecer o atardecer,

$$\cos\theta_z = 0$$

El ángulo horario de salida o puesta del Sol (terreno plano) cumple:

$$\cos\omega_s = -\tan\delta\tan\phi$$

$$\boxed{\omega_s = \pm\arccos\left(\tan\delta\tan\phi\right)}$$

LES

Horas de Sol máximas

Número de horas de Sol máximas o duración del día:

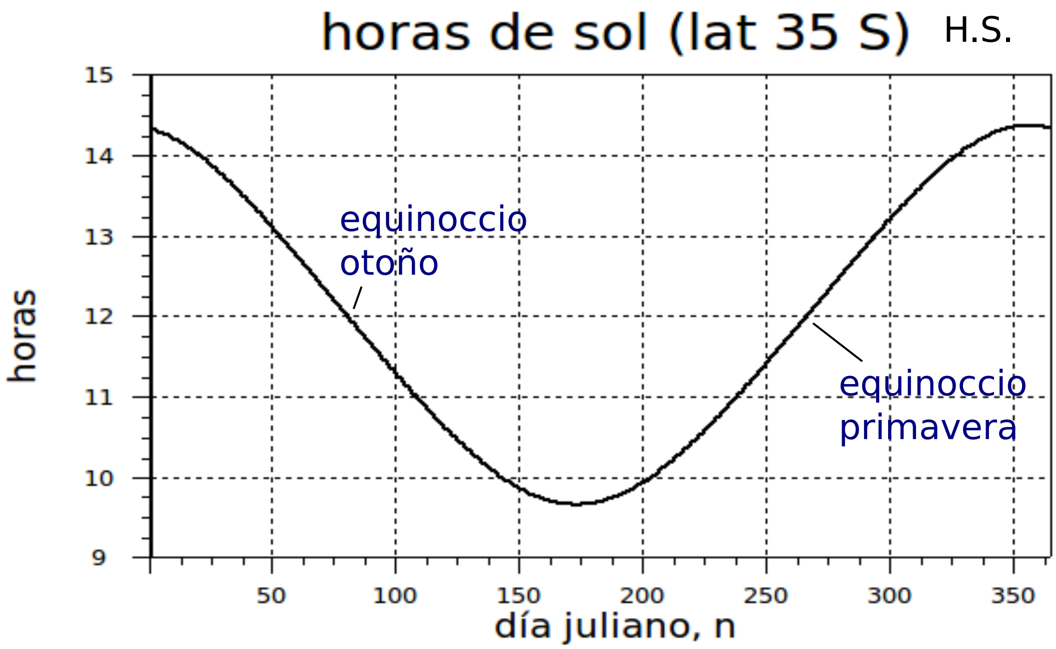
$$N_0(\phi, n) = \frac{12}{\pi} \times 2\omega_s = \frac{24}{\pi} \arccos\left(-\tan\phi \tan\delta\right)$$

radianes!

depende de la latitud y el día juliano

Para Montevideo, Φ = -35º

varía entre 14.3 h en verano y 9.7 h en invierno, siendo 12 h en los equinoccios.



Esto se usa para normalizar la heliofanía.

Tiempo solar aparente

Se define el día solar aparente (o verdadero) como el intervalo de tiempo entre dos pasajes consecutivos de la línea Tierra-Sol por el meridiano del observador.

El día solar aparente (o verdadero), asociado a ω, **no tiene duración uniforme** sino que varía a lo largo del año en el entorno de las 24 hs. El efecto acumulado de estas variaciones produce desviaciones estacionales de hasta 16 minutos de la media (24 hs).

$$T_S = 12\left(1 + \frac{\omega}{\pi}\right)$$

$$\dot{T}_S = \frac{12}{\pi}\dot{\omega}$$ variable

Las variaciones se deben a la órbita elíptica de la Tierra que implica una velocidad variable y a la inclinación de su eje de rotación con respecto al plano de la eclíptica.

Se define el **Tiempo Solar medio** (T_0) a partir del intervalo de tiempo de 24 hs entre dos pasajes consecutivos de la línea Tierra-Sol por el meridiano del observador, si la Tierra rotase a una tasa constante de 15º/h o π/12h.

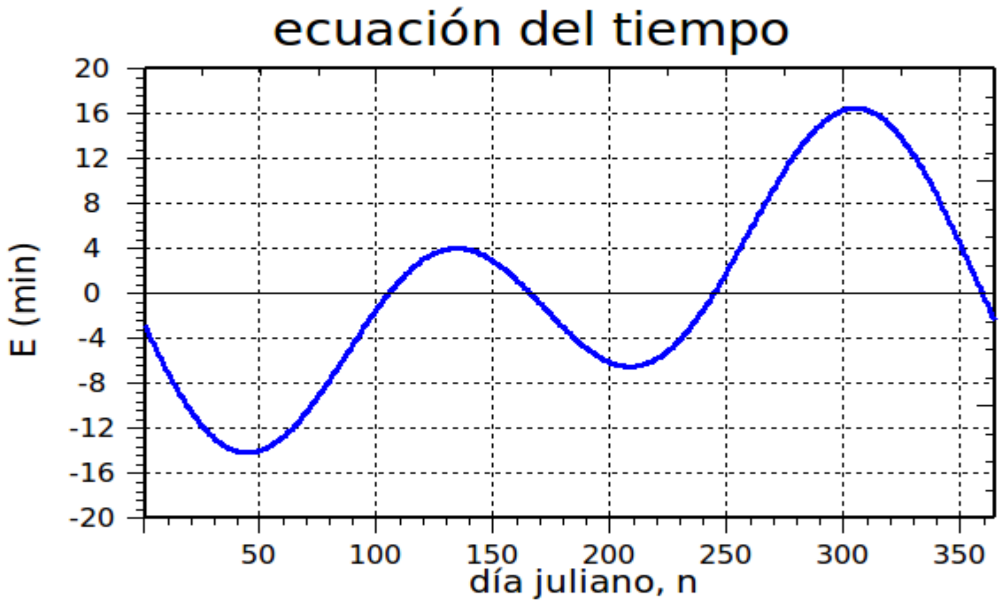
$$\dot{T}_0 = \frac{12}{\pi}\dot{\omega} = 1$$ constante

La diferencia en minutos, entre el Tiempo Solar medio y el Tiempo Solar aparente esta tabulada para cada día del año:

$$\boxed{E = T_S - T_0}$$ (ecuación del tiempo, min)

Ecuación del Tiempo

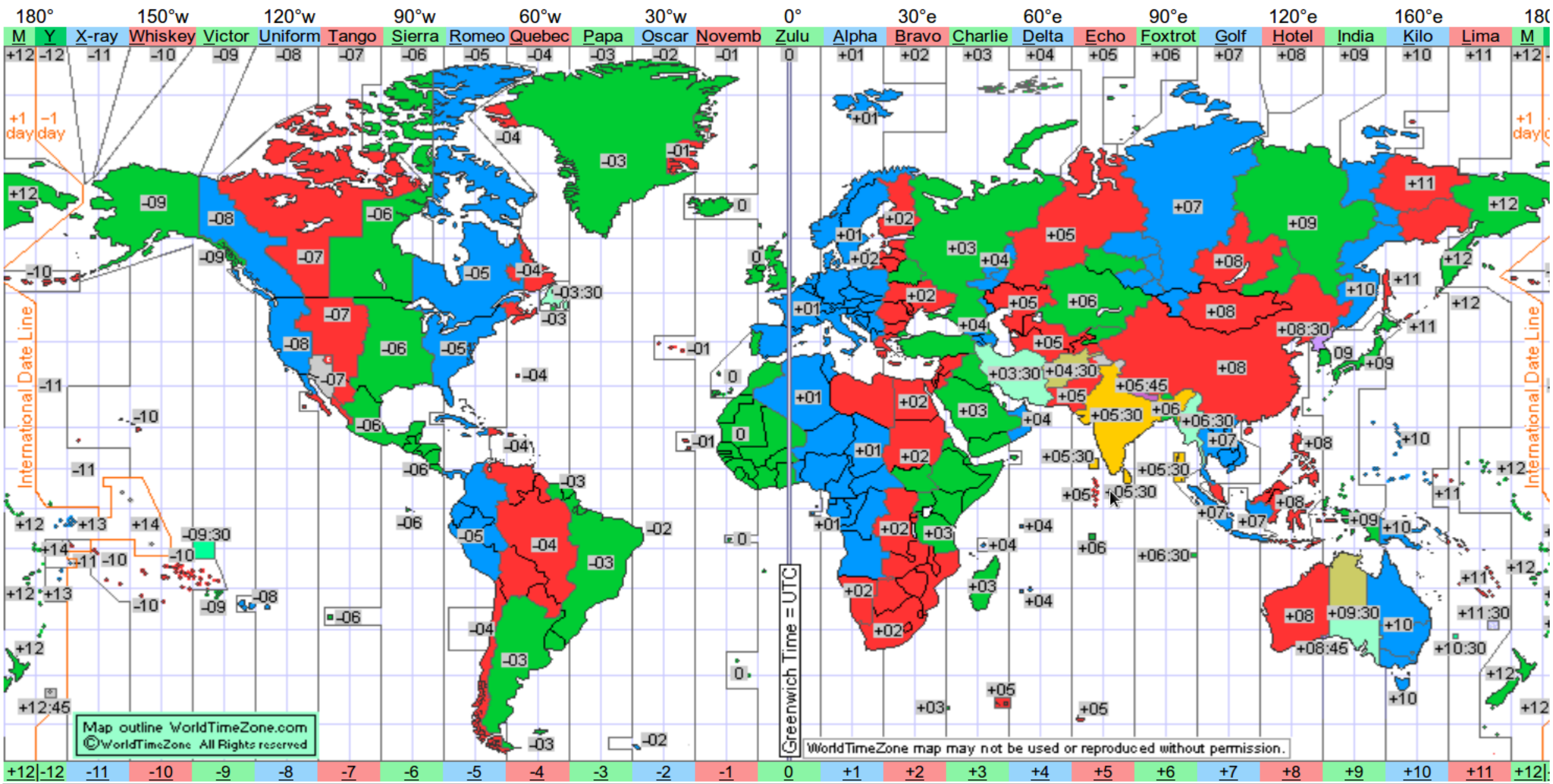
Nos permite el pasaje de tiempo solar aparente al tiempo estándar (UTC)



Parametrización de Spencer:

$$E = 229.18 \text{ min} \times [0.0000075 + 0.001868\cos(\Gamma) - 0.032077\sin(\Gamma) - 0.014615\cos(2\Gamma) - 0.04089\sin(2\Gamma)]$$

Tiempo Estándar (UTC)



Zonas horarias: 24 husos horarios, de 15º de longitud cada uno, centrados en 0º, 15º, 30º ...
En colores: Tiempo Legal de cada zona.

longitud local

$$T_0 = T_{UTC} + \frac{1}{15}(L_0 - L_{UTC})$$

longitud huso horario UTC-X

Conversión entre tiempo solar aparente y tiempo estándar

$$T_S = T_{UTC} + \frac{L_0 - L_{UTC}}{15} + \frac{E}{60} = 12\left(1 + \frac{\omega}{\pi}\right)$$

tiempo solar aparente
(horas y fracción)

tiempo estándar
huso UTC-X

Tiempo estándar a partir del ángulo horario:

grados!

radianes

minutos!

$$\boxed{T_{UTC} = 12\left(1 + \frac{\omega}{\pi}\right) - \frac{L_0 - L_{UTC}}{15} - \frac{E}{60}}$$

Ángulo horario, a partir del tiempo estándar:

$$\boxed{\omega = \frac{\pi}{12}\left[T_{UTC} - 12 + \frac{L_0 - L_{UTC}}{15} - \frac{E}{60}\right]}$$

horas y fracción

Ejemplo 1

En Montevideo el 13 de marzo:
a) Cuantas horas de Sol hay como máximo ?
b) A que hora tiene lugar el mediodía solar ?
c) A que hora sale y se pone el Sol ese día ?

Datos: $L_0 = -56.2^o$ (longitud)
$\Phi = -35.0^o$ (latitud)
n = 72 (día juliano)
UTC-3: $L_{UTC} = -45^o$

Ejemplo 1

En Montevideo el 13 de marzo:
a) Cuantas horas de Sol hay como máximo ?
b) A que hora tiene lugar el mediodía solar ?
c) A que hora sale y se pone el Sol ese día ?

Datos: L_0 = -56.2 º (longitud)
Φ = -35.0º (latitud)
n = 72 (día juliano)
UTC-3: L_{UTC} = -45º

---

a) Horas de Sol: $$N_0(\phi, n) = \frac{12}{\pi} \times 2\omega_s = \frac{24}{\pi} \arccos\left(-\tan\phi \tan\delta\right)$$

declinación solar: $$\delta = \delta_0 \sin\left[2\pi \left(\frac{284+n}{365}\right)\right] \qquad \delta_0 = 23.45^o = 0.409 \text{ rad}$$

δ = -0.063 rad = -3.6 º

ω_s = 1.615 rad = 92.5 º

N_o = 12.3 h

estamos próximos al equinoccio de otoño, Sol sale en el Este y se pone en el Oeste... día dura 12 h.

Ejemplo 1

En Montevideo el 13 de marzo:
a) Cuantas horas de Sol hay como máximo ?
b) A que hora tiene lugar el mediodía solar ?
c) A que hora sale y se pone el Sol ese día ?

Datos: L_0 = -56.2 ° (longitud)
Φ = -35.0° (latitud)
n = 72 (día juliano)
UTC-3: L_{UTC} = -45°

---

a) Horas de Sol: $$N_0(\phi, n) = \frac{12}{\pi} \times 2\omega_s = \frac{24}{\pi} \arccos\left(-\tan\phi \tan\delta\right)$$

declinación solar: $$\delta = \delta_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{284+n}{365}\right)\right] \qquad \delta_0 = 23.45^o = 0.409 \text{ rad}$$

δ = -0.063 rad = -3.6 °

ω_s = 1.615 rad = 92.5 °

N_o = 12.3 h

estamos próximos al equinoccio de otoño, Sol sale en el Este y se pone en el Oeste... día dura 12 h.

b) Mediodía solar: $\omega = 0$

E(n=72) = -10.2 min

$$T_{UTC} = 12\left(1 + \frac{\omega}{\pi}\right) - \frac{L_0 - L_{UTC}}{15} - \frac{E}{60}$$

$$T_{UTC} = 12 + \frac{56.2 - 45.0}{15} + \frac{10.2}{60} \simeq 12.92$$

T_{UTC} = 12:55 h

Ejemplo 1

En Montevideo el 13 de marzo:
a) Cuantas horas de Sol hay como máximo ?
b) A que hora tiene lugar el mediodía solar ?
c) A que hora sale y se pone el Sol ese día ?

Datos: L_0 = -56.2 ° (longitud)
Φ = -35.0° (latitud)
n = 72 (día juliano)
UTC-3: L_{UTC} = -45°

---

c) Hora de salida y puesta de Sol ?

$\pm\omega_s = \pm 1.615$ rad $= \pm 92.5°$ → Pasar a tiempo UTC-3

$$T_{UTC} = 12\left(1 + \frac{\omega}{\pi}\right) - \frac{L_0 - L_{UTC}}{15} - \frac{E}{60}$$

$$T_{sale} = 12\left(1 - \frac{1.615}{\pi}\right) + 0.92\ h \simeq 6.75\ h$$ → 06:45

$$T_{puesta} = 12\left(1 + \frac{1.615}{\pi}\right) + 0.92\ h \simeq 19.09\ h$$ → 19:05

Se cumple que $T_{UTC} = \frac{1}{2}(T_{sale} + T_{puesta})$

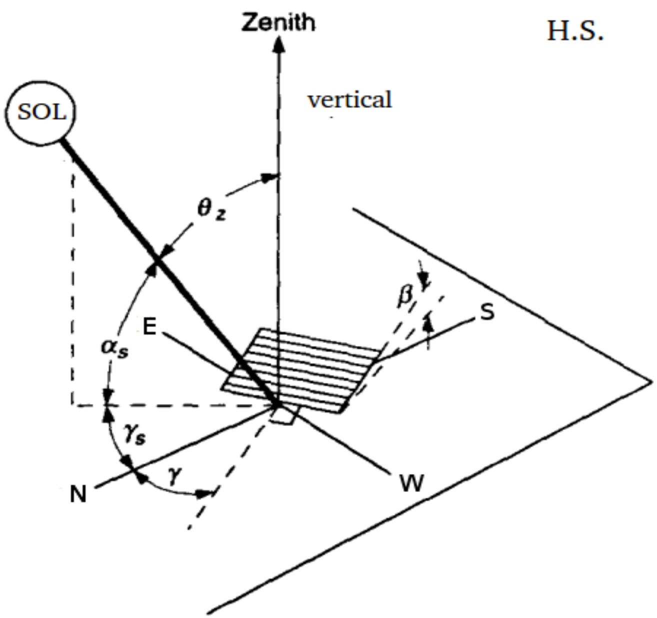
MAS: Angulo azimutal

La descripción local del MAS se basa en la altura solar (o el ángulo cenital) y el **ángulo azimutal**, γ_s, que describe la orientación de la línea Tierra-Sol sobre el plano horizontal del observador.

Convención : (usada en este curso)

$\gamma_s = 0$: orientación al ecuador (Norte en H.S.)
$\gamma_s < 0$: al Este del observador (mañana)
$\gamma_s > 0$: al Oeste del observador (tarde)

Cuidado: la mayoría del software y libros usa la convención para el H.N.

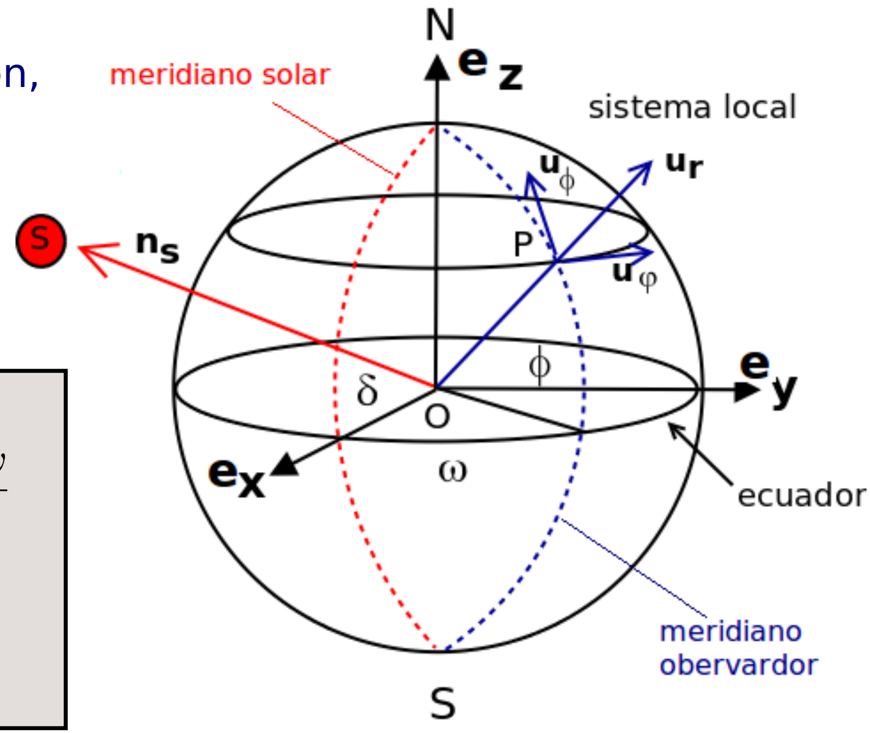


ángulos que determinan la orientación de una superficie captadora:

γ: ángulo azimultal de la superficie (-180°, 180°)
β: ángulo de inclinación (0, 90°)

MAS: Angulo azimutal

Expresiones que permiten calcular el azimut solar, en términos de la posición, día del año y hora del día.



$$
\begin{aligned}
\cos\gamma_s &= \frac{\sin\delta\cos\phi - \cos\delta\sin\phi\cos\omega}{\cos\alpha_s} \\
\sin\gamma_s &= \frac{\cos\delta\sin\omega}{\cos\alpha_s},
\end{aligned}
$$

Precaución 1: No se puede usar cuando α_s = 90º (azimut indefinido). Esto solo sucede a mediodía solar entre los trópicos.

Precaución 2: el uso de funciones trigonométricas inversas puede dar resultados en el cuadrante incorrecto.

Diagrama Solar

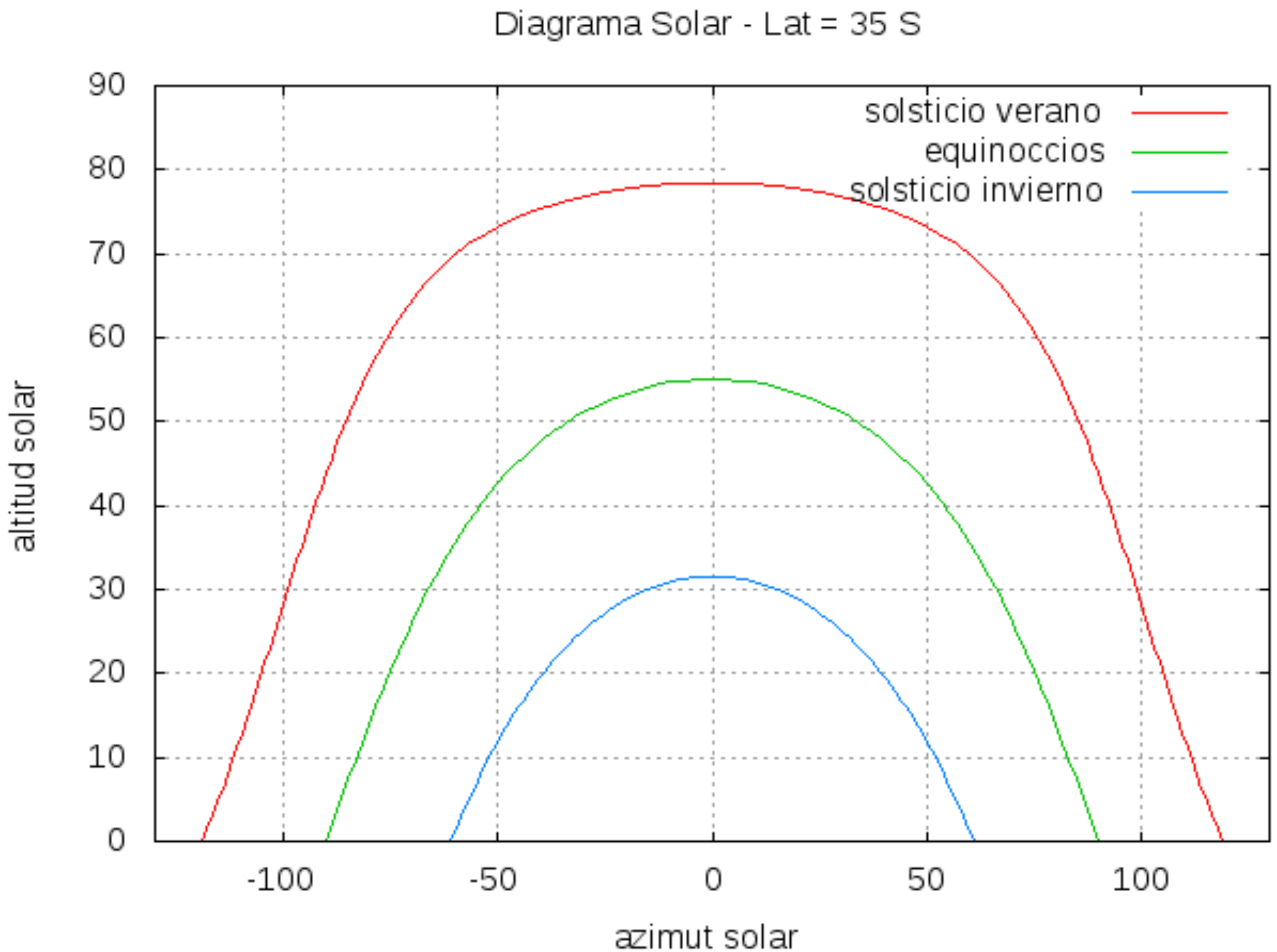
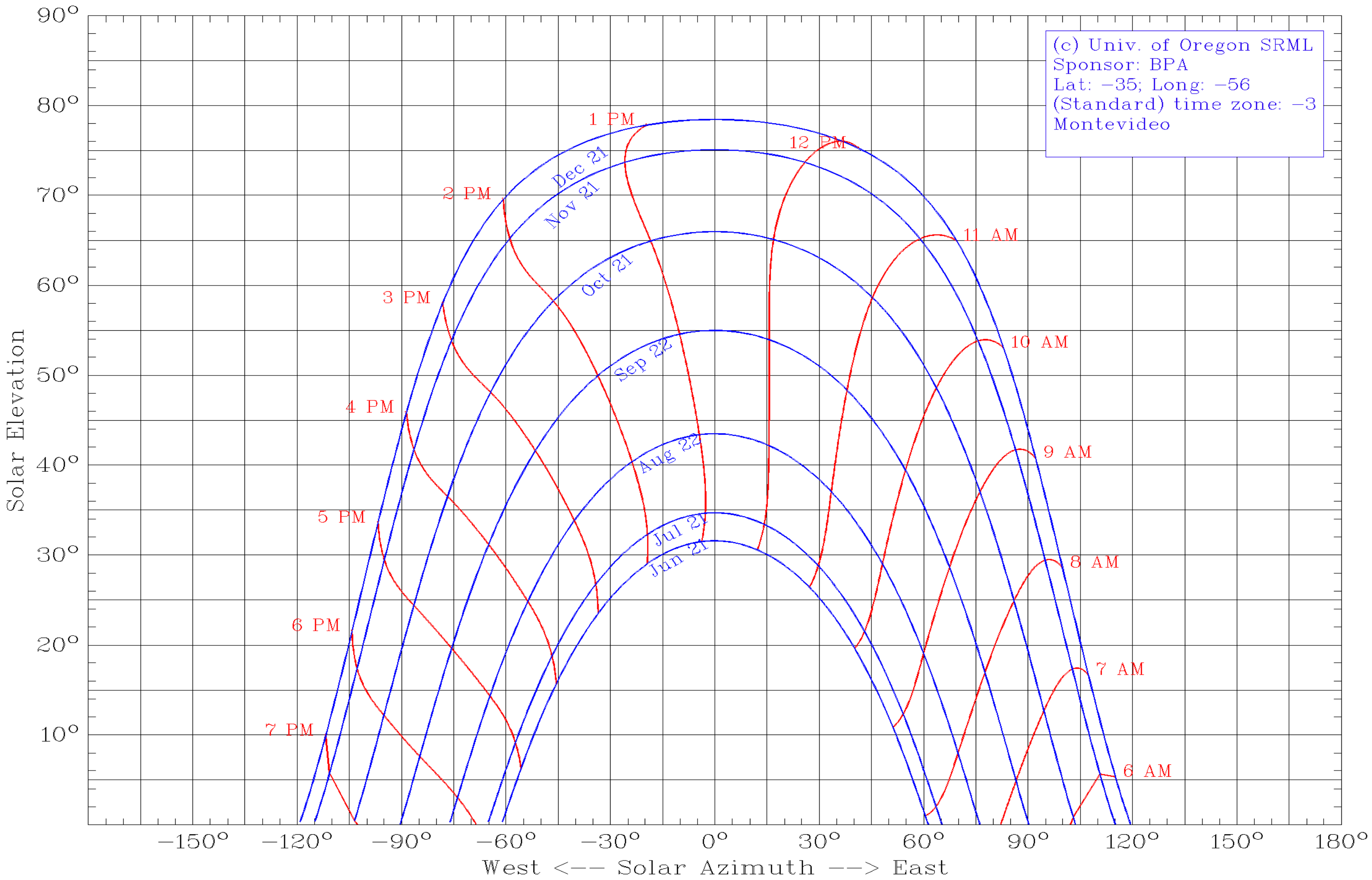
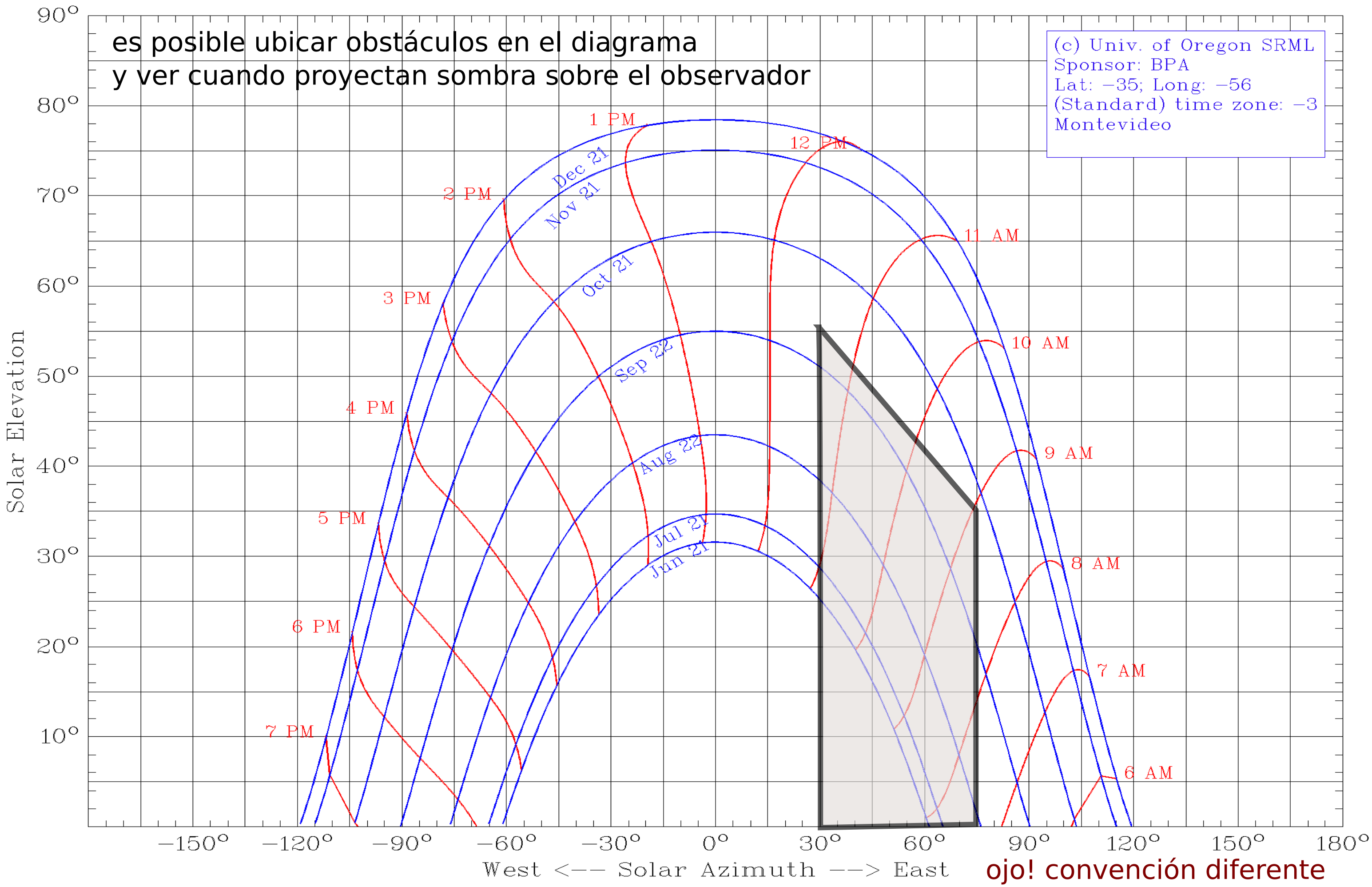


Diagrama Solar - Univ. Oregon



http://solardat.uoregon.edu/SunChartProgram.html

Diagrama Solar - Univ. Oregon



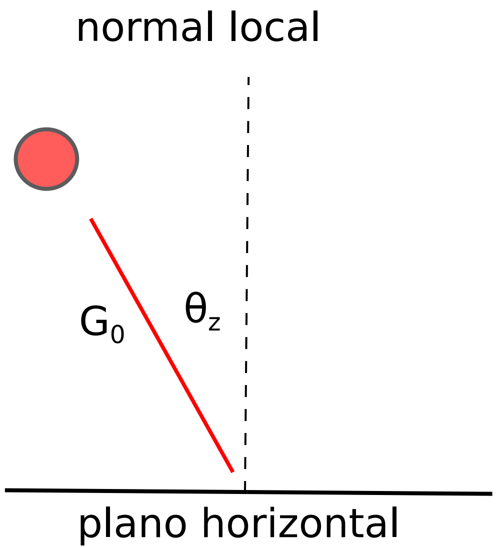
ojo! convención diferente

http://solardat.uoregon.edu/SunChartProgram.html

Irradiación TOA sobre plano horizontal

Irradiancia horizontal (W/m^2)

$$G_{0h} = G_0 \cos\theta_z = G_{cs} F_n \cos\theta_z$$



Irradiación horizontal en intervalo de tiempo [t_1, t_2] (kJ/m^2)

$$\begin{aligned} I_{0h}(\omega_1, \omega_2) &= \int_{t_1}^{t_2} G_{0h}\, dt = G_{cs} F_n \frac{12\,\mathrm{h}}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos\theta_z\, d\omega \\ &= \frac{12}{\pi} I_{cs} F_n \left[(\sin\omega_2 - \sin\omega_1)\cos\delta\cos\phi + (\omega_2 - \omega_1)\sin\delta\sin\phi\right] \end{aligned}$$

$$I_{cs} \equiv 3600\ \mathrm{s} \times G_{cs} = 4.921\ \mathrm{MJ/m^2} \approx 1.37\ \mathrm{kWh/m^2}$$

versión horaria de la constante solar

(1 kWh = 3.6 MJ)

Irradiación horaria horizontal TOA

Integrando irradiancia en la hora centrada en ω

$$
\begin{aligned}
I_{0h}(\omega) &= I_{cs} F_n \frac{12}{\pi} \int_{\omega-\pi/24}^{\omega+\pi/24} \cos\theta_z \, d\omega \\
&= \frac{12}{\pi} I_{cs} F_n \left[(\sin(\omega+\pi/24) - \sin(\omega-\pi/24) \cos\delta \cos\phi + \frac{\pi}{12} \sin\delta \sin\phi \right] \\
&\simeq I_{cs} F_n \left(\cos\omega \cos\delta \cos\phi + \sin\delta \sin\phi \right)
\end{aligned}
$$

aproximación: $\sin(\pi/24) \approx \pi/24$

$$
\boxed{I_{0h}(\omega) \simeq I_{cs} F_n \left(\cos\omega \cos\delta \cos\phi + \sin\delta \sin\phi \right)}
$$

Esta cantidad se usa para normalizar la irradiancia horaria sobre plano horizontal.

Orden de magnitud: ~ 4 MJ/m^2 o 1 kWh/m^2

Irradiación diaria horizontal TOA

Integrando irradiancia en todo el día:

$$\begin{aligned} H_{0h} &= \int_{-t_s}^{t_s} G_{0h}\, dt = G_s F_n \frac{12\,\mathrm{h}}{\pi} \int_{-\omega_s}^{\omega_s} \cos\theta_z\, d\omega \\ &= \frac{24}{\pi} I_{cs} F_n \left(\cos\delta \cos\phi \sin\omega_s + \omega_s \sin\delta \sin\phi\right) \end{aligned}$$

Ojo: debe estar en radianes!

$$\boxed{H_{0h} = \frac{24}{\pi} I_{cs} F_n \left(\cos\delta \cos\phi \sin\omega_s + \omega_s \sin\delta \sin\phi\right)}$$

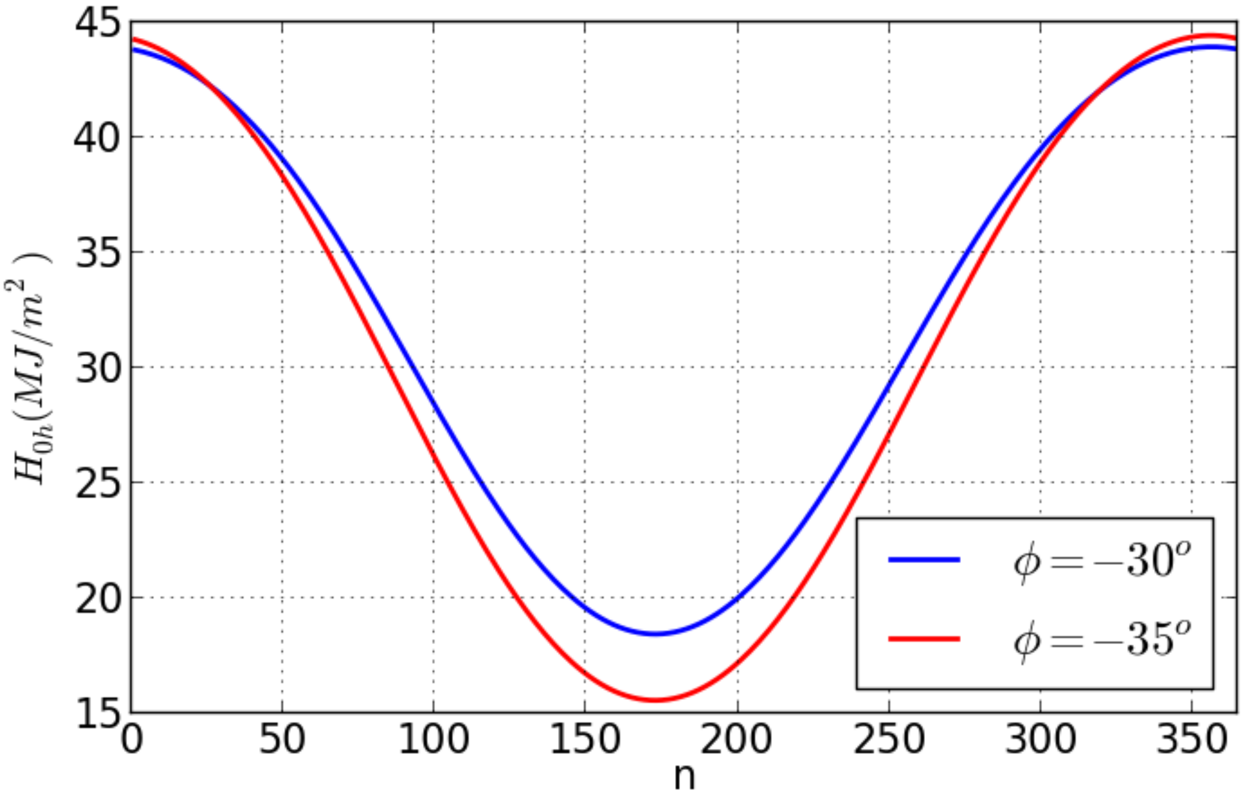
Esta cantidad se usa para normalizar la irradiación diaria en plano horizontal.

Orden de magnitud: ~ 37 MJ/m^2 o 10 kWh/m^2

del orden de la mitad llega a la superficie en Uruguay,
por efecto de la atmósfera.

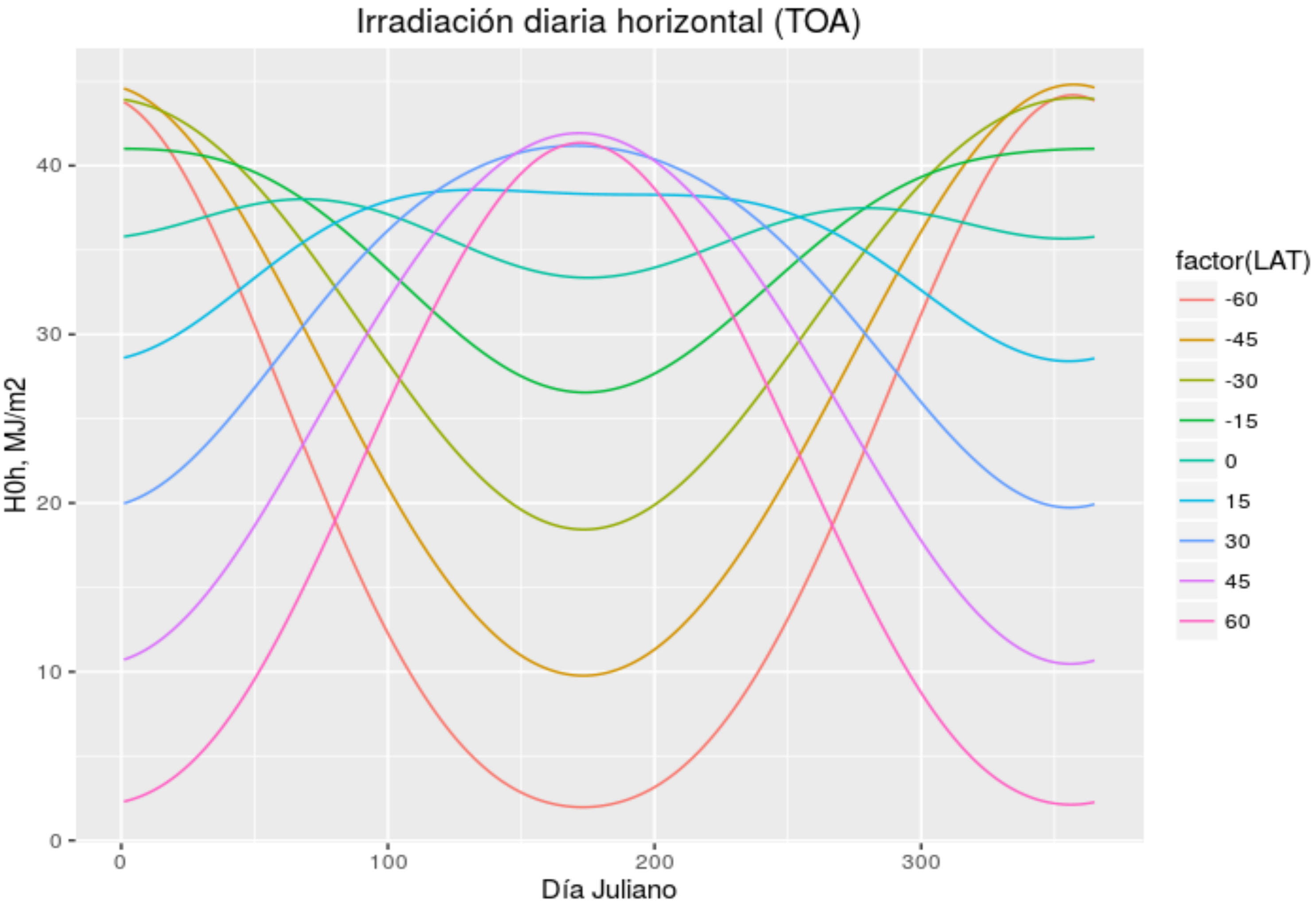
Irradiación diaria horizontal TOA

Variación estacional en Uruguay (Sur y Norte)



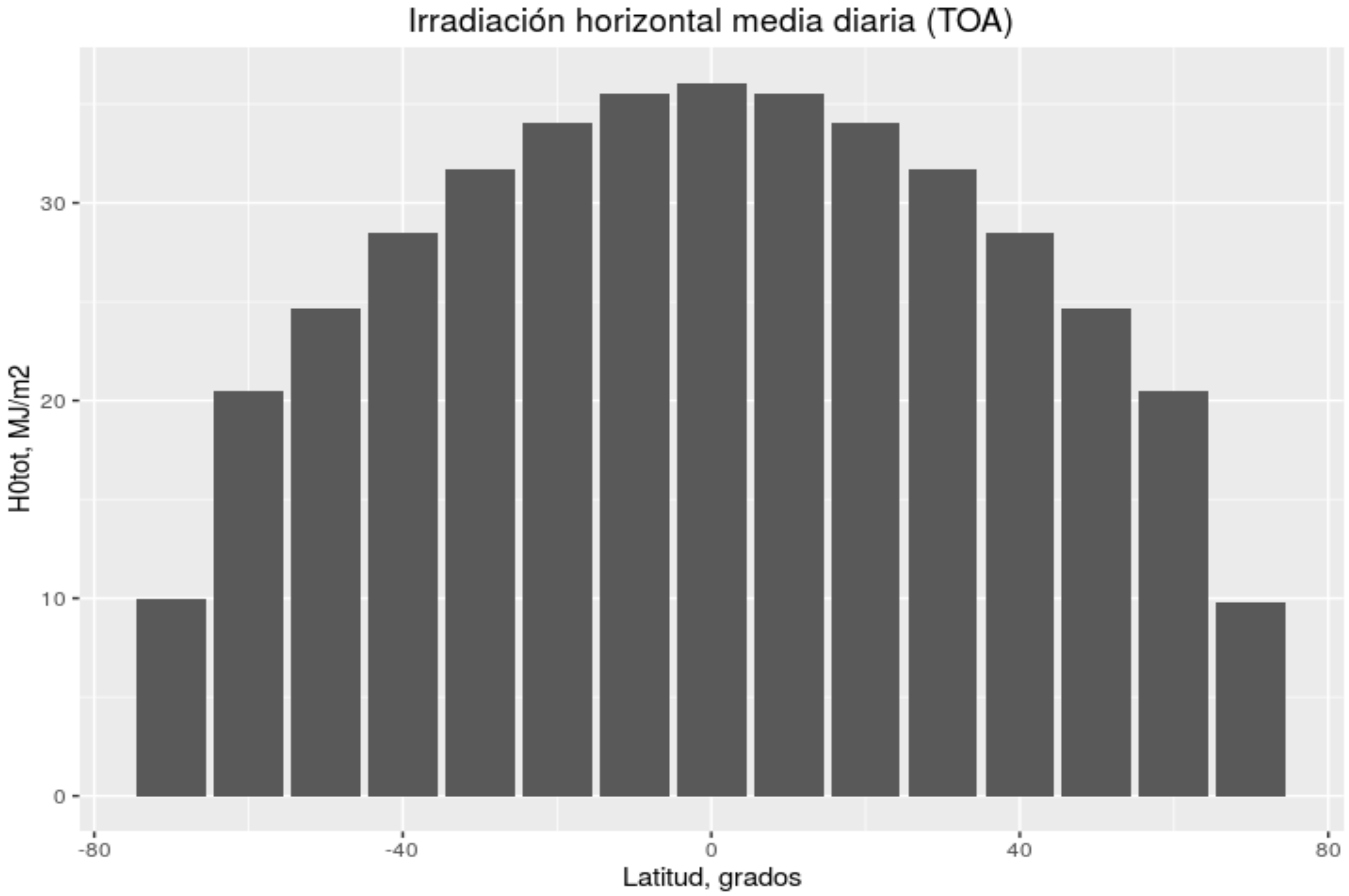
Irradiación diaria horizontal TOA

Variación estacional en términos de la latitud

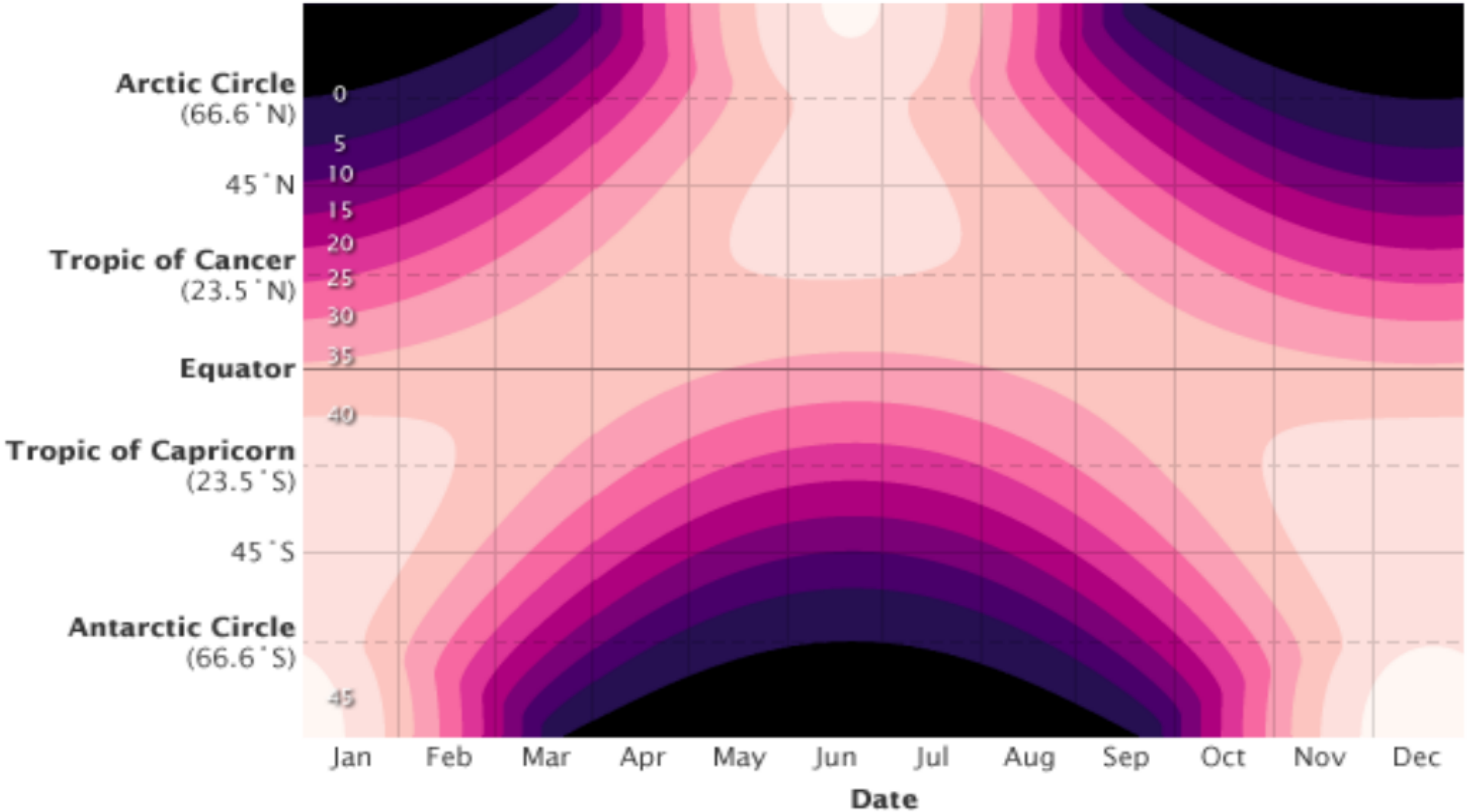


Irradiación media diaria sobre plano horizontal (TOA)

Total anual/365 días en función de la latitud



Distribución espacial y estacional



- color indica la franja de irradiancia media diaria TOA en MJ/m2
- maximos en latitudes altas (asociados a la duración del día)
- H.S. recibe más irradiación en diciembre que el H.N. en Junio (asimetría orbital)

Fuente: Climate and Earth’s Energy Budget, NASA, https://earthobservatory.nasa.gov/Features/EnergyBalance/